

108.

RICERCHE SUI NEUTRONI LENTI

E. FERMI e F. RASETTI

« Nuovo Cimento », 12, 201-210 (1935).

SUNTO. — È stato osservato che la presenza di sostanze idrogenate intensifica fortemente le radioattività artificiali provocate dai neutroni in alcuni elementi. Questa azione è attribuita al rallentamento subito dai neutroni per urti multipli contro i nuclei di idrogeno. Vengono descritte alcune proprietà dei neutroni lenti, e in particolare gli assorbimenti anomali che alcune sostanze presentano per essi.

Nel corso di esperienze eseguite nell'Istituto Fisico della R. Università di Roma dagli scriventi in collaborazione con vari assistenti dell'Istituto stesso si sono notate delle anomalie nella intensità della attivazione di un cilindretto di argento da parte di una sorgente di neutroni⁽¹⁾. Una ricerca sistematica delle circostanze di queste anomalie ha condotto al risultato che, circondando la sorgente e la sostanza da attivare con grossi pezzi di paraffina, l'intensità dell'attivazione resta moltiplicata per un fattore assai grande; lo stesso effetto è presentato dall'acqua e, in genere, dalle sostanze che contengono molto idrogeno. Questa osservazione come pure le ricerche sistematiche che ad essa hanno fatto seguito sono state eseguite con la più larga collaborazione, per modo che non sarebbe possibile attribuire ai singoli ricercatori i vari risultati ottenuti; si può anzi dire che a ciascuno di essi tutti hanno contribuito in misura maggiore o minore. Ciò non ostante in questa nota e nelle seguenti relative allo stesso argomento verrà reso conto dettagliato delle diverse esperienze eseguite, da coloro che maggiormente hanno contribuito alla esecuzione. Notizie preliminari su queste esperienze sono già state pubblicate altrove.

EFFETTO DI SOSTANZE IDROGENATE SULLE ATTIVAZIONI.

1. Descriviamo anzi tutto una esperienza tipica che permette di osservare la intensificazione della attivazione prodotta dalle sostanze idrogenate. Un cilindretto (circa 2 cm di diametro \times 5 cm di altezza) della sostanza da attivare col bombardamento dei neutroni, viene attivato collocando nel suo centro per un tempo conveniente la sorgente di emanazione e berillio. Portando poi la sostanza ad un contatore si misura la intensità della attivazione prodotta. Si ripete poi l'esperienza ponendo durante l'irradiazione

(1) E. FERMI, E. AMALDI, B. PONTECORVO, F. RASETTI ed E. SEGRÈ, « Ric. Scient. », 2, 280 (1934) e Note successive sullo stesso giornale.

la sorgente dei neutroni e la sostanza da attivare in una piccola cavità scavata nel centro di un blocco di paraffina (cilindro di 27 cm di diametro \times 20 cm di altezza). Confrontando l'intensità della attivazione che si ottiene in questo secondo caso con quella avuta prima, si trova per molte sostanze un fortissimo aumento della attivazione.

Per accertare se queste intense attivazioni erano dovute ai neutroni o ai raggi γ emessi dalla sorgente, abbiamo ripetuta l'esperienza usando come sorgente 100 mg di radio senza berillio, senza trovare nell'argento alcuna attività indotta. L'effetto sembra dunque doversi attribuire ai neutroni; ciò è confermato dal fatto che una sorgente di polonio più berillio, che non emette altro che una debolissima radiazione γ , si comporta per questi fenomeni come una sorgente di emanazione più berillio.

Non tutte le sostanze che sono attivate da neutroni mostrano un aumento di attività quando vengano irradiate in paraffina o in acqua. Anche per lo stesso elemento, quando questo dà attività indotte con più periodi diversi, accade spesso che solo alcune delle attività siano sensibili alla azione delle sostanze idrogenate. Così per esempio sono fortemente influenzate le seguenti attività: Na (15^h); Al ($2^m, 3$); V ($3^m, 7$); Ag ($22^s; 2^m, 3$); Cu (5^m); Rh ($44^s; 3^m, 9$); I (25^m). Invece per esempio le seguenti attivazioni non subiscono aumento: Si ($2^m, 3$); Al (10^m); Mg (40^s); Mn ($3^m, 7$); Zn (5^m). Da tutti i casi studiati appare la regola che le attivazioni sensibili alla azione delle sostanze idrogenate sono quelle per le quali l'elemento attivo formatosi è isotopo dell'elemento bombardato.

L'esperienza che abbiamo precedentemente descritta si presta a dare una misura approssimativa della sensibilità della attivazione alla azione delle sostanze idrogenate; chiameremo coefficiente di sensibilità il rapporto α tra le intensità delle attivazioni che si ottengono effettuando il bombardamento nelle stesse condizioni entro il blocco di paraffina oppure nell'aria. Con questa definizione $\alpha = 1$ corrisponde al caso di attivazioni che non vengono aumentate. Per le attivazioni sensibili abbiamo osservato coefficienti di sensibilità variabili entro limiti abbastanza larghi (minimo $\alpha = 1,6$ per l'uranio ($15^s, 13^m, 100^m$); massimo $\alpha = 40$ per il vanadio ($3^m, 7$)). Si noti che i valori dei coefficiente di sensibilità sono relativi alle condizioni geometriche che abbiamo specificate. Cambiando le condizioni il fattore di incremento della attivazione può essere anche notevolmente più grande; ciò ha luogo in particolare quando la sostanza da attivare si pone alla distanza di 5 o 10 centimetri dalla sorgente dei neutroni.

L'IPOTESI DEI NEUTRONI LENTI.

2. Gli esperimenti descritti si possono spiegare con l'ipotesi che l'effetto delle sostanze idrogenate sia dovuto alla diffusione e al rallentamento dei neutroni primari per urti elastici contro i nuclei di idrogeno.

Si trova facilmente che, in urto contro un protone, l'energia di un neutrone si riduce in media per un fattore $1/e$. Ne segue che 10 urti riducono l'energia a circa $1/10000$ del valore iniziale. Se questo è per esempio $4 \cdot 10^6$

e-volt, l'energia dopo 10 urti sarà ridotta a circa 200 e-volt. 20 urti sarebbero già sufficienti a ridurre l'energia a valori corrispondenti alla agitazione termica. È abbastanza naturale pensare che, quando il processo della attivazione non richiede somministrazione di energia da parte del neutrone, un neutrone lento sia catturato più facilmente dal nucleo; ciò spiegherebbe in modo semplice l'effetto delle sostanze idrogenate. Nella interpretazione delle esperienze che descriveremo in seguito ci metteremo dal punto di vista di questa ipotesi dei neutroni lenti.

Nella esperienza tipica che abbiamo descritta l'aumento della attivazione può essere in parte attribuito alle diffusioni multiple dei neutroni, i quali possono in conseguenza attraversare più volte la sostanza da attivare. Che questa però non sia la causa principale è dimostrato dalla esperienza seguente: Un cilindretto di argento era irradiato con una sorgente di emanazione + berillio di 350 mC; la distanza tra la sorgente e il cilindro era di 20 cm. Quando non c'era nessun corpo salvo l'aria nell'intorno della sorgente e del cilindro l'attività indotta nell'argento era troppo debole per poter essere rivelata. Mantenendo costante la distanza tra la sorgente e il cilindretto abbiamo poi immerso la sorgente in un recipiente contenente acqua (14 cm di diametro e 14 cm di profondità). L'argento irradiato in queste condizioni mostra una attività indotta abbastanza intensa (circa 100 impulsi per minuto). Nelle condizioni descritte il numero totale dei neutroni che colpiscono l'argento non può essere aumentato dalla presenza dell'acqua; esso sarà anzi semmai diminuito dall'assorbimento. Si deve dunque concludere che l'efficacia di un neutrone nel produrre la attivazione dell'argento è aumentata dal passaggio attraverso alle sostanze idrogenate.

ASSORBIMENTO DEI NEUTRONI LENTI.

3. Dalle esperienze precedenti risulta che la attivazione di molti elementi è più grande per neutroni lenti che per neutroni veloci. È perciò naturale ricercare se a queste forti attivazioni faccia riscontro un forte assorbimento dei neutroni lenti nella sostanza attivata. Abbiamo perciò fatta una ricerca sistematica sopra l'assorbimento dei neutroni lenti nei diversi elementi.

Lo studio è stato rivolto specialmente alla ricerca di sostanze con coefficiente di assorbimento anomalmente grande. Si sono perciò usati di solito spessori assorbenti piuttosto sottili. Il dispositivo per le misure è mostrato nella figura 1. La sorgente dei neutroni era introdotta in un foro praticato in un cilindro di paraffina (24 cm di diametro e 14 di altezza), circa due centimetri al di sotto della faccia superiore. Un secondo cilindro di paraffina si sovrapponeva al primo. In esso era scavata una cavità in cui veniva posto un rivelatore dei neutroni (costituito per solito da

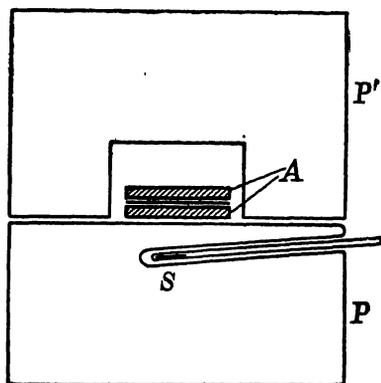


Fig. 1.

una lastra di rodio di cui si misurava la attività indotta). La lastra veniva interposta tra due strati eguali del materiale assorbente; e le misure consistevano in un confronto tra le attività con e senza assorbitori. In questi, come pure in molti altri esperimenti, abbiamo assai spesso usato il rodio come rivelatore dei neutroni lenti, poiché la attività indotta in questo elemento è molto intensa e può venir misurata in modo assai preciso con una camera di ionizzazione. Inoltre dei due periodi del rodio, 44^s e $3,9^m$, ha praticamente importanza solo il primo, ciò che rende particolarmente spedita la riduzione delle misure.

Dalle esperienze di assorbimento che abbiamo descritte è risultato che lo spessore di riduzione a metà δ per l'assorbimento dei neutroni lenti varia entro limiti assai larghi ed irregolarmente per i diversi elementi. In qualche

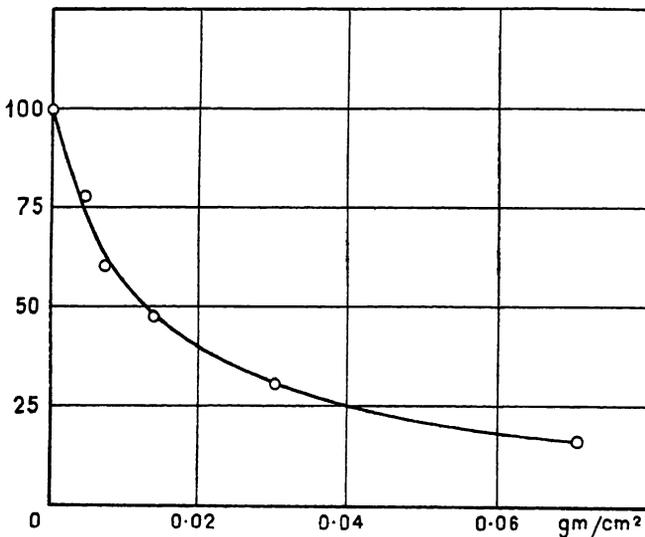


Fig. 2.

caso questo spessore è estremamente piccolo. Come casi estremi citiamo il boro ($\delta = 0,004$ gr/cm²); l'ittrio ($\delta = 0,015$ gr/cm²); il cadmio ($\delta = 0,014$ gr/cm²). Questi elementi assorbono dunque i neutroni lenti con intensità comparabile all'assorbimento per le particelle α . Invece molti altri elementi, per esempio zinco e piombo, presentano per i neutroni lenti assorbimenti di qualche migliaio di volte inferiori, aventi lo stesso ordine di grandezza di quelli noti per i neutroni veloci.

I coefficienti di assorbimento si possono dare espressivamente per mezzo di una sezione d'urto σ_{ca} per la cattura del neutrone. Si trovano così, nei casi sopra citati i valori di σ_{ca} $3\,000 \cdot 10^{-24}$ per il boro; $7\,000 \cdot 10^{-24}$ per l'ittrio; $10\,000 \cdot 10^{-24}$ per il cadmio. È notevole che queste sezioni d'urto risultino qualche migliaio volte maggiori della sezione geometrica del nucleo.

Le curve di assorbimento dei neutroni lenti non sono esponenziali ma si trova che il coefficiente di assorbimento decresce col crescere dello spessore attraversato. Diamo come esempio nella figura 2 una curva di assorbimento

nel cadmio. Questo fatto deve ricondursi alla notevole inomogeneità dei neutroni rallentati dagli urti nella paraffina.

IL PROCESSO DELLA CATTURA DEL NEUTRONE.

4. I risultati descritti sopra l'assorbimento dei neutroni lenti rendono spontaneo ricercare il meccanismo dell'assorbimento. L'ipotesi più semplice consiste nell'ammettere che il neutrone sia catturato dal nucleo formando un isotopo più pesante di una unità. Se questo isotopo è instabile dobbiamo aspettarci che gli elementi fortemente assorbenti presentino anche una intensa attività. Queste circostanze si verificano per esempio nell'indio e nell'iridio, per i quali è noto da prove chimiche che danno luogo a loro isotopi radioattivi. Una valutazione grossolana della attivazione della sostanza assorbente e del numero di neutroni assorbiti mostra che si ha verosimilmente la formazione di un atomo radioattivo per ciascun neutrone assorbito. In altri casi si trova invece che ad un assorbimento anomalmente intenso non corrisponde alcuna attivazione di notevole intensità (boro, ittrio, cadmio, mercurio). In questi casi possiamo supporre che la cattura del neutrone dia luogo alla formazione di un nucleo stabile. Evidentemente queste circostanze potranno verificarsi più facilmente negli elementi che posseggono numerosi isotopi stabili che differiscono tra di loro di una unità di peso atomico (cadmio, mercurio).

In qualsiasi caso, se il neutrone lento è semplicemente catturato, dobbiamo aspettarci che il processo di assorbimento sia accompagnato dalla emissione di una radiazione γ , con una energia corrispondente alla energia di legame del neutrone. Per neutroni veloci una radiazione γ di questo tipo è stata descritta da Lea ⁽²⁾.

Nel caso dell'assorbimento dei neutroni lenti questa radiazione è stata da noi osservata mediante l'esperimento seguente. Una sorgente di neutroni di Po + Be, della intensità di circa 60 mC, era immersa in un blocco di paraffina insieme ad un contatore di Geiger-Mueller. Uno schermo di piombo dello spessore di 10 cm proteggeva il contatore dai raggi γ diretti della sorgente. Il contatore era circondato da uno strato di piombo di 2 mm; in queste circostanze esso registrava circa 30 impulsi per minuto. Sottili strati cilindrici delle sostanze in esame erano posti intorno al contatore al di fuori della foglia di piombo. Abbiamo trovato un aumento nel numero degli impulsi per tutte le sostanze che assorbono fortemente i neutroni lenti, ad eccezione del boro e del litio. L'anomalia del comportamento di questi due elementi è dovuta al fatto che l'assorbimento del neutrone è in essi accompagnato dalla emissione di particelle pesanti invece che di raggi γ ⁽³⁾. Che la emissione di questi raggi γ sia dovuta alla azione dei neutroni lenti è provato dal fatto

(2) LEA, « Nature », 133, 24 (1934).

(3) J. CHADWICK e M. GOLDBABER, « Nature », 135, 65 (1935); E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI ed E. SEGRÈ, « Ricerca Scient. », 1, 123 (1935).

che togliendo la paraffina cessa il fenomeno; inoltre esso è ridotto di intensità proteggendo i vari elementi con un sottile strato di boro.

CONSIDERAZIONI TEORICHE SULLE PROPRIETÀ DEI NEUTRONI LENTI.

5. In un lavoro precedente ⁽⁴⁾ è stata discussa la questione se, nel caso che il bombardamento di neutroni dia luogo a un radioelemento isotopo dell'elemento di partenza, il neutrone sia catturato oppure produca la espulsione di un altro neutrone dal nucleo; cioè se il peso atomico del prodotto attivo sia $A + 1$ oppure $A - 1$. Riteniamo che i fatti osservati in seguito tendano tutti a confermare la prima ipotesi. Infatti:

a) si sono trovate due nuove deboli attività corrispondenti ad un periodo di 15 ore nel sodio e ad uno di 2,3 minuti nell'alluminio. Sia l'identità con periodi conosciuti, nel primo caso dell'alluminio e del magnesio, nel secondo del silicio e del fosforo, come pure la prova chimica nel caso del sodio, mostrano che i radioelementi sono rispettivamente isotopi del sodio e dell'alluminio. Siccome entrambi questi elementi hanno un solo isotopo stabile, cioè ^{23}Na e ^{27}Al , il radiosodio formato può a priori essere ^{24}Na o ^{22}Na , e il radioalluminio ^{28}Al o ^{26}Al . Ora entrambi gli isotopi più leggeri ^{22}Na e ^{26}Al sono conosciuti da altre reazioni nucleari e si sa che hanno periodi diversi ed emettono positroni invece che elettroni. In questi casi non resta pertanto altra ipotesi che ammettere la cattura del neutrone;

b) mentre non vi sono difficoltà teoriche per comprendere come un neutrone di energia trascurabile possa essere catturato da un nucleo, sembra invece difficile che esso possa espellere dal nucleo un neutrone legato stabilmente, e tanto meno che oltre a ciò possa restare una energia da emettere come quanto γ .

Discuteremo pertanto i fatti sperimentali ammettendo che i neutroni e più facilmente quelli lenti sono catturati da numerosi nuclei. Benché ci siano alcune difficoltà teoriche per la comprensione di questo processo di cattura, o almeno per interpretare i valori molto grandi delle sezioni d'urto osservate in certi casi, riteniamo utile sviluppare alcune conseguenze generali della teoria da tener presenti nella discussione di questo problema.

Ammettiamo, come si assume generalmente, che le forze agenti tra un neutrone e un nucleo si estendano circa fino alla distanza del raggio nucleare. Se così stanno le cose, la lunghezza d'onda di De Broglie è, per neutroni veloci, dell'ordine del raggio d'azione è quindi per neutroni lenti molto maggiore. La nota teoria dell'urto, nella quale il nucleo è trattato come una buca di potenziale, prende in questo caso una forma particolarmente semplice. Sia ψ l'autofunzione s corrispondente alla energia zero. Nella fig. 3 il prodotto $r\psi$ è rappresentato come funzione del raggio vettore r , e ρ rappresenta il raggio d'azione. La curva ha una forma irregolare per $r < \rho$, mentre che per $r > \rho$ diviene una linea retta. Supponiamo di normalizzare ψ in modo

(4) E. FERMI, « N. Cimento », 9, 429 (1934).

che sia $\psi(0) = 1$. Sia allora l'equazione della linea retta che rappresenta $r\psi$ per grandi valori di r :

$$r\psi = \eta(a + r)$$

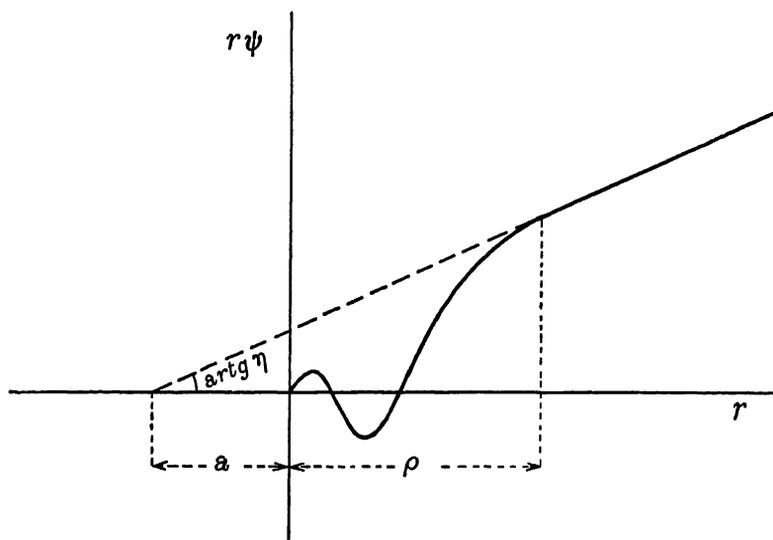


Fig. 3.

ove il significato geometrico di η e di a è chiaro dalla figura. Queste due grandezze potrebbero calcolarsi facilmente conoscendo la forma della buca di potenziale che rappresenta il nucleo. Si trova allora che la sezione d'urto elastico, al limite per basse velocità, è

$$(1) \quad \sigma_{el} = 4\pi a^2$$

mentre che la densità di probabilità di trovare il neutrone nel centro del nucleo è

$$(2) \quad P = n/\eta^2$$

essendo n la densità dei neutroni all'esterno del nucleo.

Qualunque sia il meccanismo della cattura è naturale ammettere che, almeno in una certa approssimazione, la probabilità di cattura del neutrone da parte del nucleo per unità di tempo sia proporzionale a P , cioè che questa probabilità sia data da $k\eta/\eta^2$, dove k è costante per ciascun nucleo.

Questa probabilità può esprimersi per mezzo di una sezione d'urto per cattura, σ_{ca} mediante la relazione.

$$(3) \quad \sigma_{ca} = k/\eta^2 v$$

dove v è la velocità del neutrone. Un limite alla validità di questa formula è posto dal fatto che σ_{ca} non può evidentemente superare l'ordine di grandezza del quadrato della lunghezza d'onda di de Broglie. Considerando le massime sezioni d'urto trovate sperimentalmente ($\sigma_{ca} = 10^{-20}$ cm²) questa considera-

zione permette di stabilire un limite superiore per l'energia dei neutroni lenti, limite che risulta di alcune centinaia di e-volt. Tuttavia è bene ricordare che questa conclusione è valida soltanto nelle ipotesi che abbiamo fatte.

La formula (3), valida soltanto per basse velocità, dà una sezione d'urto per cattura da parte di un dato nucleo inversamente proporzionale alla velocità del neutrone. Questo spiega perché la sezione d'urto per cattura è generalmente più grande per neutroni lenti che per neutroni veloci.

Dalla (3) risulta ancora che σ_{ca} è inversamente proporzionale a η^2 . Siccome in qualche caso la linea retta della fig. 3 può casualmente risultare quasi parallela all'asse delle ascisse, η può essere molto piccolo, e conseguentemente la sezione di cattura molto grande. In questo comportamento delle autofunzioni si deve probabilmente ricercare la causa delle sezioni di cattura anomalmente grandi che si osservano per alcuni elementi.

Per dedurre dalla (3) i valori assoluti delle sezioni d'urto, occorre poi in ogni caso una ipotesi sul meccanismo fisico della cattura dal quale dipende il valore del coefficiente k . Si sa dall'esperienza che i processi di cattura possono essere due. Per alcuni elementi molto leggeri (Li, B) la cattura del neutrone è seguita dalla emissione di particelle pesanti; mentre negli elementi più pesanti il processo normale sembra essere la cattura con emissione di raggi γ . Il legame di un ulteriore neutrone a un nucleo mette in libertà una energia avente in media un valore di 7 milioni di e-volt. Questo eccesso di energia può dunque in alcuni casi determinare la espulsione di una particella α , purché la barriera di potenziale che circonda il nucleo sia abbastanza bassa per consentire alla particella di sfuggire rapidamente. Si può dunque attendere che questo processo si abbia solo per gli elementi più leggeri; mentre nella attivazione con neutroni veloci, l'aggiunta alla energia di legame del neutrone, della sua energia cinetica, rende il processo di emissione di una particella α o di un protone possibile anche per elementi di peso un po' maggiore.

Nel caso della cattura del neutrone con emissione di raggi γ , che si osserva per elementi di tutti i pesi atomici, fino ai più elevati sembra che il meccanismo ordinario della irradiazione dia dei valori un po' troppo bassi per k . Questo coefficiente dipende da due fattori entrambi di difficile valutazione: la energia del quanto γ emesso e l'elemento di matrice. Siccome, a parità di altre condizioni, la probabilità di emissione di un quanto γ è proporzionale a v^3 , si deve ritenere che siano preferiti i processi con forte energia di legame del neutrone; questa energia di legame può probabilmente in parecchi casi essere considerevolmente maggiore di 10 milioni di volt.

Anche a nome dei nostri collaboratori esprimiamo i più vivi ringraziamenti al prof. G. C. Trabacchi che ci ha fornite le sorgenti di emanazione. Ringraziamo anche il prof. L. Rolla per il dono di alcune terre rare; il dottor G. Fea per aiuto nelle esperienze e il Consiglio Nazionale delle Ricerche per aiuti finanziari. Ringraziamo anche i tecnici dell'Istituto, Cav. A. Diotallevi e fratelli R. e G. Berardo per il loro solerte ed abile aiuto.

109.

ON THE VELOCITY DISTRIBUTION LAW FOR THE SLOW NEUTRONS

Zeeman, *Verhandelingen* p. 128–130, Martinus Nijhoff, the Hague, 1935

We shall deal in this paper with the problem of finding the velocity distribution law for an ensemble of neutrons projected through an hydrogenated substance. The problem has become of a certain interest, as it was shown⁽¹⁾ that several elements, which can be transformed by a neutron impact into unstable isotopes, showing the phenomenon of the artificial radioactivity, are by far more strongly activated, when irradiation with the neutrons takes place inside an hydrogenated medium, such as water or paraffine wax. An interpretation of this phenomenon, which seems to fit fairly well with the known facts, is afforded by the hypothesis, that neutrons inside an hydrogenated medium are rapidly slowed down by the impacts against the hydrogen nuclei. There are some theoretical reasons for admitting that, at least in some cases, slow neutrons are more easily captured by nuclei than fast ones; the high intensity of the activation obtained by neutron bombardment inside a mass of water or paraffine could be thus understood as due to the action of the slow neutrons.

In order to calculate the velocity distribution for the neutrons, we will admit the following points:

a) The slowing down of the neutrons is only due to the elastic collisions against the hydrogen nuclei. Let $\lambda(v)$ be the mean free path for elastic collision against hydrogen for a neutron with velocity v .

b) In an impact between a neutron and a proton, the probability of scattering is uniformly distributed in all directions, when referred to a system in which the centre of gravity of the neutron and the proton is at rest.

c) The velocity of the protons due to the thermal agitations is negligible.

d) A source of neutrons projects in the medium Q neutrons per second, all having the same velocity v_0 .

e) Neutrons can be captured by nuclei; let $\tau(v)$ be the mean life of a neutron with velocity v before it is captured by a nucleus.

Let n_0 be the number of neutrons having velocity v_0 . This number increases per unit time by Q through the effect of the source; and decreases by $n_0(v_0/\lambda_0 + 1/\tau_0)$ due to collisions against hydrogen and to capture processes. For the statistical equilibrium:

$$(1) \quad Q = n_0 \left(\frac{v_0}{\lambda_0} + \frac{1}{\tau_0} \right).$$

(1) E. FERMI, E. AMALDI, B. PONTECORVO, F. RASETTI ed E. SEGRÈ, « *La Ricerca Scientifica* », 5 (2), 280 (1934).

Let $n(v) dv$ be the number of neutrons with velocity between v and $v + dv$. Collisions against the protons and capture processes produce a decrease of $n(v)$ by

$$n(v) \left[\frac{v}{\lambda(v)} + \frac{1}{\tau(v)} \right]$$

per unit time.

This decrease is compensated by the effect of the collisions of the neutrons which have before the impact a velocity $v' > v$, and whose velocity is reduced by the collision to a value between the limits v and $v + dv$. It is easily shown, that the probability for an impact of a neutron with velocity v' to reduce the velocity to a value $< v$ is given (see point *b*) by v^2/v'^2 ; hence follows, that the probability for the velocity to be reduced to a value between v and $v + dv$ is $2v dv/v'^2$. We deduce herefrom, that the increase of $n(v)$ per unit time, due to collisions of the $n(v') dv'$ neutrons with velocity between v' and $v' + dv'$ is:

$$n(v') dv' \cdot \frac{v'}{\lambda(v')} \cdot \frac{2v}{v'^2}.$$

This must be integrated with respect to v' between the limits v and v_0 . To this increase we must add the contribution of the impacts of the neutrons with velocity v_0 , which is similarly given by:

$$n_0 \cdot \frac{v_0}{\lambda_0} \cdot \frac{2v}{v_0^2}.$$

As a condition for the statistical equilibrium we find at last

$$(2) \quad n(v) \left[\frac{v}{\lambda(v)} + \frac{1}{\tau(v)} \right] = 2v \int_v^{v_0} \frac{n(v') dv'}{v' \lambda(v')} + \frac{2v n_0}{v_0 \lambda_0}.$$

In order to determine $n(v)$, we divide by $2v$ and derivate with respect to v ; we find thus the following differential equation:

$$\frac{d}{dv} \left\{ \frac{n(v)}{2} \left[\frac{1}{\lambda(v)} + \frac{1}{v\tau(v)} \right] \right\} + \frac{n(v)}{v\lambda(v)} = 0$$

whose integral is

$$(3) \quad n(v) = c \frac{v\lambda(v)}{v + \lambda(v)/\tau(v)} e^{\int_v^{v_0} \frac{dn}{v + \lambda(v)/\tau(v)}}$$

where c is the integration constant. Its value, when needed, can be determined from (1) and (2) and results:

$$(4) \quad c = \frac{2n_0}{\lambda_0 v_0} = \frac{2Q}{v_0(v_0 + \lambda_0/\tau_0)}$$

(3) and (4) completely solve our problem.

The result takes a very simple form, if we assume that, at least under a certain speed limit, λ and τ are independent of the velocity. These assumptions are supported by a quantum mechanical consideration of the collision process, and are probably valid when the de Broglie wave length is large com-

pared to the nuclear dimensions. With these assumptions (3) takes the simple form:

$$(5) \quad n(v) = \text{const.} \frac{v}{(v + \lambda/\tau)^3}.$$

With this distribution we find as the most probable velocity of the slow neutrons

$$(6) \quad v_p = \frac{\lambda}{2\tau}.$$

For this velocity the mean free path for elastic collisions is of the same order of magnitude (more exactly the double) of the mean free path $v_p \tau$ for the capture process.

February 15, 1935.

110.

ON THE RECOMBINATION OF NEUTRON
AND PROTONS

« Phys. Rev. », 48, 570 (1935).

The process of the protoelectric disintegration of the deuteron, and the reverse process (recombination of a neutron and a proton with formation of a deuteron and emission of a γ quantum) have been treated theoretically by Bethe and Peierls⁽¹⁾. These authors consider the emission or absorption of γ -rays by the ordinary mechanism of the electric dipole radiation. For the recombination cross section they obtain an expression which vanishes in the limit of low relative velocities of the neutron and the proton. This last result seems to be in contradiction with general experimental evidence, that slow neutrons are captured in hydrogenated materials such as paraffin or water. Recently the lifetime of a slow neutron in paraffin has been evaluated by a direct experiment and found to be of the order of magnitude of 10^{-4} second⁽²⁾.

I wish to point out that if we take into account also the radiation processes due to oscillations of the magnetic dipole of the neutron-proton system, one finds a probability of capture which is in satisfactory agreement with the above value. The theory is based on the customary assumption that the fundamental state of the deuteron is a 3S (neutron and proton with parallel spins).

The ordinary theory of impact shows that in the case of slow neutrons only the capture from S states in the continuum is of importance. The usual radiative processes of electric dipole and quadripole are forbidden for these S—S transitions. Instead transitions from a 1S state in the continuum to the fundamental 3S state can occur by the mechanism of magnetic dipole radiation.

The ordinary electromagnetic theory gives for the inverse mean life $1/\tau$ of a neutron with velocity v moving in a medium containing n protons per unit volume the following formula:

$$\frac{1}{\tau} = n \cdot \frac{64 \pi^4 \hbar v^3}{c^3 m^2 v^2} \mu_0 (g_p - g_n)^2 \left| \int f \varphi r^2 dr \right|^2.$$

(1) H. BETHE and R. PEIERLS, « Proc. Roy. Soc. », A 148, 146 (1935).

(2) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO and E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 6 (1), 581 (1935).

m is the neutron mass: ν is the emitted frequency; μ_0 is the nuclear magneton; g_p and g_n are the nuclear g -factors for proton and neutron. The last integral contains the normalized eigenfunction $f(r)$ of the fundamental state and the continuum eigenfunction $\varphi(r)$. This last is normalized in such a way that for large r it goes over into $(1/r) \sin(2\pi pr/\hbar + \text{const.})$.

This last integral can be evaluated numerically by methods similar to those used by Bethe and Peierls. The parameter needed for the description of the 1S eigenfunction can be obtained on the assumption that the high elastic scattering cross section of slow neutrons in hydrogen is mainly due to the 1S eigenfunction (real or virtual 1S level close to energy zero). We find for slow neutrons

$$\frac{1}{\tau} = \frac{16\pi^3 W^{5/2}}{\hbar^3 c^3 m^{1/2}} \frac{\mu_0^2 (g_p - g_n)^2}{l},$$

where l is the mean free path for the elastic scattering of slow neutrons (for paraffin about 0.5 cm)⁽³⁾, and $W = 2.1 \times 10^6$ e. v. is the binding energy of the deuteron. Assuming 3 and 1, nuclear magnetons, as magnetic moments of the proton and the deuteron⁽⁴⁾, we get $g_p = 6$ and $g_n = -4$. This gives $1/\tau = 5.2 \times 10^3$ in agreement with the experimental result.

The magnetic dipole radiation affects also the process of the photoelectric disintegration of the deuteron. The cross section for the photoelectric absorption of a γ -ray by a deuteron results on the same assumptions

$$\sigma_\gamma = \frac{4\pi^2 a^2 \alpha^2 \mu_0^2 (g_p - g_n)^2}{3\hbar c} \frac{(\gamma - 1)^{1/2}}{\gamma \{1 + a^2 \alpha^2 (\gamma - 1)\}},$$

where

$$a^2 = \frac{1}{\pi n l}, \quad \alpha^2 = \frac{4\pi^2 m W}{\hbar^2}, \quad \gamma = \frac{\hbar \nu}{W}.$$

The cross section must be added to that already calculated by Bethe and Peierls in order to give the total cross section.

Details of this theory will be published elsewhere.

University of Michigan.

August 27, 1935.

(3) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », *A* 149, 522 (1935).

(4) O. FRISCH and O. STERN, « Z. Physik », 85, 4 (1933); I. ESTERMANN and O. STERN, « Z. Physik », 85, 17 (1933); « Phys. Rev. », 45, 761 (1934); I. I. RABI, J. M. B. KELLOGG, J. R. ZACHARIAS, « Phys. Rev. », 45, 761, 769 (1934).

N° 112-119.

These papers are a collection of Fermi's work from October 1935, to May 1936.

Paper N° 119 is a theoretical one. In addition to many new results it contains some results obtained earlier but previously unpublished or published only in preliminary form. All of the purely experimental work was done in collaboration with me. The original notebooks which record the data are preserved in the Archives of the Domus Galilaeana at Pisa.

After the summer vacation of 1935, Fermi and I found ourselves alone in Rome. Most of the group had dispersed by now. The general atmosphere in Italy was chiefly to blame for this as the country prepared for the Ethiopian war. Rasetti had gone to the U.S.A. and planned to stay at Columbia University for at least a year. Segrè, too, had left for a summer in the United States, and in the meantime had been appointed professor at the University of Palermo. Upon his return to Italy, he also left Rome to go to Sicily. D'Agostino no longer worked with us and had taken a position at the Istituto di Chimica del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Pontecorvo had returned to Rome shortly after us and for a few months worked with Wick; later he won a Ministero dell'Educazione Nazionale scholarship for study abroad and left Rome in the spring of 1936 to work with the Joliot's at the Curie Laboratory in Paris. Thereafter his visits to Rome were very brief and infrequent.

Upon resuming work, Fermi and I turned our attention to some results of Bjerger and Westcott, and of Moon and Tillman, who had observed that the absorption of slow neutrons by various elements differed slightly depending on the element used as detector. This fact was not explained by the current theory of the absorption of neutrons by nuclei. This theory predicted a capture cross section inversely proportional to the velocity of the neutrons for all nuclei. This energy dependence was supposed to be valid for such large energy intervals as to certainly cover the energy range of slow neutrons.

We went to work with even greater energy than in the past, as if by our own more intensive efforts we wanted to compensate for the loss of manpower in our group.

We had prepared a systematic plan of attack which we jokingly summarized by saying that we would measure the absorption coefficient of all 92 elements combined in all possible ways with the 92 elements used as detectors. In jest we added that after combining all the elements two by two, we would also combine them three by three. By this we meant that we would also study the absorption properties of the neutron radiation filtered in several ways.

Actually, after having measured the absorption coefficient of eleven different elements in all possible combinations with seven detectors, we were convinced that the observations of the two English research groups were correct, and in general that the rule that the absorption coefficient of a certain element was greater when the element itself was used as detector was valid. We began to study the particular cases of silver, rhodium and cadmium in great detail. The absorption properties of cadmium were investigated more thoroughly. We performed on the neutrons filtered by a cadmium layer, absorption measurements of different elements with various detectors, as we had already done in studying the unfiltered neutron radiation. Thus, early in November 1935, we established that, if the neutrons were previously filtered with cadmium, the self-absorption effect mentioned above was considerably greater (N° 112). Indeed, this idea was already contained in the papers of the two English groups, but our measurements, which were more extensive and complete, made this interpretation compelling.

I think it is interesting to note that on this occasion I, as many others, tended to make a simple picture of the phenomenon; I tried to interpret the different groups of neutrons as different bands of energy. Fermi, however, did not want to accept this description. He, too, was convinced that this was obviously the simplest hypothesis, but maintained that it was not strictly necessary, at least for the moment, and was therefore harmful if introduced into our mental picture. He insisted that one must proceed by reasoning with the

observed experimental facts only. The correct interpretation of the nature of the neutron groups would finally emerge as a necessary consequence of the data. He was afraid that a preconceived interpretation, however plausible it sounded, would sidetrack us from an objective appraisal of the phenomenon that confronted us.

Therefore we began a systematic study of the absorption and diffusion properties of the various neutron groups, labelling them with letters, both for brevity and in order to avoid any trace of interpretation. The expression «group C» was used for neutrons strongly absorbed by cadmium; «group D» for neutrons strongly absorbed by rhodium, but not by cadmium; «group A and B» for the two components which we believed we had characterized in the radiation strongly absorbed by silver, but not absorbed by cadmium.

In a second letter to the «*Ricerca Scientifica*», dated December 12, 1935, (N° 113), the groups of slow neutrons are clearly defined and their absorption and other properties are studied. In this paper there are reported experiments which were performed to establish the number of neutrons belonging to each group (numerosity) among those that emerge from the surface of the moderator (paraffin or water), the reflection coefficient of the various groups (albedo)⁽¹⁾, and their diffusion distance.

Thus we showed evidence that the group C—the neutrons strongly absorbed by cadmium—had very different properties from the neutrons that passed through cadmium. The albedo of the neutrons of group C was very high (0.83), while that of groups D, A, etc. was negligible. The diffusion length in paraffin was about 3 cm for group C, while it was about six times less for the other groups.

These latter results were further clarified by a more accurate experiment performed in January 1936, and published in paper N° 114, in which the diffusion length was determined from the escape probability of a neutron originally found at a depth x within a medium filling a halfspace. The expression of such a probability is derived from the diffusion equation which had been adopted for the description of the properties of group C. In this same paper, the interpretation of the neutron groups, as due to energy differences, is discussed as the most likely interpretation, without, however, precluding other interpretations. The work concludes with reference to an experiment well under way, but not yet completed, whose purpose is to clarify this point: if various groups differ only in energy, the neutrons which at a certain moment belong to a group, as a result of further slowing down, must transform, themselves into neutrons of another group.

At that time we had already learned from several experiments by other workers quoted in paper N° 114 that group C included thermal neutrons. Therefore, if the interpretation of the groups in terms of different bands of energy was correct, all the other groups ought to be transformable by slowing down into group C. The definitive results of these experiments are recorded in paper N° 117. An experiment of the same type had already been published by Halban and Preiswerk. Plate VIII reproduces p. 114, notebook B3, dated February 20 1936, in which the results of an experiment of this type are recorded.

In order to establish precisely the diffusion properties of group C neutrons, it was necessary to supplement the measurements of the diffusion length mentioned above with a measurement of the mean free path. The result of a first measure of this quantity is reported in the letter to the «*Ricerca Scientifica*», dated March 20, 1936 (N° 115), in which a clear difference is shown between the values of the group C neutrons' mean free path and the mean free path of all other neutron groups.

The explanation of neutron groups in terms of differences in energies had in the meantime been imposed both by the experiments of the type referred to above—the transformability of various groups into group C—and as a result of a work by Bohr⁽²⁾ presented at the Danish Academy, January 27, 1936. In this paper a mechanism of the nuclear processes was suggested, explaining the existence of many thin levels of nuclei of intermediate and high atomic number.

(1) The expression albedo is used by astronomers for the fraction of incident light diffusely reflected from the surface of a planet or satellite. The most common use refers to the moon. It is, however, also used for other surfaces: for instance, for snow.

(2) N. BOHR, «*Nature*» (London), 137, 344 (1936).

However, the difference in mean free path reported in paper N° 115, was interpreted by Fermi as due to the chemical bond, since he could not imagine any nuclear phenomenon that could possibly give rise to a similar effect. The theory of this phenomenon is given in paper N° 119.

At this point, perhaps it is useful to remember that while this work progressed, measurement techniques were becoming considerably more refined. During the first period of investigation by the group at the University of Rome, the activity measurements were taken exclusively by means of Geiger counters with thin aluminum walls (one of these counters is preserved at the Domus Galilaeana). However, after the discovery of the effect of hydrogenous substances, the activity had become so high that it was frequently possible to use an ionization chamber connected to an electrometer. This technique was then developed and perfected by experimenting with new types of ionization chambers and new ways of using the electrometers. These had been calibrated with great care in order to know their characteristics well and utilize them to their maximum potentialities. The preparation of many nomograms and graphs allowed a rapid computation, from the readings made on the electrometer scale, of the activity of the radioactive body being measured.

Once the interpretation of the phenomena observed on the basis of the compound nucleus' resonance levels, according to Bohr's hypothesis, was accepted, the problem of determining the width and energy of these resonance lines naturally arose. It is treated in paper N° 116 (dated April 13, 1936) in which use was made of various formulas whose derivation is reported in paper N° 119. This work demonstrates how the mean value of the square of the distance travelled by the neutrons, before they reach the resonance energy of the detector, increases as the resonance energy of the detector decreases. In this way a quantitative relation between spatial distribution of resonance neutrons and their energy was established.

Paper N° 117 reports a measure of group C (thermal neutrons) mean free path, based on the extrapolation distance, and re-examines all the diffusion properties of slow neutrons in paraffin.

All of these and various other measurements, including the determination of the total number of neutrons emitted by a source based on the space integration of slow neutrons in an hydrogenous medium of large dimensions, are summarized and discussed in paper N° 118, dated May 29, 1936.

The academic year, which had slipped by in an atmosphere of frenzied work and isolation, was by now drawing to a close. Rasetti wrote to us every now and then about what was happening at Columbia University; reprints by Halban and Preiswerk kept us informed on the work in Paris; and a correspondence with Placzek kept us in contact with Copenhagen. Through this latter correspondence we learned of Bohr's work, as well as that of Frisch and Placzek, concerning the $1/\nu$ absorption law in boron. Through this correspondence the joke that, as the captain's age can be determined from the length of the ship's mast, so the energy of a neutron group can be determined by the distance it travels as it slows down, spread from Rome. The expression "age", used later by Fermi to represent the magnitude $\bar{r}^2/6$, might date back to this period. At first the expression "the age of the captain" was used to refer to experiments concerning the transformation of one group into another of lower energy (fig. 1).

Paper N° 119 is theoretical; it includes, besides the calculation for \bar{r}^2 as a function of the energy, the calculations for the albedo, for the extrapolation length, for the angular distribution of neutrons leaving the surface of the moderator, and numerous other problems treated with the «one dimensional medium model», which, according to Fermi, even many years later, was sufficient for dealing with the majority of diffusion problems. The most refined mathematical methods were pure delusion, according to Fermi, since the uncertainties inherent in physical hypotheses, which were at the base of any treatment, were much more than the mathematical crudities inherent in this model.

The second part of paper N° 119 includes the theory of the effect of chemical bond on the neutron-proton collision and the theory of the radiative capture of protons by hydrogen on which he had already published a brief note (N° 110).

These theoretical activities took place in the early hours of the morning before Fermi arrived at the Institute. He was always there before nine and, at that time, often at eight.

This paper contains the seeds of nearly all of the important ideas on neutrons that Fermi developed in succeeding years.

Besides Fermi and me, Wick and Pontecorvo were also working at the Institute. For some months they measured the backwards scattering of the neutrons of different groups on different substances. Then Pontecorvo left for Paris, and Wick went back to theoretical physics. There was Ettore Majorana, and occasionally Segrè came to visit us from Palermo.

We worked with incredible stubbornness. We would begin at eight o'clock in the morning and take measurements almost without a break until six or seven in the evening, and often later. The measurements were taken with a chronometric schedule as we had studied the minimum time necessary for all the operations. They were repeated every three or four minutes, according to need, for hours and hours and for as many successive days as were necessary to reach a conclusion on a particular point.

Having solved one problem we immediately attacked another without a break or feelings of uncertainty: "Physics as soma" (*) was the phrase we used to refer to our work performed while the general situation in Italy grew more and more bleak, first as a result of the Ethiopian campaign, and then as Italy took part in the Spanish Civil War.

In June, Fermi left for the United States where he was to give a thermodynamics course at Columbia University. I followed him there shortly afterwards, having received a grant from the Volta Foundation of the Accademia d'Italia with which I intended to study the construction of a 1 Mev proton accelerator.

On my way to Washington D.C., I stayed in New York for about a month where, at Columbia University, I translated paper N° 118 into English for publication in the "Physical Review" (N° 118 *bis*). I was helped in the work of translation by H. H. Goldsmith, who was taking Fermi's course at Columbia. I also tried to convince Fermi to translate his theoretical paper N° 119 into English, but he said that he didn't want to waste the time, and if someone was interested in studying slow neutrons, he would have to read it, even if it was published only in Italian.

E. AMALDI.

112.

SULL'ASSORBIMENTO DEI NEUTRONI LENTI. — I.

E. AMALDI ed E. FERMI

« Ric. Scientifica », 6 (2), 344-347 (1935).

1. *Assorbimenti selettivi*. - Bjerger e Westcott, Moon e Tillman e altri ⁽¹⁾ hanno osservato che l'assorbimento delle diverse sostanze per i neutroni lenti risulta differente a seconda della sostanza usata come rivelatrice. Ci siamo proposti uno studio sistematico su questo argomento e ne esponiamo qui i primi risultati.

(*) This expression comes from the Aldous Huxley novel "Brave New World" and refers to a pill with a sexual hormone base used by men in the year 2000 to combat spleen.

(1) T. BIERGE e C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. », *A* 150, 709 (1935); J. R. TILLMAN e P. B. MOON, « Nature », 136, 66 (1935); B. PONTECORVO, « Ric. Scientifica », 6 (2), 145 (1935); MITCHELL, DUNNING, SEGRÈ, PEGRAM, « Phys. Rev. », 48, 175 (1935).

Nella Tabella I, che è analoga a quella riportata già da altri Autori, le colonne corrispondono agli elementi usati come assorbitori e le righe ai rivelatori. I numeri rappresentano l'assorbimento in percentuale. Le caratteristiche dei rivelatori sono le seguenti: Manganese (periodo 150 min; 30 g/25 cm² di MnO₂); Bromo (periodo 18 min; 26 g/25 cm² di NaBr); Rodio (periodo 44 s; 10 g/28 cm² di elemento); Argento (periodo 22 s; 8 g/27 cm² di elemento); Indio (periodo 54 min; 3,8 g/17 cm² di elemento); Iodio (periodo 25 min; 25 g/25 cm² di elemento); Iridio (periodo 19 ore; 14,5 g/25 cm² di elemento).

Le caratteristiche degli assorbitori sono: Boro (0,17 g/cm² di elemento); Cloro (1 g/cm² di NaCl); Manganese (1 g/cm² di MnO₂); Bromo (1 g/cm² di NaBr); Rodio (0,36 g/cm² di elemento); Argento (0,96 g/cm² di elemento); Cadmio (0,27 g/cm² di elemento); Iodio (1 g/cm² di elemento); Iridio (0,58 g/cm² di elemento); Mercurio (8,2 g/cm² di elemento).

In queste misure come nelle altre che saranno descritte in seguito, la sorgente dei neutroni di Emanazione e Berillio (fino a circa 700 millicurie) veniva posta entro un blocco cilindrico di paraffina (diametro cm 25,5, altezza cm 16) sull'asse tre centimetri sotto la base superiore. Le sostanze, in forma di strati il più possibile sottili, venivano appoggiate sul centro della base superiore ponendo gli strati assorbenti a diretto contatto della paraffina e sopra di essi i rivelatori.

Quando gli assorbitori non erano sufficientemente sottili, i risultati venivano corretti per tener conto della altezza del rivelatore sopra la paraffina.

TABELLA I.

Rilevatori	Assorbitori:	B	Cl	Mn	Br	Rh	Ag	Cd	I	Ir	Hg
Mn		13	59	73	92	59	59	15	98	35	9
Br		50	68	81	61	79	79	69	86	84	43
Rh		17	67	88	96	54	67	27	97	38	11
Ag		30	60	86	91	68	45	40	89	48	27
In		23	69	91	97	53	67	40	97	38	10
I		54	73	79	84	91	70	75	55	68	48
Ir		29	62	83	87	49	71	49	—	34	—

Dall'esame di questa tabella si conferma il risultato, già osservato da altri Autori, che di regola l'assorbimento di un elemento è più forte quando l'elemento stesso è usato come rivelatore, ciò che fa pensare a delle selettività nell'assorbimento dei neutroni. Si nota inoltre che alcuni elementi hanno un comportamento analogo come per esempio le coppie Br e I, In e Rh.

2. *Curve di assorbimento.* - Ulteriori informazioni su questi fenomeni si hanno dallo studio delle curve di assorbimento. Fino ad ora abbiamo studiato dettagliatamente gli assorbimenti del Cd con rivelatori Rh ed Ag e

dell'Ag con rivelari Rh, In ed Ag di due differenti spessori. Nelle nostre condizioni sperimentali la curva di assorbimento che si avrebbe nel caso di una radiazione omogenea non è esponenziale poiché molti neutroni attraversano obliquamente lo strato assorbente; di questo fatto è stato tenuto conto nell'interpretazione dei risultati.

I risultati non corretti per questa causa sono i seguenti:

TABELLA II.

Assorbitore Cd g/cm ²	0	0,00076	0,003	0,0071	0,0193	0,042
Rh 0,36 g/cm ²	100	97,3	93,9	86,3	68,7	51,2
Ag 0,057 g/cm ²	100	—	95,4	89	75,3	64,4

Assorbitore Cd g/cm ²	0,070	0,112	0,139	0,27	0,54	0,79	1,05	4
Rh 0,36 g/cm ²	41,4	33,5	31,9	27,0	25,4	24	24	17,5
Ag 0,057 g/cm ²	57	53	53	50	50	49	48	—

TABELLA III.

Assorbitore Ag g/cm ²	0	0,0018	0,0037	0,0096	0,021	0,057
Rh 036 g/cm ²	100	—	—	—	—	98
Ag 0,057 g/cm ²	100	96,7	93,5	89,4	83,9	75
Ag 0,30 g/cm ²	100	—	—	—	—	85
In 0,22 g/cm ²	100	—	—	—	—	—

Assorbitore Ag g/cm ²	0,306	0,612	0,925	1,78	2,63	3,48
Rh 036 g/cm ²	85,5	77	68,3	53,8	43,8	36
Ag 0,057 g/cm ²	56	45	36	—	—	—
Ag 030 g/cm ²	65,3	55,3	46,5	32	25,2	19,4
In 0,22 g/cm ²	86	—	—	—	43	36

Gli spessori assorbenti più sottili sono stati fatti laminando leghe di Sn contenenti opportune percentuali di Ag e Cd, avendo verificato preventivamente che strati sottili di Sn non assorbono apprezzabilmente.

Di tutti questi assorbimenti i più semplici sono quelli dell'Ag rivelatore il Rh e l'In; tali curve, corrette per l'obliquità dei neutroni corrispondono ad assorbimenti esponenziali con coefficiente di assorbimento massico eguale in entrambe i casi a 0,13 cm²/g.

La curva di assorbimento del Cd sul rivelatore Rh, anch'essa corretta per l'obliquità, si può analizzare in un esponenziale con grande coefficiente di assorbimento (coefficiente di assorbimento massico 10) oltre ad una componente pochissimo assorbibile (circa 300 volte più penetrante dell'altra) che rappresenta circa il 25% della intensità totale. Anche la curva di assorbimento del Cd con rivelatore Ag (0,057 g/cm²) ha caratteristiche simili; in

questo caso la componente molle ha coefficiente di assorbimento massico $13 \text{ cm}^2/\text{g}$ e rappresenta circa il 50% dell'attività totale.

La curva di assorbimento dell'Ag con rivelatore Ag è stata fatta usando due rivelatori con differente spessore poiché essendosi subito notato che la curva di assorbimento, particolarmente per spessori di assorbimento sottili, deviava fortemente da un esponenziale, si è ritenuto conveniente usare anche un rivelatore molto sottile in modo da accentuare l'intensità relativa della porzione più molle della radiazione. La curva di assorbimento che si ottiene con un rivelatore sottile, corretta per l'obliquità, può analizzarsi entro i limiti degli errori sperimentali in due esponenziali: il primo rappresenta il 25% dell'intensità totale ed ha un coefficiente di assorbimento massico di $19 \text{ cm}^2/\text{g}$; il secondo, che rappresenta il 75% dell'intensità totale, ha coefficiente di assorbimento massico di $0,3 \text{ cm}^2/\text{g}$; naturalmente questa analisi non è in alcun modo univoca ma indica chiaramente che una parte della radiazione viene fortemente assorbita mentre l'altra è notevolmente più penetrante.

Le cose si presentano come se la banda d'assorbimento corrispondente alla attivazione dell'Ag avesse un massimo assai accentuato che non si manifesta nell'assorbimento dell'elemento stesso usando come rivelatori il Rh e l'In.

3. *Assorbimenti multipli.* - Abbiamo descritto nel paragrafo precedente l'assorbimento del Cd con rivelatori Rh ed Ag ed abbiamo osservato che da spessori di pochi decigrammi di Cd filtra una radiazione che non è ulteriormente assorbita dal Cd che in misura minima. Fatti analoghi si osservano anche con altri rivelatori. Ci siamo proposti uno studio delle proprietà di questa radiazione che filtra attraverso ad alcuni decigrammi di Cd (più precisamente nelle nostre esperienze $0,27 \text{ g/cm}^2$ di Cd).

La Tabella IV è analoga alla I solo che si riferisce alla radiazione filtrata da $0,27 \text{ g/cm}^2$ di Cd.

TABELLA IV.

Rivelatori	Assorbitori: Rh	Ag	Ir
Mn	87	80	—
Br	84	78	74
Rh	31	81	37
Ag	88	29	53
In	43	84	—
I	82	76	—

Le caratteristiche degli assorbitori e dei rivelatori usati in questa tabella sono le stesse di quelli usati nella Tabella I.

La Tabella IV si presta ad alcune interessanti osservazioni: così per esempio gli assorbimenti del Rodio e dell'Argento usati nei quattro modi possibili

come assorbitori e come rivelatori, mostrano una selettività assai maggiore che non usando radiazione non filtrata. Anzi gli assorbimenti dell'Ag con rivelatore Ag e del Rh con rivelatore Rh sono maggiori sulla radiazione filtrata che su quella naturale come risulta dal confronto delle Tabelle I e IV. Questo complesso di fatti indica che la radiazione filtrata dal Cd ha le proprietà generali dei neutroni lenti; nell'ipotesi che le selettività corrispondano a bande di assorbimento comprendenti un certo intervallo di velocità dei neutroni, questi fatti suggerirebbero che la banda del Cd sia interposta fra quelle del Rh e dell'Ag e che si sovrapponga alla parte comune di queste due. Allo stato presente della ricerca tali considerazioni non possono avere che un carattere estremamente provvisorio. Analoghi fenomeni sono stati osservati sulla radiazione filtrata da B oppure dal Hg.

Per studiare più dettagliatamente le proprietà della radiazione filtrata dal Cd abbiamo rilevato la curva di assorbimento dell'Ag con rivelatore Ag ($0,057 \text{ g/cm}^2$) filtrando prima la radiazione con $0,27 \text{ g/cm}^2$ di Cd. La Tabella V dà i risultati:

TABELLA V.

Assorbitore Ag g/cm^2	0	0,0018	0,0037	0,0096	0,021	0,057
Ag $0,057 \text{ g/cm}^2$	100	96,8	92,5	81	70,7	54,4
Assorbitore Ag g/cm^2			0,306	0,925	3,48	
Ag. $0,057 \text{ g/cm}^2$			33	22	12	

Come si vede da questa tabella la curva di assorbimento sulla radiazione filtrata dal Cd dell'Ag con rivelatore Ag, pur avendo le stesse caratteristiche generali dell'analogica curva fatta con la radiazione non filtrata dal Cd, ne differisce in quanto i rapporti fra le intensità della parte molle e della parte dura sono alterati a vantaggio della prima; ciò fa pensare che il Cd assorba intensamente la radiazione poco assorbita dall'Ag e viceversa. Questa circostanza trova del resto una conferma nel fatto che le curve di assorbimento del Cd con rivelatori di Ag sottile o spesso differiscono nel senso che con rivelatore sottile l'intensità della componente poco assorbita dal Cd è maggiore che con rivelatore spesso.

113

SULL'ASSORBIMENTO
DEI NEUTRONI LENTI. — II.

E. FERMI ed E. AMALDI

« Ric. Scientifica », 6 (2), 443-447 (1935).

1. *Gruppi di neutroni lenti.* - In una precedente lettera⁽¹⁾ abbiamo esposto i primi risultati dello studio delle curve di assorbimento dei neutroni lenti, usando vari rivelatori ed assorbitori.

Cercheremo di riassumere i dati già esposti ed altri, di cui parleremo in seguito, servendoci del classico metodo consistente nel fare un'analisi delle curve di assorbimento in curve esponenziali, in modo da identificare nel complesso delle radiazioni neutroniche, che escono da un blocco di paraffina (contenente la sorgente di Em + Be), delle componenti omogenee nel senso che per ognuna di esse ed ogni assorbitore si possa assegnare un coefficiente di assorbimento indipendente dal rivelatore usato.

È ben noto che l'analisi in componenti esponenziali di una curva di assorbimento può essere ritenuta attendibile solo quando la precisione delle misure singole è assai elevata e inoltre la disposizione geometrica dell'assorbitore e rivelatore rispetto alla sorgente, corrisponde a condizioni esattamente calcolabili. Nel nostro caso queste condizioni non sono ben verificate, e quindi ci manca la possibilità di garantirci in modo preciso della omogeneità di una componente della radiazione. Ci siamo quindi accontentati di caratterizzare dei gruppi di componenti approssimativamente omogenee. Si capisce quindi che se si esaminano i coefficienti di assorbimento di un gruppo di neutroni lenti nella stessa sostanza assorbente usandone vari spessori e servendosi di differenti rivelatori, si trovino delle piccole differenze, attribuibili del resto in parte ad errori di misura. Peraltro le differenze di comportamento tra gruppo e gruppo sono così marcate da potere assegnare a ciascuno di essi una individualità nonostante le piccole inomogeneità interne.

L'analisi in gruppi è resa praticamente eseguibile dalle seguenti circostanze:

a) per alcuni assorbitori esistono delle fortissime differenze nel coefficiente di assorbimento fra gruppo e gruppo:

b) è possibile usare molti assorbitori che si comportano in modo molto differente;

c) è possibile filtrare i neutroni lenti con assorbitori scelti in modo da ridurre la inomogeneità.

(1) « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935).

2. *Sistematica dei gruppi di neutroni lenti.* - Abbiamo già osservato nella precedente lettera che, nelle condizioni sperimentali là descritte, la curva di assorbimento del Cd usando come rivelatori Rh od Ag si scinde in una componente approssimativamente esponenziale con forte coefficiente di assorbimento (assorbimento massico 13 cm²/g rivelatore Ag; 10 cm²/g rivelatore Rh) ed in una componente assai poco assorbita. La parte molle è una radiazione che, come vedremo, è approssimativamente omogenea, e costituisce quindi un gruppo che chiameremo gruppo *C* (iniziale di Cadmio). Questo gruppo può studiarsi in modo particolarmente facile poiché un opportuno spessore di Cd (in pratica nelle nostre misure 0,27 g/cm²) lo assorbe totalmente mentre non riduce sensibilmente le intensità delle altre radiazioni.

Per determinare quindi quanta parte dell'attività di un rivelatore è dovuta a neutroni del gruppo *C* basta fare la differenza fra le attivazioni che si osservano senza e con interposizione di uno strato di Cd di 0,27 g/cm². I risultati finora ottenuti sui coefficienti di assorbimento massico del gruppo *C* sono riassunti nella Tabella I. La disposizione sperimentale è la stessa descritta nella lettera precedente; di regola ci siamo limitati a rivelatori abbastanza intensi in modo da poter eseguire le misure di attività con una camera di ionizzazione. Alcuni dei dati sono ottenuti da un solo spessore assorbente, mentre altri sono dedotti da più punti della curva di assorbimento.

TABELLA I.

Rivelatori	Gruppo C							
	Assorbitori:	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Mn		0,68	0,24	—	—	—	—	—
Rh		0,45	0,2	10	0,5	0,8	0,15	0,6
Ag		0,55	0,2	13	1	0,6	0,2	0,8
In		0,5	0,2	12	0,7	0,8	0,15	0,5
Ir		0,86	0,25	12	—	—	—	0,5

Si noti che i coefficienti di assorbimento massico scritti in verticale concordano abbastanza bene tra loro.

Altri dati sui coefficienti di assorbimento del gruppo *C* con rivelatore una camera di ionizzazione a Li collegata ad un amplificatore proporzionale si possono ricavare dal lavoro di Dunning, Pegram, Fink e Mitchell ⁽²⁾ nonché per rivelatori B e Li dal lavoro di Mitchell, Dunning, Segrè e Pegram ⁽³⁾; i dati calcolati da questo lavoro concordano con i nostri risultati per quanto ci si può attendere data la differenza del dispositivo.

Passiamo ora a studiare la radiazione che filtra attraverso al Cd. L'esame della Tabella IV della lettera precedente, tabella che si riferisce appunto alla

(2) « Phys. Rev. », 48, 265 (1935).

(3) « Phys. Rev. », 48, 774 (1935).

radiazione filtrata da $0,27 \text{ g/cm}^2$ di Cd, mostra senz'altro che questa radiazione non è omogenea. Nello studio preliminare che ci è stato possibile fare fino ad ora abbiamo scisso questa radiazione in tre gruppi, che abbiamo denominato *A* (iniziale di Argento), *B* e *D*.

Il gruppo *A* è quello meglio caratterizzabile in quanto viene fortemente assorbito dall'Argento (coefficiente di assorbimento massico $17 \text{ cm}^2/\text{g}$). La esistenza di questa radiazione è stata già dimostrata nella lettera precedente dove si è fatto vedere che circa il 25 % della attività di una sottile lastra di argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$) è dovuto a questa radiazione fortemente assorbita dall'Ag e pochissimo assorbita dal Cd. Sono rari i rivelatori che vengono eccitati dal gruppo *A*; è noto fino ad ora oltre all'Ag soltanto l'Ir. Il gruppo si osserva bene come differenza fra l'attività senza e con un sottile strato di Ag (nelle nostre esperienze $0,057 \text{ g/cm}^2$ di Ag); le misure dei coefficienti di assorbimento di questo gruppo sono in corso di esecuzione.

Dell'attività totale di un rivelatore di Ag di $0,057 \text{ g/cm}^2$ il 50 % è dovuto al gruppo *C*, il 25 % al gruppo *A*; il resto sembra costituire in parte un terzo gruppo, che abbiamo provvisoriamente chiamato *B*, il quale ha coefficiente di assorbimento piccolissimo nel Cd e oltre 0,2 nell'Ag. Poco è noto sulle proprietà di questo gruppo data la difficoltà di isolarlo. Le percentuali di attivazione dell'Ag date sopra si riferiscono alla vita di 22 s. La vita più lunga (2,3 min) è attivata con percentuali differenti; in particolare essa non è attivata o ben poco dal gruppo *A*.

La vita di 44 s del Rh ($0,36 \text{ g/cm}^2$) è attivata per il 72 % dal gruppo *C*; il 28 % residuo è attivato da una radiazione che sembra costituire un gruppo diverso dai precedenti, che abbiamo chiamato *D*. Lo stesso gruppo attiva abbastanza fortemente la vita di 54 min dell'In, la cui attività per un rivelatore di $0,084 \text{ g/cm}^2$ è dovuta al gruppo *C* per il 60 % ed al gruppo *D* per il rimanente 40 %. Abbiamo studiato questo gruppo usando appunto rivelatori In e Rh e filtrando la radiazione col Cd in modo da eliminare il gruppo *C*. Segue una tabella contenente alcuni coefficienti di assorbimento-massico del gruppo *D*:

TABELLA II.

Rivelatori	Gruppo D							
	Assorbitori:	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Rh	—	0,04	0,04	2,3	—	0,03	0,05	
In	1,2	0,06	—	3	0,9	0,03	0,03	

Naturalmente non si deve ritenere che i gruppi ora descritti li esauriscano tutti; si ha per esempio indicazione di un nuovo gruppo che attiva in parte lo iodio. Parimenti potrebbe darsi che alcuni dei gruppi qui elencati avessero in realtà una struttura complessa.

3. *Numerosità dei gruppi.* - Oltre ai coefficienti di assorbimento dei gruppi ha anche importanza determinare il numero di neutroni lenti che

escono dalla paraffina appartenenti ad ognuno di essi. In misura relativa una valutazione di questa grandezza, che chiameremo numerosità del gruppo, può ottenersi col metodo seguente. Supponiamo di appoggiare nel centro del solito cilindro di paraffina (vedi lettera precedente) un rivelatore assai sottile; ammettiamo che in esso tutti i neutroni assorbiti diano luogo alla formazione di atomi radioattivi. Il numero di disintegrazioni al secondo che si ottengono al tempo zero dopo irraggiamento infinito è dato da $2 N K P$, dove N è il numero di neutroni che escono dalla paraffina per secondo e per centimetro quadrato di superficie, K il coefficiente di assorbimento massico dei neutroni e P la massa del rivelatore. Il fattore 2 deriva dal fatto che i neutroni escono in tutte le direzioni. Se la attivazione è dovuta a vari gruppi di neutroni, si dovrà porre per N e per K i dati relativi ai singoli gruppi. Si intende facilmente che la numerosità di un gruppo possa ricavarsi dalla misura dell'attività di un rivelatore irradiato nelle condizioni precedenti; naturalmente bisognerà in pratica applicare parecchie correzioni per tener conto dello spessore finito dei rivelatori e del conseguente assorbimento dei neutroni e dei raggi β . Convienne anche dividere le numerosità ottenute per l'intensità della sorgente in modo da ottenere dei dati indipendenti da quest'ultima.

In tal modo dallo studio dell'attività dell'Ag (22 s) si ottengono come numerosità dei gruppi A , B , C i seguenti valori (in misura relativa) 1, 20, 80; analogamente dallo studio del Rh risultano per i gruppi C e D le numerosità 50 e 10. Per i due stessi gruppi si ottiene dall'In, sommando le attivazioni della vite di 16 s e 54 min, 60 e 10. Il Manganese dà per il gruppo C numerosità 60. L'Iridio invece dà per il gruppo C una numerosità molto più bassa ciò che verosimilmente indica l'esistenza di un processo di assorbimento dei neutroni del gruppo C in questo elemento senza formazione di un radioelemento conosciuto.

Si vede dunque che il gruppo C è molto più numeroso degli altri e a ciò si deve probabilmente attribuire il fatto che esso determina in quasi tutti i rivelatori grosse percentuali dell'attivazione totale; il gruppo A è invece assai poco numeroso e il fatto che ciò non ostante lo si osservi abbastanza bene nell'Ag deriva dall'enorme coefficiente di assorbimento di questo elemento nel gruppo A .

Dato che attualmente è sconosciuta l'origine dei gruppi e non si sa se la distinzione in gruppi sia determinata da differenze nella velocità oppure da differenze nello stato interno dei neutroni, abbiamo fatto alcune prove per cercar di stabilire se usando diverse sorgenti di neutroni le percentuali dei vari gruppi venissero alterate. Queste esperienze, che hanno dato finora ad ora risultato negativo, sono state fatte con una sorgente di Em + Be appena preparata, seguendo le attivazioni dell'Ag e del Rh con e senza opportuni filtri di Cd e di Ag nel periodo di formazione del RaC. E anche con una sorgente di RaTh + D₂O e Rh come rivelatore; quest'ultima esperienza non è molto precisa a causa della debole intensità.

4. *Coefficiente di riflessione dei neutroni dei vari gruppi.* - Le misure esposte fino ad ora si riferiscono ad esperienze eseguite all'esterno di un

blocco di paraffina contenente la sorgente. Ha però interesse anche studiare ciò che accade nell'interno della paraffina nei riguardi dei vari gruppi.

Abbiamo eseguito alcune misure servendoci del seguente dispositivo: la sorgente di Em + Be si trovava sull'asse di un cilindro di paraffina (diametro cm 25,5, altezza cm 16) 3 cm sotto la base superiore; il rivelatore (Rh 10 g/28 cm² oppure Ag 2 g/39 cm²) e gli eventuali assorbitori (Cd 0,27 g/cm²; Ag 0,057 g/cm²) erano appoggiati nel centro della base superiore: un secondo cilindro di paraffina poteva esser sovrapposto al tutto. Le attività ottenute nelle varie esperienze sono riassunte nella Tabella III; la prima colonna indica schematicamente il dispositivo usato, con la convenzione di indicare con S la sorgente, con P la paraffina, con R il rivelatore e coi simboli Cd e Ag gli assorbitori, così che per esempio S P Cd R Cd P significa una esperienza nella quale al disopra della sorgente (S) si trovano prima 3 cm di paraffina (P) per giungere alla base superiore del cilindro di paraffina, poi uno strato di Cadmio (Cd), il rivelatore (R), un secondo strato di Cadmio (Cd) ed infine il secondo cilindro di paraffina (P).

TABELLA III.

Dispositivo	Argento	Rodio
S P R	71	290
S P Cd R	35	82
S P Cd Ag R.	18	80
S P R P	438	1055
S P Cd R Cd P	66	144
S P Cd Cd R Cd Cd P	66	130
S P Cd R P	90	251
S P R Cd P	111	382
S P Cd Ag R Ag Cd P	34	148
S P Cd Ag R Cd P	44	—
S P Cd R Ag Cd P	57	—

Confrontando fra di loro le esperienze S P R ed S P R P si nota il forte aumento dell'attività dovuto al sovrapporre il secondo blocco di paraffina. Nell'esperienza S P Cd R Cd P si vede che il porre il rivelatore fra due strati di Cd riduce l'attività dell'Ag al 15% e quella del Rh al 14%; si ha cioè nell'interno della paraffina una riduzione della attività dell'Ag e del Rh molto maggiore che all'esterno (nelle esperienze S P R ed S P Cd R il Cd riduce sull'Ag al 50% e sul Rh al 28%. Come all'esterno della paraffina anche all'interno (esperienze S P Cd R Cd P ed S P Cd Cd R Cd Cd P) il raddoppiare lo strato di Cd non riduce considerevolmente l'attività.

Ciò può interpretarsi ammettendo che anche nell'interno della paraffina il Cd porti via quasi completamente i neutroni del gruppo C, senza assorbire o quasi quelli degli altri gruppi, i quali, come vedremo fra poco, nell'interno della paraffina hanno una numerosità relativa minore.

Si osservi il risultato dell'esperienza S P Cd Ag R Ag Cd P che mostra come l'aggiunta di due sottili assorbitori di Ag a quelli di Cd determini una

considerevole riduzione (da 66 a 34) quando si usi l'Ag come rivelatore. Ciò deve interpretarsi attribuendo tale riduzione all'assorbimento dei neutroni del gruppo *A*. Invece l'aggiunta dei sottili assorbitori di Argento non riduce ulteriormente l'attività del Rodio, poiché questo elemento non è eccitato dai neutroni del gruppo *A*.

La differenza fra le esperienze S P C d R P ed S P R C d P si interpreta facilmente tenendo conto del fatto che i neutroni lenti nell'interno della paraffina hanno una distribuzione di densità che decresce allontanandosi dalla sorgente in modo che uno strato di Cd che protegge il rivelatore dalla parte verso la sorgente arresta più neutroni di uno strato posto dalla parte opposta. Per riportarci al caso semplice in cui i neutroni fossero distribuiti uniformemente nella paraffina, si può prendere la media dei risultati delle esperienze predette come intensità di un rivelatore da un lato del quale sia posto uno strato di Cd. Si trova così per l'Ag senza Cd 438, con uno strato di Cd in media 100 e fra due strati di Cd 66. Sottraendo 66 da 438 e da 100, si trovano le attività dovute al solo gruppo *C* e cioè: senza Cd 372, con un solo strato di Cd 34. Se i neutroni potessero attraversare una volta sola il rivelatore, il rapporto di questi due numeri dovrebbe essere 2; il fatto che si trovi un rapporto molto più grande significa che un neutrone che ha attraversato il rivelatore senza venire assorbito ha una elevata probabilità di ricaderci sopra. Questa probabilità esprime il coefficiente di riflessione per i neutroni del gruppo *C* che cadano su di una parete piana che limita un blocco di paraffina. Un esame più dettagliato di questi esperimenti dimostra che i risultati possono interpretarsi soddisfacentemente ammettendo un coefficiente di riflessione per i neutroni del gruppo *C* pari a circa 0,83; deve anche tenersi conto dell'assorbimento dei neutroni nel rivelatore, assorbimento che è diverso nel caso del Rh e dell'Ag in modo tale da giustificare il differente comportamento di questi rivelatori.

Esperienze analoghe sul coefficiente di riflessione sono state fatte anche per i neutroni del gruppo *A*, usando sia il rivelatore di Ag di 0,057 g/cm² che un rivelatore più sottile (0,010 g/cm²) in modo da ridurre il più possibile l'assorbimento dei neutroni lenti nel rivelatore. Tali esperienze hanno messo in evidenza che il coefficiente di riflessione dei neutroni del gruppo *A* è nullo o molto piccolo.

5. *Distanza di diffusione dei neutroni dei vari gruppi.* - Questo diverso comportamento dei gruppi *A* e *C* è confermato dalla seguente esperienza. Un rivelatore di Ag (0,057 g/cm²) viene posto nell'interno di una massa di paraffina fra due strati di Cd (0,27 g/cm²) i quali possono o essere a diretto contatto dell'Ag oppure distare simmetricamente da esso di un tratto x , essendo in questo caso lo spazio fra i Cd ed il rivelatore pieno di paraffina. Nella Tabella IV sono date le attività iniziali dell'Ag in funzione di x .

TABELLA IV.

x cm.	0	0,5	1,0	1,5	2	3	∞
Ag.	46	70	109	154	183	259	358

Si vede dunque che i Cd a 3 cm di distanza dal rivelatore determinano ancora un notevole abbassamento dell'intensità, ciò che dimostra che i neutroni del gruppo *C* diffondono per un tratto di oltre 3 cm.

Un analogo esperimento sul gruppo *A* si può fare sostituendo ai due assorbitori di Cd due lastre di Ag di 0,057 g/cm² e ponendo sempre il rivelatore di Ag fra due lastre di Cd (0,27 g/cm²) a contatto in modo da assorbire completamente il gruppo *C*. Nella Tabella V sono date le attività iniziali dell'Ag in funzione della distanza *x* delle lastre di Ag.

TABELLA V.

<i>x</i> cm	0	0,5	1,0	1,5	2	∞
Ag	25	40,5	45	46	46	46

Come si vede da questa tabella gli strati di Ag ad 1 cm di distanza non producono alcun abbassamento sensibile dell'attività del rivelatore. La saturazione viene quasi raggiunta già per $x = 0,5$ cm. Ciò indica che il tratto di diffusione dei neutroni del gruppo *A* è molto più piccolo di quello del gruppo *C* e probabilmente si riduce ad un solo cammino libero medio, ciò che è in accordo col basso potere riflettente della paraffina per neutroni di questo gruppo.

Anche la dipendenza dalla distanza dalla sorgente è diversa per i vari gruppi nel senso che il decremento con la distanza dell'intensità del gruppo *C* è minore che per gli altri gruppi.

Le esperienze che abbiamo esposte ci sembrano indicare che i gruppi di neutroni si differenziano uno dall'altro non solo per i diversi assorbimenti, ma anche per le proprietà di diffusione. Esse non permettono invece di decidere quale sia la causa fisica di questo diverso comportamento. Forse l'ipotesi più ovvia è di attribuirlo a considerevoli differenze di velocità; potrebbe anche pensarci che le differenze fossero dovute invece a diversi stati interni del neutrone.

Roma, Istituto fisico della R. Università

14 dicembre 1935-XIV.

114.

SULL'ASSORBIMENTO DEI NEUTRONI LENTI. — III.

E. AMALDI ed E. FERMI
« Ric. Scientifica », 7 (1), 56-59 (1936).

In una lettera precedente ⁽¹⁾ abbiamo discusso l'esistenza di gruppi di neutroni lenti che si differenziano gli uni dagli altri, oltre che per le proprietà di assorbimento, anche per quelle di diffusione. Nel § 1 di questa lettera preciseremo ulteriormente le proprietà di diffusione dei gruppi; nel § 2 raccoglieremo alcune proprietà speciali di vari elementi in relazione ai gruppi. Nell'ultimo paragrafo discuteremo le varie ipotesi sull'origine dei gruppi di neutroni.

1. *Diffusione dei singoli gruppi di neutroni lenti.* — Già nella lettera precedente abbiamo accennato alle differenze tra le proprietà di diffusione dei neutroni dei gruppi *A* e *C*. Abbiamo cercato di precisare quantitativamente queste differenze, estendendo inoltre le ricerche al gruppo *D*. Discutiamo in un primo tempo le esperienze sul gruppo *C*.

Consideriamo un neutrone di questo gruppo che si trovi nell'interno di un blocco di paraffina limitato da una superficie piana, a distanza x da questa; sia $p(x)$ la probabilità che il neutrone esca dalla superficie prima di esser stato distrutto con un meccanismo qualsiasi (per esempio cattura da parte dell'idrogeno). Nell'ipotesi che i neutroni del gruppo *C* nella paraffina obbediscano alle solite leggi della diffusione, ed abbiano in più la possibilità di esser distrutti con vita media τ , la loro densità n soddisfa all'equazione differenziale

$$(1) \quad \frac{dn}{dx} = D \Delta n - \frac{n}{\tau}$$

dove D è il coefficiente di diffusione dato da $1/3 \lambda \bar{v}$, essendo λ il cammino libero medio e v la velocità media; questa espressione di D vale nella ipotesi che il cammino libero medio sia indipendente dalla velocità e gli atomi di idrogeno possano considerarsi come centri fissi di diffusione isotropa, ipotesi verosimili per i neutroni del gruppo *C*, poiché i quanti elastici del moto di vibrazione dell'idrogeno sono grandi rispetto alla energia cinetica media dei neutroni *C* (agitazione termica; vedi paragrafo 3).

(1) « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); vedi anche « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935).

È facile dimostrare dall'equazione (1) che la probabilità $p(x)$ sopra definita è data da

$$p(x) = e^{-\frac{x}{\sqrt{D\tau}}}$$

Si noti che $D\tau = \frac{1}{3}\lambda^2 N$ dove $N = \frac{\bar{v}\tau}{\lambda}$ è il numero dei cammini liberi fatti in media da un neutrone del gruppo C prima di esser distrutto. Determinando l'andamento di $p(x)$ verremo dunque a conoscere la costante $D\tau$ ovvero $\lambda^2 N$.

La determinazione di $p(x)$ può farsi nel modo seguente: Immaginiamo un rivelatore R del gruppo C che ricopra tutta la superficie piana di un blocco di paraffina contenente la sorgente. Se ad una profondità x distruggiamo q neutroni C , l'attività del rivelatore si abbasserà proporzionalmente a $qp(x)$; la distruzione dei q neutroni si può ottenere ponendo nella posizione x un assorbitore del gruppo C ; misurando la attività indotta in questo si determina q . Dunque $p(x)$ è proporzionale al rapporto della diminuzione della attività del rivelatore R alla attività dell'assorbitore. Misurando tale rapporto per diversi valori di x si può dunque verificare l'andamento esponenziale di $p(x)$ e dedurre il valore di $D\tau = 1/3(\lambda^2 N)$.

In pratica abbiamo usato come rivelatore una lastra di rodio di 10 g/28 cm². Siccome questa non copriva che una piccola parte della superficie della paraffina le misure sono state fatte ponendo il rivelatore successivamente in 9 posizioni diverse e sommando opportunamente i risultati. Come assorbitore del gruppo C abbiamo usata una lastra di lega di stagno e cadmio contenente 0,019 g/cm² di cadmio; siccome il cadmio, in piccoli spessori, assorbe praticamente solo i neutroni del gruppo C , la riduzione della attività del rivelatore ha luogo solo in questo gruppo, come può del resto anche verificarsi direttamente.

Siccome l'assorbimento dei neutroni da parte del cadmio non dà luogo ad attivazione, non era possibile misurare direttamente il numero q di neutroni assorbiti; si è perciò misurata l'attività indotta dai neutroni del gruppo C in una lastra di rodio equivalente a quella di cadmio in questo gruppo.

Le misure sono state eseguite per $x = 0, 1, 2, 3$ cm ed hanno permesso di verificare che l'andamento di $p(x)$ è effettivamente esponenziale entro i limiti del nostro errore; è risultato inoltre $\sqrt{D\tau} = 2,0$ cm, dal che si ricava $\lambda^2 N = 12$.

Analoghi esperimenti sono stati fatti per i gruppi D ed A , usando nel primo caso un rivelatore di indio schermato da cadmio (in modo da eliminare il gruppo C) ed un assorbitore di rodio; nel secondo caso rivelatore ed assorbitore di argento determinando la sola frazione della attività dovuta al gruppo A .

Naturalmente in questi casi la teoria della diffusione usata per il gruppo C non è più applicabile, poiché (vedi § 3) i neutroni di questi gruppi percorrono un solo cammino libero o poco più. Tuttavia, riducendo anche in questi casi i risultati con le stesse formule usate per il gruppo C , si ottiene per il gruppo D : $\sqrt{D\tau} = 0,44$ cm; e per il gruppo A : $\sqrt{D\tau} = 0,41$ cm. Si noti

la marcata differenza di comportamento di questi due gruppi rispetto al gruppo *C*; il comportamento dei gruppi *D* ed *A* in queste esperienze è invece molto simile; la piccola differenza è compresa entro i limiti dell'errore sperimentale.

La teoria della diffusione è applicabile, come abbiamo già notato, nell'ipotesi che i neutroni percorrano molti cammini liberi; nell'ipotesi opposta, ammettendo cioè che i neutroni dei gruppi *D* ed *A* percorrano un solo cammino libero, si può, con esperienze molto simili alle precedenti che qui non descriveremo in dettaglio, ricavare il valore del cammino libero medio per i neutroni di questi gruppi. Esso risulta per entrambi compreso tra 0,6 e 0,7 cm. Questi valori sono più grandi di quelli generalmente ammessi per i neutroni del gruppo *C*. Ciò può esser dovuto all'essere errata l'ipotesi che i neutroni di questi gruppi percorrano un solo cammino libero, oppure ad una effettiva dipendenza di λ dal gruppo, imputabile eventualmente all'effetto del legame chimico dell'idrogeno nella paraffina.

2. *Dati particolari su alcuni gruppi ed elementi.* - Già nella lettera precedente abbiamo osservato che buona parte della attività dello iodio è probabilmente dovuta a un nuovo gruppo di neutroni. Abbiamo precisate ulteriormente queste osservazioni in modo da stabilire l'esistenza di un nuovo gruppo, che indicheremo con la lettera *I*, al quale è dovuta l'attività indotta nello iodio per circa il 70%.

Questo gruppo è pochissimo assorbito da quasi tutti gli elementi: di quelli studiati fino ad ora soltanto lo iodio lo assorbe in misura notevole (coefficiente massico di assorbimento 1,1 cm²/g). La numerosità di questo gruppo (vedi lettera precedente, § 3) è di circa 4.

Abbiamo già osservato che la numerosità del gruppo *C* dedotta dalla attività di un rivelatore di iridio (periodo 19 ore) risulta anomalmente bassa (circa 20, invece di una media di circa 70), ed espressa l'ipotesi che ciò fosse da attribuirsi alla esistenza di un secondo processo di assorbimento dei neutroni *C* in questo elemento. Abbiamo pertanto irradiato per alcune notti di seguito una lastra di iridio e, esaminando il decadimento della attività in essa indotta, abbiamo potuto riconoscere, oltre al periodo già noto, anche, un nuovo periodo di circa 2 mesi; gli elettroni corrispondenti a questo nuovo periodo sono molto molli. Benché non possiamo ancora dare risultati quantitativi, possiamo affermare che la intensità di questa nuova attività è tale da giustificare la bassa numerosità calcolata dal solo periodo di 19 ore.

Dobbiamo a questo proposito rettificare le numerosità date nella lettera precedente, poiché erano falsate da un errore di calcolo, che fortunatamente non aveva prodotto altro che lievi variazioni. I valori corretti sono i seguenti.

Gruppo *C*: Rivelatore argento, 60; rodio, 80, indio, 70; manganese, 70; oro, 60.

Gruppo *A*: Rivelatore argento, 1.

Gruppo *D*: Rivelatore rodio, 12; indio, 14.

3. *Ipotesi sull'origine dei gruppi di neutroni.* - Abbiamo già osservato nella lettera precedente che l'ipotesi più naturale sull'origine dei gruppi di

neutroni lenti è che essi siano dovuti a differenze nella velocità. Contro questa ipotesi si può obiettare che secondo le ordinarie teorie del nucleo la sezione d'urto per la cattura di un neutrone lento dovrebbe essere inversamente proporzionale alla velocità, almeno per velocità non troppo grandi. Se così fosse non potrebbero evidentemente esistere assorbimenti selettivi determinati da differenti velocità dei neutroni. Per altro, data la incertezza delle teorie nucleari, ed in particolare di quelle relative ai processi di cattura dei neutroni, non bisogna dare eccessivo peso a questo argomento, e ciò particolarmente in vista delle esperienze sulla misura diretta della dipendenza della sezione di cattura dalla velocità ⁽²⁾, dalle quali sembra risultare che la dipendenza prevista dalla teoria non sia valida.

Un'altra ipotesi a cui già avevamo accennato, è che i neutroni dei vari gruppi differiscano uno dall'altro per qualche caratteristica interna, quale potrebbe essere per esempio un diverso stato di eccitazione. Questa ipotesi, per quanto possa sembrare meno spontanea, presenterebbe il vantaggio di non essere in diretta contraddizione coi risultati della teoria. Naturalmente anche in questo caso il diverso stato interno del neutrone sarebbe probabilmente accompagnato da differenze nella velocità. Varie esperienze concordano nel far ritenere che i neutroni del gruppo *C* abbiano la velocità di agitazione termica; di queste la più evidente è la misura diretta della velocità fatta con un selettore ⁽³⁾ in cadmio, e tale quindi da agire soltanto sul gruppo *C*. Per quanto riguarda gli altri gruppi vi sono invece indizi per ritenere che essi corrispondano a velocità differenti. Così per esempio Preiswerk e von Halban ⁽⁴⁾ non hanno trovato un effetto termico nella attività indotta nell'argento dalla radiazione filtrata dal cadmio. Alla stessa conclusione conducono anche i nostri risultati sui coefficienti di riflessione (albedo) della paraffina per i vari gruppi. L'elevata albedo per il gruppo *C* indica infatti che i neutroni di questa specie possono percorrere successivamente molti cammini liberi; mentre la bassa albedo del gruppo *A*, confermata successivamente anche per il gruppo *D*, indica che i neutroni di questi gruppi possono percorrere solo un cammino libero o poco più (cfr. anche § 1). È improbabile che neutroni che appartengono a un gruppo per un solo cammino libero, abbiano velocità di agitazione termica.

Qualunque sia l'origine dei gruppi, ha interesse determinare se, per urti successivi nella paraffina, i neutroni di un gruppo si trasformano in neutroni di un gruppo diverso. Una tale trasformazione dovrebbe evidentemente accadere nel caso che i gruppi differissero per la velocità, nel qual caso tutti i gruppi dovrebbero andare a finire nel gruppo *C*. L'accertare un simile processo di trasformazione di un gruppo nel gruppo *C*, porterebbe dunque un argomento, se pure non decisivo, a favore dell'ipotesi che i vari gruppi differiscano solamente per la velocità. Naturalmente l'argomento non sarebbe

(2) RASETTI, SEGRÈ, FINK, DUNNING and PEGRAM, « Phys. Rev. », 49, 104 (1936).

(3) DUNNING, PEGRAM, FINK, MITCHELL and SEGRÈ, « Phys. Rev. », 48, 704 (1935).

(4) PREISWERK and VON HALBAN, « Nature » (London), 136, 1027 (1935). Vedi anche « C. R. », 202, 133 (1936).

del tutto conclusivo, poiché, anche con altre ipotesi, è possibile giustificare simili trasformazioni.

Abbiamo pertanto iniziata una esperienza allo scopo di decidere se i neutroni del gruppo *D* si trasformano dopo alcuni urti in neutroni *C*. Il principio su cui è basata questa esperienza può facilmente comprendersi se ammettiamo per un momento di disporre di un rivelatore *R* che sia attivato esclusivamente dai neutroni del gruppo *C* e di un assorbitore *A* che assorba esclusivamente i neutroni del gruppo *D*. Si pensi il rivelatore *R* appoggiato nel centro della base superiore di un cilindro di paraffina contenente la sorgente *S*; se l'assorbitore *A* viene inserito tra la faccia della paraffina e il rivelatore, non si osserverà alcuna riduzione nella attività di quest'ultimo, poiché i neutroni *C* che escono dalla paraffina non vengono assorbiti dall'assorbitore *A*. Se ora pensiamo di sprofondare *A* entro la paraffina di 1 o 2 cm, potrà accadere che esso assorba alcuni dei neutroni *D* che in seguito ad ulteriori urti contro la paraffina avrebbero potuto trasformarsi in neutroni *C* prima di raggiungere *R*. Nel caso dunque che i neutroni *D* possano trasformarsi in *C* si deve attendere che *A* non produca alcun effetto messo a contatto di *R*, mentre ne riduca l'attività quando sia incluso nella paraffina 1 e 2 cm al di sotto della superficie.

L'esperienza, i cui dettagli verranno dati in una prossima comunicazione, richiede una elevatissima precisione delle misure. Pertanto non possiamo ancora ritenere definitivi i risultati attuali, che pur sembrano dare qualche indizio che la trasformazione *D-C* avvenga.

Roma, *Istituto Fisico della R. Università.*

115.

SUL CAMMINO LIBERO MEDIO DEI NEUTRONI
NELLA PARAFFINAE. AMALDI ed E. FERMI
« Ric. Scientifica », 7 (1), 223-225 (1936).

In alcune lettere precedenti ⁽²⁾ abbiamo riconosciuto che i neutroni che escono da un blocco di paraffina contenente la sorgente di Em + Be possono classificarsi in gruppi caratterizzati dalle loro proprietà di assorbimento nei diversi elementi. Tra questi gruppi il più notevole è quello che abbiamo chiamato gruppo C il quale da diverse esperienze, risulta molto verosimilmente costituito da neutroni aventi velocità di agitazione termica. Questi neutroni si separano facilmente dagli altri poiché essi sono assorbiti selettivamente dal cadmio. Dalle proprietà di diffusione dei neutroni C nella paraffina risulta che essi possono subire un numero considerevole di urti elastici contro gli atomi di idrogeno prima di essere catturati da un protone con formazione di idrogeno pesante. In una lettera precedente abbiamo anzi determinato per i neutroni C la costante $\lambda^2 N$, dove λ è il cammino libero medio ed N il numero medio di urti che un neutrone C subisce prima di essere catturato secondo il meccanismo precedentemente indicato. Il risultato è stato

$$\lambda^2 N = 12 \text{ cm}^2.$$

Descriveremo ora delle esperienze intese a misurare direttamente λ ; dal valore di λ si potrà quindi ricavare anche N grazie al risultato precedente.

Per misurare λ abbiamo seguito questo metodo: un cilindro di paraffina di 12 cm di diametro e di 13 cm di altezza conteneva la sorgente di Em + Be 2 cm sotto il centro della base superiore. Tale cilindro era completamente rivestito di uno strato di cadmio di 0,5 g/cm²; una finestra di 5 × 5,5 cm nel centro della base superiore del rivestimento di cadmio si poteva aprire o chiudere. Misurando l'attività di un rivelatore dei neutroni lenti, posto all'esterno di un simile blocco di paraffina, una volta con la finestra aperta ed una volta con la finestra chiusa e facendo la differenza delle due attività ottenute, si ricava evidentemente la parte di attività dovuta ai soli neutroni C che escono dall'apertura. Tale differenza equivale dunque alla attività che sarebbe dovuta ad una sorgente di soli neutroni C avente le

(1) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935); E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).

dimensioni dell'apertura. In questo senso parleremo nel seguito di una « sorgente di neutroni C », o semplicemente « sorgente C ».

Come rivelatore dei neutroni C ci siamo serviti di una lastra di rodio di $0,35 \text{ g/cm}^2$, avente le stesse dimensioni della finestra sopra nominata. Questa lastra di rodio era posta 10 cm al disopra della base superiore della paraffina e l'attività indotta in essa era sufficientemente intensa per poter venire misurata con una camera di ionizzazione. A metà distanza tra il rivelatore e la sorgente C si potevano interporre degli strati di paraffina di vari spessori aventi le stesse dimensioni del rivelatore e della sorgente C stessa; tali diffusori erano disposti in modo da occultare esattamente il rivelatore dalla sorgente C. L'attività del rivelatore (differenza fra le attività senza e con finestra di cadmio) è stata misurata interponendo i seguenti spessori di paraffina: 0,036; 0,099; 0,203; 0,38; 0,68; 1,41 cm.

Se ragioni di intensità non ci avessero costretto a porre il rivelatore ad una distanza dalla sorgente eguale solo al doppio delle sue dimensioni e si fosse potuto aumentare molto questa distanza, l'attività del rivelatore dovuta ai neutroni C avrebbe dovuto decrescere in funzione dello spessore x del diffusore di paraffina, con legge esponenziale $e^{-x/\lambda}$. Invece nelle nostre condizioni geometriche la legge da attendersi è più complicata, poiché un neutrone diffuso dallo strato di paraffina ha una probabilità tutt'altro che trascurabile di raggiungere il rivelatore. Abbiamo valutato quale correzione debba applicarsi alla curva esponenziale per tenere conto della nostra disposizione geometrica; il calcolo è stato eseguito nell'ipotesi che la diffusione dei neutroni C sia isotropa rispetto ai centri diffondenti; tale ipotesi sarebbe certamente inesatta per neutroni veloci, ma corrisponde probabilmente al caso dei neutroni C per le ragioni esposte alla fine della presente lettera. Oltre a ciò sono state introdotte alcune semplificazioni per rendere materialmente possibile il calcolo.

È stata così ottenuta la legge di decremento dell'intensità in funzione di x/λ essendo x lo spessore diffondente di paraffina. Abbiamo quindi determinato λ in modo da ottenere l'accordo migliore possibile tra la curva teorica ed i punti misurati sperimentalmente.

Nella figura 1 i punti rappresentano i valori sperimentali dell'attività C per i vari spessori del diffusore con i relativi errori quadratici medi. La curva è quella teorica tracciata per $\lambda = 0,15 \text{ cm}$.

Riteniamo dunque che il cammino libero medio dei neutroni C nella paraffina sia prossimo a $0,15 \text{ cm}$. Da questo valore e dalla (1) ricaviamo che il numero N di cammini liberi percorsi in media dai neutroni C è circa 500, ciò che corrisponde ad un percorso totale di 75 cm .

Nell'ipotesi assai plausibile che sia la diffusione che la cattura dei neutroni C nella paraffina siano dovute quasi esclusivamente all'idrogeno, ed ammettendo per essi la velocità di agitazione termica risultano i seguenti dati per i neutroni C:

$$\text{Sezione d'urto elastica} \quad \dots \quad \sigma_e = 86 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$\text{Sezione d'urto con cattura} \quad \dots \quad \sigma_c = 0,17 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$\text{Vita media} \quad \dots \quad \tau = 3,8 \times 10^{-4} \text{ s.}$$

Il valore del cammino libero medio dei neutroni C ottenuto con le presenti misure è notevolmente inferiore al valore comunemente ammesso per i neutroni lenti ⁽²⁾, ciò che è in parte giustificabile col fatto che le nostre misure si riferiscono al solo gruppo C anziché ad un miscuglio di vari gruppi.

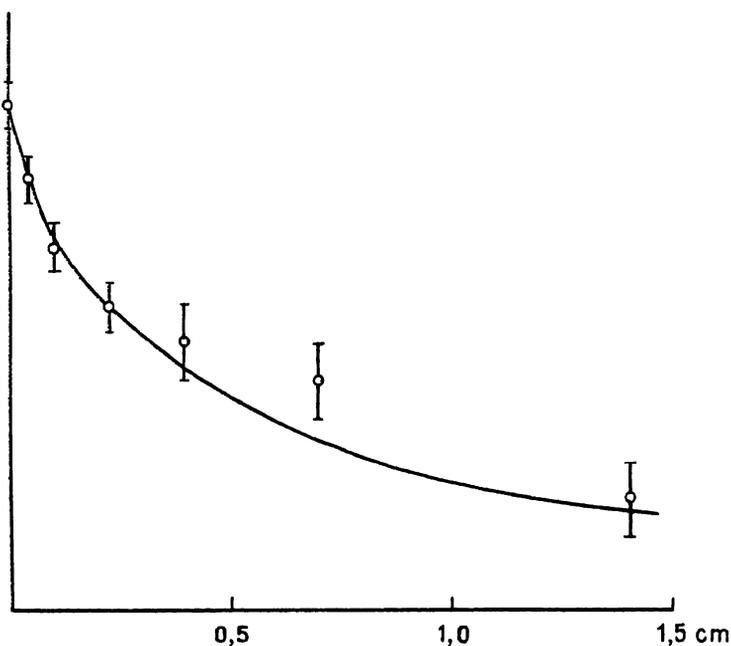


Fig. 1.

Dalla teoria quantistica dell'urto elastico dei neutroni lenti contro atomi di idrogeno, risulta, come è noto, che la sezione d'urto è indipendente dalla velocità. Tuttavia il valore della sezione d'urto come anche la distribuzione angolare dei neutroni diffusi, sono differenti a seconda che gli idrogeni diffondenti possano oppure no considerarsi come liberi; nel primo caso la diffusione è isotropa nel sistema di riferimento in cui è fermo il centro di gravità del neutrone e dell'atomo di idrogeno, mentre nel sistema di riferimento in cui l'idrogeno è inizialmente fermo, la diffusione avviene in avanti. Quando invece gli idrogeni diffondenti possono considerarsi come fissi, la diffusione è isotropa e la sezione d'urto elastica è quattro volte maggiore che nel caso precedente.

È ovvio che gli idrogeni della paraffina si potranno oppure no considerare come liberi a seconda che l'energia W del neutrone urtante è grande o piccola rispetto al quanto $h\nu$ delle frequenze di legame elastico dell'idrogeno nella paraffina. Questo quanto è abbastanza grande a confronto dell'energia

(2) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. » A 149, 522 (1935); T. BJERGE and C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. » A 150, 709 (1935).

di agitazione termica per modo che per i neutroni C gli atomi di idrogeno debbono considerarsi come centri fissi. Resta con ciò giustificata l'ipotesi che la diffusione dei neutroni C sia isotropa.

Ci si deve inoltre attendere che neutroni lenti aventi energia dell'ordine o superiore ad un volt abbiano nella paraffina un cammino libero medio quattro volte maggiore di quello trovato per i neutroni C e cioè $4 \times 0,15 = 0,6$ cm.

In una lettera precedente abbiamo osservato che nell'ipotesi che il numero di cammini liberi percorsi dai neutroni dei gruppi *A* e *D* sia eguale ad 1, risultano per questi dei cammini liberi medi compresi tra 0,6 e 0,7 cm. Questo fatto potrebbe dunque interpretarsi attribuendo ai neutroni dei gruppi *A* e *D* un'energia dell'ordine di grandezza o maggiore di un volt.

Istituto fisico della R. Università

Roma, 20 marzo 1936-XIV.

116.

SUI GRUPPI DI NEUTRONI LENTI

E. AMALDI ed E. FERMI

« Ric. Scientifica », 7 (1), 310-315 (1936).

1. In alcune lettere precedenti⁽¹⁾ abbiamo studiato le proprietà dei gruppi di neutroni lenti che si formano nella paraffina contenente una sorgente di Em-Be. In un recente articolo Bohr⁽²⁾ ha mostrato la possibilità di interpretare l'esistenza di tali gruppi attribuendoli a neutroni di differente velocità.

Tutte le esperienze concordano nel far ritenere che i neutroni del gruppo *C* siano quelli dotati di velocità di agitazione termica, mentre gli altri gruppi sarebbero costituiti da neutroni che non hanno ancora subito un rallentamento fino a questo stadio. Poco è noto sia sulla posizione che sulla larghezza delle bande di energia corrispondenti a questi gruppi di neutroni.

La posizione è stata valutata da vari Autori⁽³⁾ ammettendo l'ipotesi che il coefficiente di assorbimento dei neutroni lenti nel boro sia inversamente proporzionale alla velocità e determinando la costante di proporzionalità per mezzo dell'assorbimento dei neutroni del gruppo *C* che sono dotati di velocità di agitazione termica. In questa ipotesi si trova che i gruppi *D*, *A*, *B*, *I*, sono in ordine di energia crescente e le relative energie risultano approssimativamente eguali a 3, 8, 30, 70 volt.

Date le ipotesi su cui è basata questa valutazione è evidentemente desiderabile un controllo indipendente. In questo lavoro ci proponiamo di esporre un metodo che consente di determinare i rapporti delle velocità dei gruppi *D*, *A*, *B*, *I* e inoltre anche le loro larghezze; tale metodo è basato esclusivamente sulle proprietà di diffusione dei neutroni lenti nelle sostanze idrogenate. Mentre il metodo permette di determinare con una discreta precisione le larghezze dei gruppi, la determinazione dei loro rapporti di velocità è alquanto più incerta; tale determinazione potrà tuttavia venire migliorata in seguito.

(1) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935); E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936); 7 (1), 223 (1936).

(2) N. BOHR, « Nature » (London), 137, 344 (1936); vedi anche G. BREIT e E. WIGNER, Phys. Rev. 49, 519 (1936).

(3) O. R. FRISCH, G. PLACZEK, « Nature » (London), 137, 357 (1936), D. F. WEEKES, M. S. LIVINGSTON, H. A. BETHE, « Phys. Rev. », 49, 471 (1936).

2. DETERMINAZIONE DELLA LARGHEZZA DEI GRUPPI. - Sia $\mathcal{N}(v)dv$ il numero totale di neutroni di velocità tra v e $v + dv$ presenti in tutto un blocco di paraffina di dimensioni infinite contenente una sorgente di neutroni veloci che emette Q neutroni al secondo. La funzione $\mathcal{N}(v)$ corrisponde alla distribuzione maxwelliana per i neutroni del gruppo C : essa può anche valutarsi per neutroni aventi energia $W \gg h\nu$ dove ν è la frequenza del legame elastico dell'idrogeno. La determinazione di $\mathcal{N}(v)$ in questo caso è stata fatta da uno di noi (4); l'espressione trovata (formule 3 e 4 del lavoro citato) prende una forma semplicissima nell'ipotesi assai plausibile che il processo di distruzione dei neutroni per assorbimento da parte dell'idrogeno, non abbia importanza per neutroni di energia superiore ad 1 volt. Si trova in questo caso

$$(1) \quad \mathcal{N}(v) = \frac{2Q\lambda(v)}{v^2}$$

dove $\lambda(v)$ è il cammino libero medio.

Partendo dalla conoscenza di queste due distribuzioni si intende come sia possibile stabilire una relazione tra l'attività di un rivelatore nel gruppo C e l'attività del rivelatore stesso dovuta a neutroni appartenenti ad una banda di energia compresa tra le energie W_{\min} e W_{\max} , purché queste siano entrambe superiori ad 1 volt. Eseguendo i calcoli (5) nell'ipotesi di un rivelatore molto sottile, si trova la relazione

$$(2) \quad \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = 2 \frac{\sqrt{\frac{\lambda_c^2 N}{3}}}{\lambda} \frac{K_c}{K} \frac{\int A d\tau}{\int B_c d\tau}$$

dove λ_c è il cammino libero medio dei neutroni del gruppo C ed N il numero medio di cammini liberi percorsi da un neutrone C (indipendentemente dalla misura di λ_c ed N separatamente, l'espressione $\sqrt{\frac{\lambda_c^2 N}{3}}$ che figura nella formula è stata da noi misurata direttamente (6) ed è risultata eguale a 2,0 cm); λ è il cammino libero medio dei neutroni del gruppo in questione nella paraffina; K_c e K sono i coefficienti di assorbimento dei neutroni del gruppo C e del gruppo in esame nel materiale usato come rivelatore; A è l'attività indotta dai neutroni del gruppo in esame nel rivelatore; tale attività va misurata in molti punti entro la sostanza idrogenata in modo da potere eseguire su di essa un'integrazione estesa a tutto il volume; B_c è l'attività del rivelatore dovuta ai soli neutroni del gruppo C che si ottiene quando il rivelatore è protetto da una parte da una lastra di cadmio abbastanza spessa da assorbire totalmente i neutroni del gruppo C . Anche B_c si deve integrare su tutto il volume prendendo in ogni punto la media tra le attivazioni che si ottengono col cadmio da una parte oppure dall'altra.

(4) E. FERMI, « Zeeman Verhandelingen », p. 128, Martinus Nijhoff, s'Gravenhage (1935).

(5) Dettagli su queste come su altre questioni matematiche connesse alla teoria dei neutroni lenti verranno pubblicate in dettaglio da E. Fermi altrove.

(6) « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).

In pratica non conviene usare un rivelatore molto sottile per non ridurre troppo la intensità; con un rivelatore spesso è necessario apportare alcune correzioni alla formula precedente.

La (2) permette di calcolare il $\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}}$ che chiameremo larghezza logaritmica; tale espressione rappresenta il numero medio di urti che un neutrone subisce entro il gruppo dato che in un urto l'energia si riduce in media di un fattore $1/e$.

Abbiamo eseguito le misure della larghezza logaritmica per i gruppi D, A, I . Per tutti i gruppi abbiamo preso $\lambda = 0,65$ cm; abbiamo poi rilevato le curve di attivabilità in funzione della distanza per i vari gruppi come verrà descritto più dettagliatamente nel paragrafo seguente. Per il gruppo D abbiamo usato un rivelatore di rodio di $0,36$ g/cm² ed abbiamo preso $K_c = 0,46$, $K_D = 1,7$ cm²/g valori risultati da misure recenti più accurate delle precedenti. Per il gruppo A abbiamo usato un rivelatore di argento di $0,057$ g/cm² ed abbiamo preso $K_c = 0,2$, $K_A = 17$ cm²/g. Notiamo che in questo caso per il calcolo di $\int A d\tau$ abbiamo misurato l'attività dell'argento dovuta ai neutroni A ad una distanza di 3 cm dalla sorgente ed abbiamo ammesso che la dipendenza dell'attività dalla distanza per il gruppo A fosse la stessa che si trova per i gruppi $A + B$, ciò che porta un errore trascurabile. Infine per il gruppo I abbiamo usato un rivelatore di PbI_2 di $0,68$ g/cm². Abbiamo assunto $K_I = 0,63$ cm²/g di PbI_2 ed abbiamo usato per il gruppo C i dati relativi al rodio.

In tal modo abbiamo trovato per i gruppi D, A, I , le seguenti larghezze logaritmiche: 0,8; 0,06; 0,2.

Come si vede il gruppo D è quello che ha larghezza maggiore, ciò che corrisponde alla relativamente elevata numerosità di questo gruppo. Si deve anzi notare che ad una larghezza logaritmica di 0,8 corrisponde una probabilità non trascurabile che un neutrone D rimanga appartenente allo stesso gruppo anche dopo un urto. Questo fatto non appare in accordo completo con i risultati delle esperienze di diffusione (7), secondo i quali sembra che i neutroni del gruppo D percorrano in media un solo cammino. La divergenza non è peraltro considerevole, e potrebbe facilmente ricondursi o ad imprecisione di misura o anche all'essere il gruppo D costituito da due bande.

Il gruppo A è invece particolarmente stretto, poiché corrisponde ad una banda di energia per cui $\frac{\Delta W}{W}$ è del 6%.

3. RAPPORTI DI ENERGIA TRA I VARI GRUPPI. - Abbiamo misurato in una vasca cilindrica di acqua profonda 95 cm e del diametro di 90 cm la dipendenza dell'attività prodotta dai neutroni dei vari gruppi, dalla distanza del rivelatore dalla sorgente. Come rivelatore per i gruppi C e D abbiamo usato una lastra di rodio di $0,36$ g/cm² schermata o no da cadmio. Per il gruppo I un rivelatore PbI_2 di $0,68$ g/cm² schermato da cadmio e per i gruppi

(7) « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).

$A + B$, che non sono stati misurati separatamente, un rivelatore di argento di $0,057 \text{ g/cm}^2$ schermato da cadmio. Le misure sono state fatte con una camera di ionizzazione, per il gruppo C fino a una distanza di 40 cm (in queste condizioni l'attività era ridotta a circa $1/1000$ dell'attività a piccola distanza), per il gruppo D fino a 20 cm, per i gruppi $A + B$ fino a 15 e per il gruppo I fino a 10 cm. Per piccole distanze i valori sperimentali sono stati corretti per tener conto delle dimensioni finite del rivelatore e della sorgente. Per ridurre al minimo anche a grande distanza l'errore dovuto alle dimensioni finite del recipiente d'acqua, le misure venivano fatte mantenendo nel centro del cilindro d'acqua il punto di mezzo fra la sorgente e il rivelatore. Queste curve sono state utilizzate nel calcolo degli integrali del paragrafo precedente.

Un'altra applicazione è la seguente: da ciascuna curva è possibile calcolare la media quadratica \bar{r}^2 della distanza dalla sorgente a cui giungono i neutroni dei vari gruppi.

I valori ottenuti sono i seguenti:

Gruppo	\bar{r}^2 (in cm^2)
C	327
D	277
$A + B$	271
I	262

Le curve in funzione della distanza sono state rilevate con una notevole precisione; tuttavia per ragioni di intensità non ci è stato possibile spingere le misure sui gruppi D , $A + B$ ed I a grande distanza dalla sorgente in modo che si è dovuto estrapolare l'andamento di queste curve; ciò si può fare abbastanza bene poiché, a grande distanza, la legge di decremento diventa assai simile per tutti i gruppi, ma naturalmente l'estrapolazione può introdurre un certo errore nei valori degli \bar{r}^2 .

È chiaro che, col procedere del rallentamento dei neutroni in seguito ad urti contro gli atomi di idrogeno, cresce il corrispondente valore di \bar{r}^2 ; l'ordine dei gruppi corrispondente a valori decrescenti di \bar{r}^2 deve dunque interpretarsi come ordine di energia crescente. Si può quindi dire, in accordo coi risultati ottenuti dall'assorbimento del boro, che i gruppi C , D , $A + B$, I sono in ordine di energia crescente.

Tale considerazione si può precisare in modo da ricavare dalle differenze degli \bar{r}^2 dei vari gruppi, i rapporti delle loro energie, purché queste siano superiori ad 1 volt.

Si può dimostrare infatti, tenendo presente che l'angolo di deviazione di un neutrone in seguito ad un urto è sempre acuto, che

$$(3) \quad \log \frac{W'}{W} = \frac{\bar{r}^2 - r'^2}{6\lambda^2}$$

dove W e W' sono le energie dei due gruppi in esame ai quali corrispondono le distanze quadratiche medie $\overline{r^2}$ ed $\overline{r'^2}$.

Prendendo $\lambda = 0,65$ cm una differenza degli $\overline{r^2}$ di $2,5$ cm² corrisponde ad un rapporto e nelle energie.

Dai dati precedenti risulterebbe dunque che le energie dei gruppi D , $A + B$, I sono nei rapporti 1 : 11 : 400.

Questi rapporti sono sensibilmente maggiori di quelli dedotti dall'assorbimento del boro. La differenza non è però forse tanto grande da non potersi imputare all'imprecisione della nostra valutazione basata sulla misura del logaritmo del rapporto delle energie.

La differenza $\overline{r_C^2} - \overline{r_D^2}$ è di 50 cm²; di questi 24 ($= 2\lambda_c^2 N$) sono dovuti alla diffusione dei neutroni del gruppo C , gli altri 26 sono probabilmente in gran parte attribuibili al processo di rallentamento relativamente lungo che ha luogo nell'intervallo di energia tra 1 volt e l'energia di agitazione termica; tale differenza non è quindi incompatibile con l'energia di 3 volt trovata per il gruppo D dall'assorbimento del boro.

Istituto fisico della R. Università

Roma, 13 aprile 1936-XIV.

114

me 16.52 mese Pb $J_2 A$ (in un mese!)
 me 17.17 Totte " " 0,27' Cd

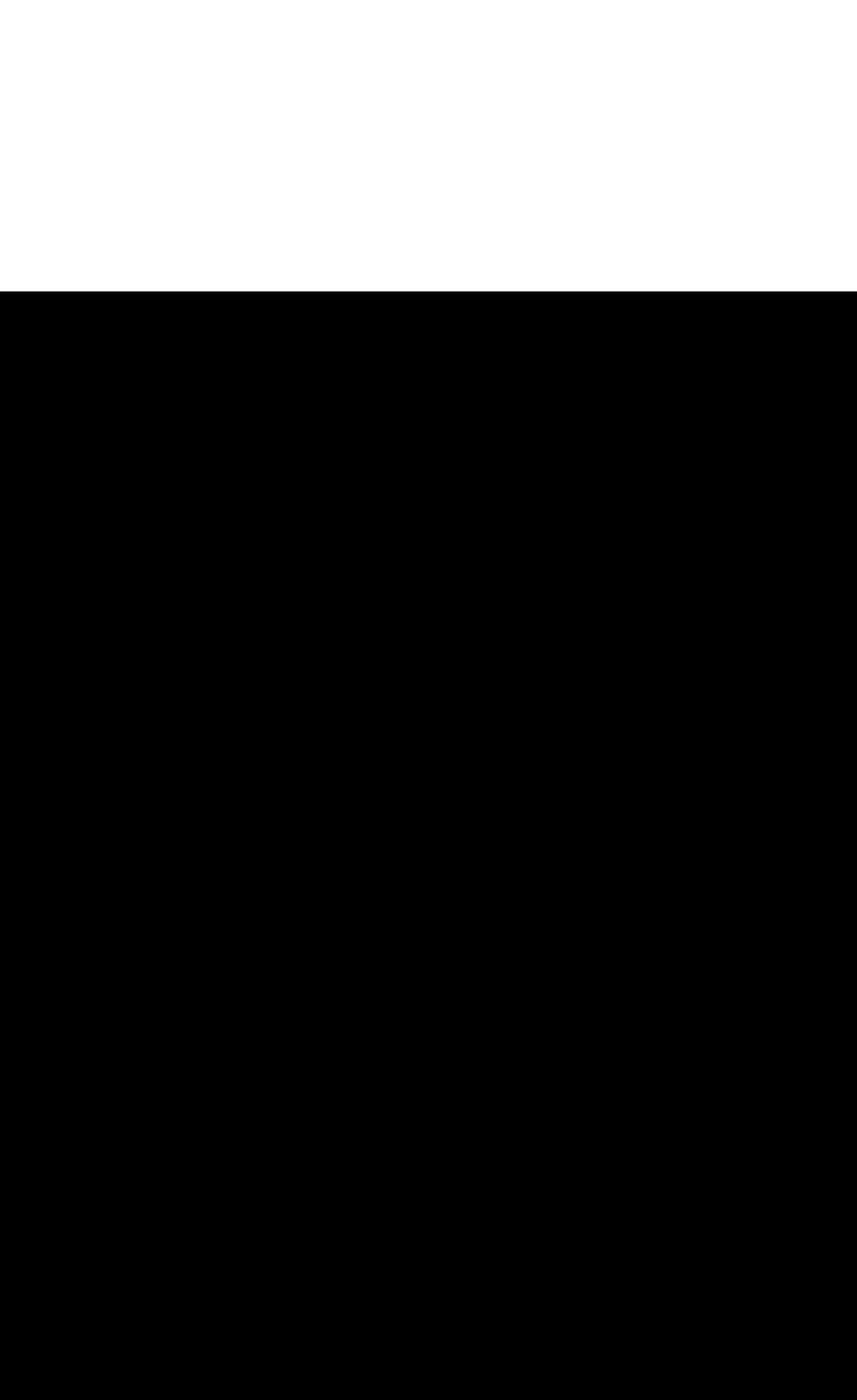
		Pb $I_2 A$					
4,7	20/176,7	113	-38,6	74,6	83,8	} att. in iniezione 256,2 34,4 <u>83,2</u> 595 84,1	84,0
7,8	20/199,9	105,5		66,9	82,7		
11,5	20/201,2	99,6		61,0	84,0		
15,5	20/214,5	93,2		54,8	84,2		
19,8	20/229	87,3		48,9	84,5		
24,2	20/252	79,6		41,0	80,3		

Età del capitano argento
 misure delle attività dal cubito
 4 esperienze a, b, c, d.

- a) P(7) S P(2,37) 0,52 Cd Ag 0,3 Ag 0,54 Cd
- b) P(7) S P(2,37) 0,52 Cd 0,057 Ag Ag 0,3 Ag 0,54 Cd
- c) P(7) S P(0,5) 0,54 Cd Ag 0,3 Ag 0,54 Cd P(1,87)
- d) P(7) S P(0,5) 0,54 Cd 0,057 Ag Ag 0,3 Ag 0,54 Cd P(1,87)

18.15	a)	Ag β	58,8	73,1	} 2,74 357 38,2	350	84,3
18.20	b)	Ag γ	60,0	68,8		18,9	84,3
18.25	c)	Ag δ	59,1	80,3		55,0	84,3
18.30	d)	Ag α	59,2	73,7		33,8	84,3

Laboratory notes referring to an experiment reported in Paper N° 117. The expressions "età del capitano" and "cubito" belong to the jargon and jokes current at that time at the Institute. The names "neutron age" or "Fermi age" were derived later from the first of these expressions.



117.

SULLE PROPRIETÀ DI DIFFUSIONE DEI NEUTRONI LENTI

E. AMALDI ed E. FERMI

« Ric. Scientifica », 7 (1), 393-395 (1936).

In questa lettera ci proponiamo di raccogliere e confrontare tra di loro i diversi dati sulle proprietà di diffusione dei neutroni lenti che abbiamo riportato in alcune lettere precedenti⁽¹⁾; vengono inoltre rettificati i dati sui cammini liberi medii che sono stati nel frattempo da noi determinati con maggiore accuratezza.

Una esposizione dettagliata di tutte le nostre esperienze sui gruppi di neutroni lenti sarà pubblicata prossimamente.

I dati di questa lettera differiscono lievemente da quelli riportati in precedenza poiché questi ultimi erano sempre stati ridotti nell'ipotesi che la distribuzione angolare dei neutroni che escono dalla paraffina obbedisce alla legge del coseno. Ragioni teoriche⁽²⁾ fanno invece ritenere che il numero di neutroni che escono dalla superficie della paraffina entro un angolo solido $d\omega$ inclinato dell'angolo θ rispetto alla normale, anziché proporzionale a $\cos \theta d\omega$ (legge del coseno) sia proporzionale a

$$(1) \quad (\cos \theta + \sqrt{3} \cos^2 \theta) d\omega.$$

Si noti che questa legge di distribuzione angolare dà, rispetto alla legge del coseno, una maggiore concentrazione in avanti dei neutroni uscenti.

Oltre a ciò nell'eseguire una revisione di tutte le nostre misure, ci siamo accorti di un errore materiale incorso nella deduzione del cammino libero medio dei gruppi D ed A dalle proprietà di diffusione dei neutroni di questi gruppi entro la paraffina (vedi « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936)).

Da quelle misure, trattando in modo corretto i dati sperimentali, si deduce infatti un cammino libero medio di circa 1,1 cm anziché di $0,6 \div 0,7$ cm. Ammettendo questo valore si dovrebbe trovare per i neutroni del gruppo C un cammino libero medio λ_c , 4 volte⁽³⁾ più piccolo e cioè 0,275 cm invece del valore 0,15 cm dato di una lettera precedente⁽⁴⁾.

(1) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344, 443 (1935), 7 (1), 56, 223, 310 (1936).

(2) E. FERMI, in corso di pubblicazione.

(3) E. FERMI, loc. cit.

(4) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 223 (1936).

Un altro argomento che induce a ritenere troppo basso il valore di $0,15$ cm per λ_c si deduce dalla discussione dei valori della albedo del gruppo C come sarà specificato in seguito.

Abbiamo per ciò ritenuto opportuno riprendere le misure del cammino libero medio λ_c con un metodo che consentisse di raggiungere una maggior precisione.

La maggiore difficoltà in esperienze di diffusione coi neutroni lenti è che per avere delle condizioni geometriche abbastanza ben definite, è necessario porre il rivelatore ad una distanza dalla paraffina in cui si producono i neutroni lenti, grande rispetto alle dimensioni della sorgente e del rivelatore. Se si soddisfa questa condizione si è costretti a lavorare con intensità assai piccole in modo che le misure risultano imprecise. Altrimenti è necessario apportare forti correzioni ai dati sperimentali per tener conto della non esponenzialità dell'attività del rivelatore in funzione dello spessore del diffusore.

Si comprende quindi la necessità di usare un rivelatore molto sensibile.

A tale scopo abbiamo costruito delle piccole camere di ionizzazione cilindriche del diametro interno di $3,5$ cm e lunghe 10 cm piene di ossigeno alla pressione di 75 atmosfere. L'elemento da irradiare (Rh $0,125$ g/cm²) si trovava in forma di lamina cilindrica di 5 cm di altezza e $3,5$ cm di diametro nell'interno della camera e costituiva esso stesso l'elettrodo a potenziale elevato; l'altro elettrodo, connesso all'elettrometro, era una bacchetta metallica sull'asse della camera. La parete era di acciaio dello spessore di 4 mm e non assorbiva sensibilmente i neutroni lenti i quali dall'esterno penetravano nella camera ed attivavano il rivelatore.

Questo dispositivo presenta il vantaggio rispetto ai metodi da noi precedentemente usati, che a causa della elevata pressione, quasi tutta l'energia dei raggi β viene utilizzata entro la camera; inoltre l'elettrodo ha una notevole estensione e le condizioni geometriche sono assai buone. Si può infatti con questo dispositivo raggiungere quasi la sensibilità di osservazioni fatte coi contatori e si ha il vantaggio della maggiore stabilità caratteristica delle camere di ionizzazione.

La camera connessa all'elettrometro veniva irradiata per 2 minuti e quindi, dopo aver allontanata la sorgente, si effettuava la lettura del numero di divisioni percorse in 2 minuti a partire da 15 secondi dopo la fine dell'irraggiamento.

Usando lo stesso dispositivo già descritto ⁽⁵⁾ abbiamo fatto due serie di misure; nella prima la distanza fra la superficie della paraffina e l'asse della camera di ionizzazione era di 10 cm e nella seconda di 20 cm; in entrambe i diffusori di paraffina (densità $0,9$) venivano posti nel punto di mezzo fra la sorgente ed il rivelatore.

Nella prima serie di misure, pur essendo assai grande la precisione delle singole letture (2 %) vi era un notevole fattore di incertezza dovuto alle forti correzioni da apportarsi ai risultati sperimentali a causa della imperfezione della geometria.

(5) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 223 (1936).

La seconda serie di misure era fatta in condizioni geometriche assai migliori, ma naturalmente la precisione delle letture era inferiore.

Correggendo i dati di entrambe le misure per tener conto della geometria, abbiamo ottenuto dalla prima serie $\lambda_c = 0,34$ cm e dalla seconda serie $\lambda_c = 0,27$ cm. Da queste misure risulterebbe quindi come valore più probabile $\lambda_c = 0,3$ cm.

Più che il risultato di questa misura specifica, ha interesse considerare nel loro insieme tutte le grandezze da noi misurate, nelle quali interviene il cammino libero medio λ_c dei neutroni termici.

Si può dimostrare infatti che quattro diverse grandezze da noi misurate si possono esprimere, tenendo conto dei risultati della teoria della diffusione dei neutroni lenti ⁽⁶⁾, in funzione delle due sole grandezze λ_c ed N (numero di cammini liberi percorsi in media da un neutrone termico prima di venir catturato nella paraffina). Esse sono:

- 1° λ_c che come abbiamo visto sopra si può misurare direttamente;
- 2° λ_D , cammino libero medio dei neutroni D ed A che come si è accennato, è legato teoricamente a λ_c dalla relazione

$$\lambda_D = 4\lambda_c;$$

- 3° l'albedo β ⁽⁷⁾ che si dimostra essere legata al numero N dalla relazione ⁽⁸⁾

$$\beta = 1 - \frac{2}{\sqrt{N}};$$

- 4° $\sqrt{D\tau}$ (D coefficiente di diffusione dei neutroni C e τ loro vita media nella paraffina). $\sqrt{D\tau}$ è legato a λ_c ed N dalla relazione ⁽⁹⁾

$$\sqrt{D\tau} = \lambda_c \sqrt{\frac{N}{3}}.$$

Nella tabella i valori di queste quattro grandezze ottenuti dalle misure dirette (seconda colonna) vengono confrontati coi valori calcolati con le formule indicate assumendo $\lambda_c = 0,27$ cm ed $N = 150$.

Come si vede l'accordo fra i valori calcolati e quelli misurati è assai buono.

Assumendo $\lambda_D = 1,1$ cm viene anche notevolmente migliorato l'accordo fra i rapporti di energia dei vari gruppi calcolati col metodo esposto nella nostra lettera « Ric. Scientifica », 7 (1), 310 (1936), oppure col metodo dedotto dall'assorbimento del boro ⁽¹⁰⁾.

(6) E. FERMI, loc. cit.

(7) E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935).

(8) E. FERMI, loc. cit.

(9) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).

(10) O. R. FRISCH, G. PLACZEK, « Nature » (London), 137, 357 (1936); D. F. WEEKES, M. S. LIVINGSTON, H. A. BETHE, « Phys. Rev. », 49, 471 (1936).

	Misurato	Calcolato
λ_c	0,3	0,27
λ_D	1,1	1,08
β	0,83	0,837
$\sqrt{D\tau}$	2,1	1,91

Le larghezze dei gruppi nella stessa lettera risultano col nuovo valore del cammino libero medio un poco minori.

Infine notiamo che assumendo $\lambda_c = 0,27$ ed $N = 150$ risultano i seguenti dati per i neutroni termici nella paraffina:

sezione d'urto elastica coll'idrogeno	$\sigma_e = 48 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$
sezione d'urto con cattura	$\sigma_c = 0,32 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$
vita media	$\tau = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ s.}$

Istituto fisico della R. Università
Roma, 14 maggio 1936-XIV.

118 a.

SOPRA L'ASSORBIMENTO E LA DIFFUSIONE
DEI NEUTRONI LENTI

E. AMALDI ed E. FERMI

« Ric. Scientifica », 7 (1), 454-503 (1936).

RIASSUNTO. — Lo studio delle proprietà di assorbimento dei neutroni lenti ha permesso di stabilire l'esistenza di bande di assorbimento corrispondenti ad intervalli di energia abbastanza delimitati, che permettono di isolare dei gruppi di neutroni relativamente omogenei. In questo lavoro vengono esposte alcune esperienze e considerazioni intese a caratterizzare le proprietà di assorbimento e diffusione dei vari gruppi. — *Sommario*: 1. Introduzione. — 2. Misure e loro riduzione. — 3. Assorbimenti selettivi. — 4. Gruppi di neutroni lenti. — 5. Misure sistematiche di assorbimento. — 6. Albedo. — 7. Diffusione dei neutroni di un gruppo. — 8. Cammino libero medio dei neutroni termici. — 9. Gruppi in funzione della distanza dalla sorgente, rapporti di energia. — 10. Passaggio dei neutroni da un gruppo ad un altro. — 11. Comportamento dei gruppi in vicinanza del bordo di paraffina. — 12. Estensione delle bande di energia corrispondenti ai gruppi. — 13. Riassunto e discussione.

I. INTRODUZIONE.

Lo scopo di questo lavoro è di esporre sistematicamente le ricerche da noi eseguite sulle proprietà di assorbimento e di diffusione dei neutroni lenti [1].

È noto che le teorie più semplici [2] sulla probabilità di cattura di un neutrone da parte di un nucleo conducevano a prevedere che la sezione di cattura fosse, per piccole velocità del neutrone, inversamente proporzionale alla velocità; la costante di proporzionalità avrebbe potuto invece variare entro larghissimi limiti da elemento a elemento. Comunque, se così fosse, spessori di due diversi elementi inversamente proporzionali alle dette costanti, dovrebbero essere perfettamente equivalenti come assorbitori dei neutroni lenti, indipendentemente dalla velocità di questi ultimi, e quindi anche dalla sostanza usata come rivelatore dei neutroni lenti.

Che le cose non andassero in modo così semplice è stato osservato ben presto da vari Autori [3] i quali hanno dimostrato che di regola l'assorbimento di un elemento è più intenso qualora i neutroni lenti si rivelino a mezzo dell'attività indotta nell'elemento stesso.

A simili conclusioni conducono anche le esperienze termiche di Moon e Tillman ed altri [4], dalle quali risulta che è diversa la sensibilità di diversi rivelatori a variazioni di temperatura della paraffina. Infine, più recentemente, Rasetti, Segrè, Fink, Dunning, Pegram [5] hanno misurato con un dispositivo meccanico la dipendenza del coefficiente di assorbimento dei

neutroni lenti dalla velocità trovando che non vale, almeno in alcuni casi, la legge di proporzionalità inversa alla velocità.

In uno studio sistematico di questi fenomeni abbiamo riscontrato che le selettività di assorbimento dei neutroni lenti vengono accentuate qualora essi vengano filtrati con uno strato di cadmio abbastanza spesso [6]; questo fatto, osservato indipendentemente da Szilard [7], fa sospettare l'esistenza di bande di assorbimento relativamente ristrette caratteristiche dei vari elementi.

Queste circostanze sono state da noi precisate mediante una analisi del complesso dei neutroni lenti in gruppi approssimativamente omogenei rispetto alle loro proprietà di assorbimento [8]; tale analisi è stata eseguita scomponendo le curve di assorbimento in curve esponenziali.

Seguendo questa via abbiamo cercato di caratterizzare il più possibile questi gruppi di neutroni lenti particolarmente rispetto alle loro proprietà di diffusione nelle sostanze idrogenate.

Nel paragrafo 2 vengono descritti i criteri seguiti nella esecuzione delle esperienze e nella riduzione delle misure. I paragrafi 3, 4, 5 contengono una raccolta di dati sistematici sulle proprietà di assorbimento e sulla intensità con cui i gruppi attivano i diversi rivelatori. Nel paragrafo 6 viene determinato il coefficiente di riflessione della paraffina per neutroni lenti di vari gruppi (albedo); i paragrafi 7 ed 8 sono dedicati alla determinazione dei cammini liberi medi e del numero di urti che un neutrone subisce entro un gruppo. Nel paragrafo 9 si studia come l'intensità dei vari gruppi dipende dalla distanza dalla sorgente e se ne ricavano la successione dei gruppi in ordine di energia, nonché una valutazione dei loro rapporti di energia. Nei paragrafi 10 e 11 sono descritte altre esperienze di diffusione; nel paragrafo 12 viene descritto un metodo per la determinazione della larghezza delle bande di energia corrispondenti ai vari gruppi: infine nel paragrafo 13 i dati precedenti vengono raccolti e discussi insieme.

Nel corso del presente lavoro verranno spesso usate relazioni dedotte teoricamente da uno di noi e che fanno oggetto di un altro lavoro in corso di pubblicazioni [9] che verrà nel seguito indicato con *F*.

2. MISURE E LORO RIDUZIONE.

Come sorgente di neutroni ci siamo sempre serviti di ampolline di vetro di circa 4 mm di diametro per 15 di lunghezza contenenti emanazione (fino a 800 mC) e polvere di berillio. Dato che le nostre ricerche si sono estese per parecchi mesi è stato evidentemente necessario fissare delle norme in modo da rendere confrontabili fra di loro risultati ottenuti con diverse sorgenti a notevole distanza di tempo.

Passiamo qui a descrivere i criteri seguiti a questo scopo.

Le misure di attività sono state eseguite con una camera di ionizzazione rappresentata schematicamente nella fig. 1, dove è indicata anche la scala. La camera era riempita di anidride carbonica a tre atmosfere, ed era chiusa superiormente con una finestra di alluminio di 0,1 mm di spessore e del diametro di 7 cm. Siccome la finestra di alluminio è fortemente incur-

vata per la pressione, al di sopra di questa vi è un foglio di cellofan che ha il duplice scopo di proteggere la camera contro eventuali contaminazioni e di fornire una superficie piana su cui appoggiare i preparati.

La ionizzazione veniva misurata con un elettrometro Edelmann, il cui filo era proiettato su di una scala; la sensibilità e l'ingrandimento variavano da 5 a 250 divisioni per volt.

Per tarare le letture abbiamo usato un preparato di ossido di uranio ripartito su di una superficie di 5×5 cm² racchiuso in un pacchetto di alluminio. Indicheremo d'ora in poi questo preparato e la sua attività con U.

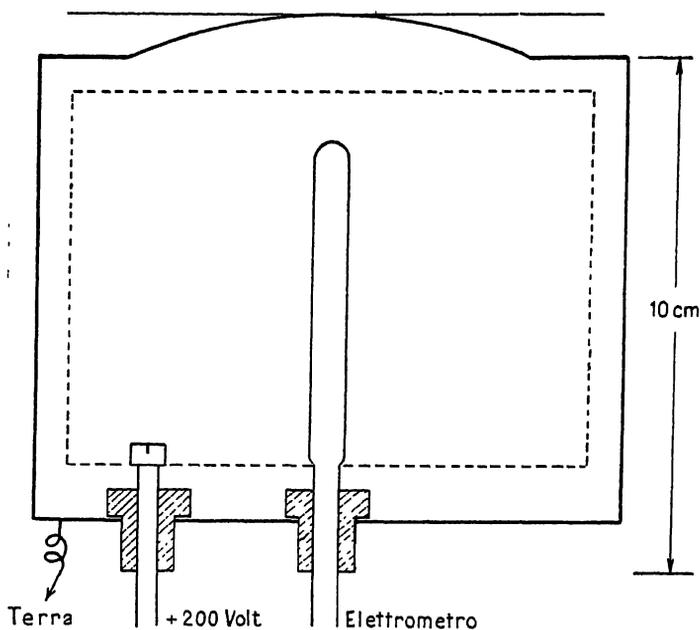


Fig. 1.

La ionizzazione prodotta nella nostra camera dall'U equivale a quella che si ottiene appoggiando sulla camera una vaschetta di alluminio di 0,1 mm di spessore, di base 5×5 cm², contenente 0,96 g di nitrato di uranile ($\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2 + 3 \text{H}_2\text{O}$) sciolto in 25 cm³ di acqua. Correggendo l'attività di questa soluzione per l'assorbimento nella soluzione stessa e nella vaschetta si trova che essa equivale a 0,073 g di uranio elemento, cioè a 920 disintegrazioni al secondo.

Per rendere più rapide le misure e poter usare diverse sensibilità dell'elettrometro e diversi intervalli della scala, ci siamo costruiti un grafico a doppia entrata che ci permetteva di ricavare direttamente, data la sensibilità dell'elettrometro ed il numero di divisioni su cui era stata eseguita la lettura, il tempo che avrebbe impiegato l'U a dare la stessa ionizzazione. In tal modo veniva eseguita automaticamente la correzione per la non linearità dello strumento e per la dipendenza della capacità dell'elettrometro dalla sensibilità.

Naturalmente le letture venivano corrette per l'effetto di zero che rappresentava il 15 % dell'U.

L'attività di un dato rivelatore posto in una determinata posizione rispetto alla sorgente ed agli altri oggetti che la circondano, è evidentemente proporzionale al numero di neutroni emessi dalla sorgente. Per avere dati confrontabili le misure di attività debbono dunque venir sempre divise per la intensità della sorgente misurata in neutroni (*intensità neutronica*). Per determinarla non è sufficiente ammetterla proporzionale alla quantità di emanazione contenuta nella sorgente, quale può misurarsi, per esempio dalla attività γ ; infatti lievi differenze nella grana del berillio o nella confezione della sorgente, possono produrre delle variazioni abbastanza forti nel numero dei neutroni emessi. Conviene perciò misurare la intensità neutronica riferendosi direttamente alla radioattività indotta in un opportuno rivelatore; le norme che abbiamo seguito sono le seguenti:

una lastra di rodio delle dimensioni di $5 \times 5,6$ cm² e del peso di 10,15 g, veniva attivata appoggiandola nel centro della base superiore di un cilindro di paraffina di

(1) 25 cm di diametro per 15 cm di altezza;

al di sopra della lastra di rodio veniva appoggiato un secondo cilindro di paraffina di 13 cm di diametro e di 10 cm di altezza; la sorgente era posta sull'asse del cilindro inferiore 3 cm al di sotto della base superiore.

Indichiamo in S l'attività iniziale della vita di 44 s del rodio che, si ottiene in queste condizioni dopo irraggiamento infinito. Chiameremo intensità neutronica I il rapporto fra questa attività iniziale S e l'U:

$$(2) \quad I = \frac{S}{U}.$$

Si noti che questa definizione dipende, se pur lievemente, dalla camera di ionizzazione usata. La sorgente più intensa di cui abbiamo potuto disporre ha avuto una intensità neutronica di 144,9. L'intensità neutronica 1 corrisponde ad una sorgente contenente da 5 a 6 mC di emanazione.

Siamo ora in grado di definire che cosa si intende per *attivabilità* A di un dato rivelatore (riferendoci, quando occorra, ad una sola delle sue vite medie) posto in una determinata posizione rispetto alla sorgente ed all'ambiente circostante.

Sia a l'attività iniziale di un rivelatore irraggiato infinito tempo; definiamo come *attivabilità* A del detto rivelatore in una certa posizione la espressione

$$(3) \quad A = 1000 \frac{a}{S} = 1000 \frac{a}{I \times U}.$$

In pratica naturalmente si determinano le attivabilità con l'ultima formula; l'intensità neutronica viene determinata per ogni sorgente una volta per tutte con una notevole accuratezza e quindi calcolata istante per istante a mezzo del periodo di decadimento dell'emanazione.

L'attività iniziale a viene misurata irradiando per un tempo finito e riducendosi a tempo infinito con ovvie formule.

Nel caso di elementi a vita breve conviene fissare delle norme per la misura dell'attività iniziale in modo da rendersi il più possibile indipendenti, almeno per le misure relative, da eventuali errori nel valore della vita media.

Così per il rodio (44 s) che per l'argento (22 s), che sono stati usati come rivelatori in moltissime esperienze, abbiamo effettuato irradiazioni di 1 min; nel caso dell'argento le letture venivano fatte da 20 s a 80 s dopo la fine dell'irraggiamento e l'attività così misurata moltiplicata per un opportuno fattore, dava l'attività iniziale. In realtà una misura di questo genere non dà soltanto la vita di 22 s, poiché vi è una perturbazione dovuta alla vita di 2,3 min; questa perturbazione non è tuttavia grande e l'abbiamo di solito trascurata (vedi anche § 5).

Per il rodio abbiamo sempre irradiato 1 min ed abbiamo eseguito la lettura fra circa 30 s e 60 s dopo la fine dell'irraggiamento; l'attività iniziale veniva calcolata rapidamente a mezzo di un nomogramma. Anche in questo caso abbiamo trascurato la piccola perturbazione dovuta al periodo di 4,2 min (vedi § 5).

Nel corso di questo lavoro abbiamo eseguito un gran numero di misure di assorbimento dei neutroni lenti in varie sostanze. I criteri seguiti per queste misure sono stati i seguenti.

Le misure sono state fatte all'esterno della paraffina, poiché altrimenti una elevata frazione dei neutroni passa più volte attraverso all'assorbitore (vedi § 6). La sorgente di Em + Be era normalmente inserita nel cilindro di paraffina (1), 3 cm sotto il centro della base superiore sulla quale venivano appoggiati i vari rivelatori. Nella maggior parte dei casi essi erano quadrati di circa 5 cm di lato.

Chiamiamo *attivabilità normale* A_n di un rivelatore la sua attivabilità in queste condizioni. Essa fornisce una indicazione sulla efficienza dei vari rivelatori.

A titolo di esempio nella Tabella I sono riportate le attivabilità normali di alcuni dei rivelatori da noi usati.

Per le misure di assorbimento gli assorbitori venivano inseriti in strati il più possibile sottili fra il rivelatore e la paraffina.

Per correggere l'errore dovuto all'altezza h del rivelatore sopra la superficie della paraffina, è stato rilevato come varia l'attività di un rivelatore di rodio in funzione di h ; la regola pratica così dedotta per ridurre le attivabilità ad $h = 0$, consiste nel dividere i risultati della misura per $1 - (h/7)$, dove h è l'altezza in cm; questa regola è sufficientemente corretta per h fino a poco oltre 1 cm.

A rigor di termini la correzione per l'altezza dovrebbe prendersi differente a seconda dell'assorbitore interposto ed anche a seconda del gruppo di neutroni con cui si lavora. Per il momento abbiamo trascurato questi raffinamenti.

Anche se i neutroni che escono dalla paraffina fossero omogenei le curve di assorbimento ottenute nelle condizioni che abbiamo descritto non sarebbero esponenziali, poiché i neutroni che escono con diverse inclinazioni θ attraversano differenti spessori dell'assorbitore. Nel calcolo dei coefficienti

di assorbimento dai dati sperimentali si deve naturalmente tener conto di questa circostanza; per molto tempo abbiamo calcolato questa correzione ammettendo che i neutroni escano dalla paraffina con la legge del coseno.

TABELLA I.

Sostanza	Periodo	Peso (in g)	Area (in cm ²)	A _n
MnO ₂	2,5 h	30	26	30
Cu	5 min	13	38	2
Ga	20 min	2,6	7	1,3
As	26 h	7	20	24
NaBr	18 min	26	25	9,2
Rh	44 s	10,15	28	282
Ag	22 s	8	27	135
In	54 min	0,76	9	21,2
In	16 s	0,76	9	14,2
I	25 min	25	25	16,9
Ir	19 h	14,5	25	78
Au	2,7 d	6,6	25	26

In queste condizioni la curva di assorbimento con rivelatore sottile, in funzione di $K\delta$ (K =coefficiente di assorbimento dei neutroni e δ =spessore dell'assorbitore) anziché essere l'esponenziale $e^{-K\delta}$ (curva *a* della figura 2), è la funzione

$$(4) \quad b(K\delta) = \int_0^x e^{-\frac{K\delta}{x}} dx$$

rappresentata dalla curva *b* della fig. 2.

Riteniamo oggi che per i neutroni del gruppo *C* (cfr. *F.*, §6) sia più plausibile ammettere che il numero di neutroni uscenti per unità di angolo solido anziché essere proporzionale a $\cos \theta$, sia approssimativamente proporzionale a

$$(5) \quad \cos \vartheta + \sqrt{3} \cos^2 \vartheta .$$

Se si prende questa distribuzione angolare dei neutroni, la curva di assorbimento in funzione di $K\delta$ è data dalla funzione

$$(6) \quad c(K\delta) = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} \int_0^x e^{-\frac{K\delta}{x}} (1 + \sqrt{3} x) dx$$

rappresentata dalla curva *c* della fig. 2.

Questa rappresenta probabilmente abbastanza bene l'andamento dell'assorbimento dei neutroni *C*; per i neutroni degli altri gruppi è probabile

che la curva di assorbimento sia intermedia fra b e c ; comunque le riduzioni sono state fatte servendoci nella curva c .

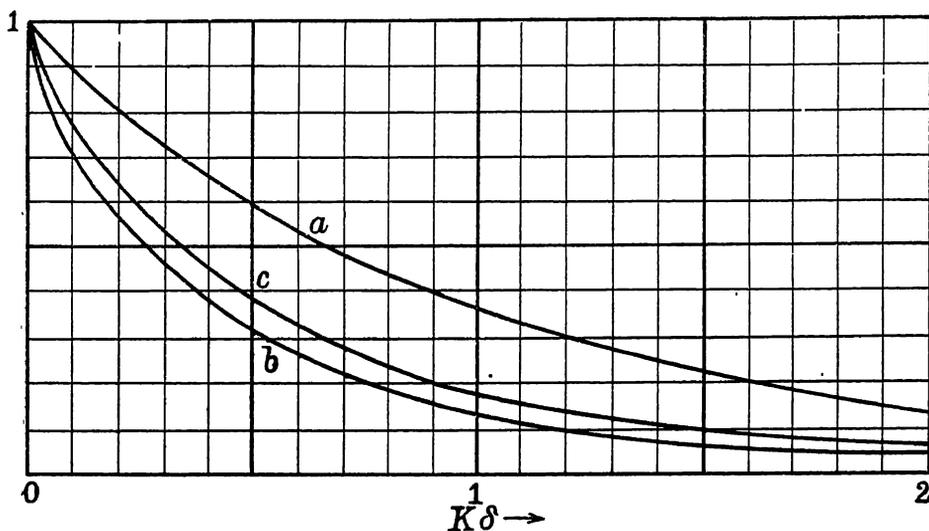


Fig. 2.

Nel caso che il rivelatore sia spesso, e cioè che l'assorbimento dei neutroni entro lo spessore utile del rivelatore sia considerevole, i dati ricavati dalla curva c vanno ulteriormente corretti.

Le differenze tra i coefficienti di assorbimento dati in questo lavoro e nelle comunicazioni preliminari sono dovute in gran parte all'aver effettuato le riduzioni con la curva c anziché con la curva b della fig. 2.

3. ASSORBIMENTI SELETTIVI.

Abbiamo già ricordato che, come è stato osservato da vari Autori, di regola l'assorbimento dei neutroni lenti da parte di un elemento è maggiore quando si usa un rivelatore fatto dell'elemento stesso anziché di un altro elemento.

Così, per esempio, la Tabella II indica le percentuali di attività trasmesse da assorbitori di $0,36 \text{ g/cm}^2$ di rodio e $0,96 \text{ g/cm}^2$ di argento, usando come rivelatori una lastra di rodio $0,36 \text{ g/cm}^2$ oppure una lastra di argento di $0,30 \text{ g/cm}^2$. Dati di questo genere su un maggiore numero di elementi sono stati pubblicati, oltre che da altri Autori, anche da noi [10].

TABELLA II.

Assorbitore	Rh	Ag
Rivelatore		
Rh	54	67
Ag	68	45

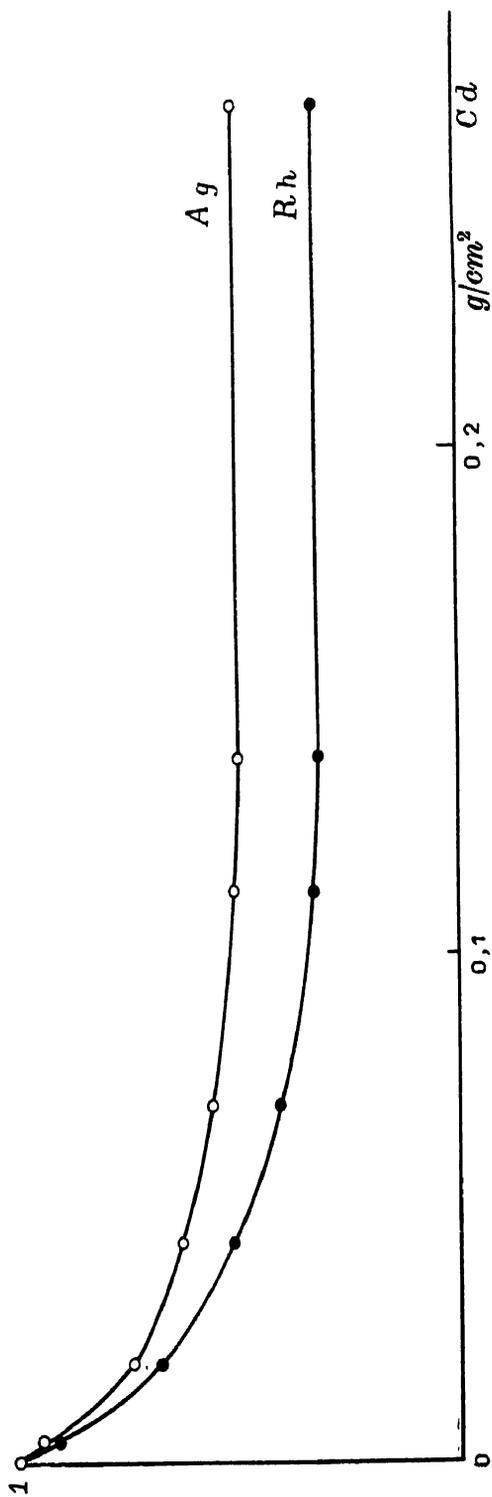


Fig. 3.

Questi fatti inducono a pensare che vi siano delle selettività negli assorbimenti dei neutroni.

Il modo migliore per studiarle consiste nel rilevare ed analizzare delle curve di assorbimento. Nella fig. 3 sono riportate le curve di assorbimento del cadmio con rivelatori rodio ($0,36 \text{ g/cm}^2$) e argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$).

È evidente da queste curve che le radiazioni che attivano entrambi questi rivelatori non sono omogenee, ma consistono di una frazione assai assorbita dal cadmio ed una frazione pochissimo assorbita. Tenendo conto del fatto che col nostro dispositivo l'assorbitore viene attraversato obliquamente dai neutroni, come è precisato al paragrafo 2, si può calcolare il coefficiente di assorbimento della frazione più assorbibile nel cadmio da ciascuna delle due curve.

Si ottiene così, dalla curva con rivelatore argento $K = 16 \text{ cm}^2/\text{g}$, e dalla curva con rivelatore rodio $K = 13,5 \text{ cm}^2/\text{g}$. Il coefficiente di assorbimento della frazione dura è certamente qualche centinaio di volte minore; così, per esempio, nel caso del rivelatore rodio si trova per essa $K = 0,05 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Dall'esame delle curve della fig. 3 si vede che nel nostro rivelatore di argento l'attività è dovuta per metà alla componente fortemente assorbita dal cadmio e metà alla componente poco assorbita. Per il nostro rivelatore di rodio invece il 72 % dell'attività è dovuta alla componente fortemente assorbita dal cadmio ed il resto alla componente poco assorbita.

L'assorbimento del cadmio ci permette dunque di dividere i neutroni lenti che escono da un blocco di paraffina, contenente una sorgente di neutroni, in due frazioni: di queste quella fortemente assorbita dal cadmio sarà indicata d'ora in poi col nome di gruppo C. Nel paragrafo 5 ne discuteremo dettagliatamente le proprietà di assorbimento.

Passiamo ora a studiare le proprietà della radiazione che filtra attraverso ad uno spessore di cadmio sufficiente per assorbire totalmente il gruppo C.

A tale scopo ripetiamo sulla radiazione filtrata da $0,27 \text{ g/cm}^2$ di cadmio alcune esperienze di assorbimento usando il rodio e l'argento sia come assorbitori che come rivelatori [11]. La Tabella III, analoga alla II, viene data come esempio dei risultati di una simile ricerca: gli assorbitori ed i rivelatori usati sono gli stessi della Tabella II.

TABELLA III.

Assorbitore	Rh	Ag
Rivelatore		
Rh	33	84
Ag	88	29

Il confronto delle Tabelle II e III mostra che le selettività sono assai più accentuate per la radiazione filtrata dal cadmio, ciò che indica che la componente poco assorbita da questo elemento non è omogenea.

Allo scopo di investigare ulteriormente le proprietà della radiazione filtrata dal cadmio, abbiamo rilevato le curve di assorbimento dell'argento con rivelatore argento ($2,2 \text{ g}/38 \text{ cm}^2$) sia sulla radiazione non filtrata che su quella filtrata da $0,27 \text{ g}/\text{cm}^2$ di cadmio. Nella fig. 4 sono date queste curve, riportando in ascissa gli spessori dell'assorbitore di argento ed in ordinate l'attivabilità del rivelatore. La curva superiore è relativa alla radiazione non filtrata e quella inferiore alla radiazione filtrata da $0,27 \text{ g}/\text{cm}^2$ di cadmio.

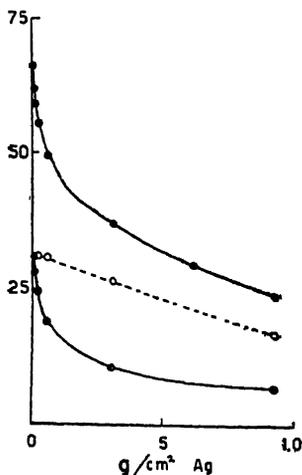


Fig. 4.

In entrambe le curve si riconosce che la radiazione che attiva l'argento contiene una componente fortemente assorbita nell'elemento stesso, la quale si presenta con uguale intensità nella radiazione filtrata e in quella non filtrata. Ciò significa che questa radiazione è assai poco assorbita dal cadmio. Ad essa abbiamo dato il nome di gruppo *A*. Il coefficiente di assorbimento dei neutroni del gruppo *A* nell'argento è $K = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Curve di aspetto simile a quelle date nella fig. 4 si trovano anche usando un rivelatore di argento più spesso; in questo caso però la percentuale di attività dovuta alla radiazione molto assorbita nell'argento è naturalmente minore, poiché essa si satura in meno di $0,1 \text{ mm}$ di spessore del rivelatore.

La curva tratteggiata della fig. 4 è la differenza delle altre due curve; essa rappresenta dunque il comportamento di quella parte dell'attività dell'argento che è assorbita da $0,27 \text{ g}/\text{cm}^2$ di cadmio. Essa è dunque la curva di assorbimento dell'argento con rivelatore argento dovuta ai soli neutroni del gruppo *C*. Da essa si ricava come valore del coefficiente di assorbimento dell'argento per i neutroni *C*, $K = 0,3 \text{ cm}^2/\text{g}$.

4. GRUPPI DI NEUTRONI LENTI.

Abbiamo visto, sugli esempi del paragrafo precedente, come l'analisi delle curve di assorbimento permetta di classificare i neutroni lenti in componenti diversamente assorbite da vari elementi.

È ben noto che l'analisi in componenti esponenziali delle curve di assorbimento può essere ritenuta attendibile solo quando la precisione delle misure singole è assai elevata, ed inoltre la disposizione geometrica dell'assorbitore e del rivelatore, rispetto alla sorgente, corrisponde a condizioni esattamente calcolabili.

Nel nostro caso queste condizioni non sono esattamente verificate, e ci manca quindi la possibilità di garantirci il modo preciso della omogeneità di una componente della radiazione.

In quel che segue ci siamo quindi limitati a caratterizzare dei gruppi di componenti approssimativamente omogenei. Le differenze di comportamento fra gruppo e gruppo sono così marcate da poter assegnare a ciascuno di essi una individualità, nonostante le piccole inomogeneità interne.

L'analisi in gruppi è resa praticamente eseguibile dalle seguenti circostanze:

- a) per alcuni assorbitori esistono delle fortissime differenze nel coefficiente di assorbimento tra gruppo e gruppo;
- b) è possibile usare svariati assorbitori e rivelatori che si comportano in modo molto differente;
- c) è possibile filtrare i neutroni lenti con assorbitori che ne riducono la inomogeneità.

L'ipotesi più spontanea sulla natura fisica delle differenze fra gruppo e gruppo consiste nell'attribuirle a differenze di velocità. In un blocco di paraffina i neutroni veloci che escono dalla sorgente subiscono un progressivo rallentamento, in seguito ad urti successivi contro gli atomi di idrogeno, fino a raggiungere l'energia di agitazione termica; nella paraffina sono quindi presenti in ogni istante neutroni di tutte le velocità, comprese tra l'energia di agitazione termica e l'energia con cui essi vengono emessi dalla sorgente. Parimenti neutroni di tutte queste velocità diffondono all'esterno di un blocco di paraffina. Si può quindi pensare che i vari gruppi corrispondano a diversi intervalli di energia dei neutroni. Le selittività di assorbimento debbono allora interpretarsi come dovute ad irregolari variazioni del coefficiente di assorbimento in funzione della velocità dei neutroni.

La plausibilità di una dipendenza irregolare del coefficiente di assorbimento dalla velocità dei neutroni è stata mostrata da recenti considerazioni di Bohr e di Breit e Wigner [12]. Torneremo in seguito a discutere l'origine fisica dei gruppi dopo avere esposto, oltre alle esperienze di assorbimento, anche il complesso delle proprietà di diffusione dei vari gruppi.

Già nel paragrafo precedente abbiamo indicato col nome di gruppo *C* le radiazioni che vengono fortemente assorbite dal cadmio (coefficiente di assorbimento $K = 13,5 \div 16 \text{ cm}^2/\text{g}$) e col nome di gruppo *A* quelle fortemente assorbite dall'argento ($K = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$). Abbiamo inoltre veduto che solo il 50% dell'attività dei nostri rivelatori di argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$) è dovuto al gruppo *C*; del rimanente 50% circa la metà è dovuta al gruppo *A*, mentre il resto è dovuto ad una radiazione che è poco assorbita sia dal cadmio che dall'argento (vedi fig. 4); questa radiazione è stata da noi chiamata gruppo *B*; essa è però quasi certamente complessa; fino ad ora non abbiamo potuto analizzarla in componenti pressoché omogenee, soprattutto a causa del fatto che non abbiamo trovato fra gli elementi da noi provati nessun assorbitore con elevato coefficiente di assorbimento per il gruppo *B*.

Nel paragrafo precedente abbiamo mostrato che il 72% dell'attività del nostro rivelatore di rodio ($0,36 \text{ g/cm}^2$) è dovuto al gruppo *C*; il rimanente 28% costituisce un nuovo gruppo, che chiameremo *D*, il quale è assai poco assorbito dal cadmio.

Dallo studio di un rivelatore di PbI_2 ($19 \text{ g}/25 \text{ cm}^2$, attivabilità normale 11,4) abbiamo dedotto che solo il 25% della sua attività è dovuto al gruppo *C* e meno del 10% è dovuto al gruppo *A*; il rimanente è dovuto ad una componente assai poco assorbita in tutti gli elementi fino ad ora provati, salvo che nello jodio; abbiamo quindi indicato col nome di gruppo *I* questa radiazione che produce circa il 70% dell'attività del nostro rivelatore.

Frisch, Hevesy e McKay [13] hanno studiato l'assorbimento dell'oro con rivelatore oro sulla radiazione filtrata da cadmio ed hanno trovato una curva assai simile a quelle dell'argento con rivelatore argento da noi date nella fig. 4. Noi abbiamo cercato di analizzare l'attività di un rivelatore di oro di $1,75 \text{ g}/25 \text{ cm}^2$ nei gruppi di neutroni fino ad ora caratterizzati; si è così riconosciuto che l'attività dell'oro è dovuta in parte ai gruppi *C*, *A* e *B*; l'elevato coefficiente di assorbimento dell'oro con rivelatore oro è però dovuto ad una radiazione distinta da tutte le precedenti.

5. MISURE SISTEMATICHE DI ASSORBIMENTO.

Gruppo C. - Tra tutti i gruppi quello meglio conosciuto è il gruppo *C*, poiché esso determina in quasi tutti i rivelatori elevate percentuali dell'attivazione; si hanno molte ragioni per ritenere (cfr. § 13) che questo gruppo sia costituito, in gran parte almeno, da neutroni aventi l'energia di agitazione termica. Per questa ragione lo indicheremo spesso anche come gruppo termico.

Lo studio del gruppo *C* è reso particolarmente agevole dal fatto che esiste un assorbitore praticamente esclusivo di questo gruppo quale è il cadmio; uno spessore di $0,3 \div 0,4 \text{ g}/\text{cm}^2$ di questo elemento assorbe in modo quasi completo il gruppo *C* senza assorbire sensibilmente gli altri gruppi. Per determinare quindi la porzione di attività di un rivelatore dovuta al gruppo *C* basta fare la differenza fra le attività che si osservano senza e con un filtro di cadmio dello spessore indicato.

Nella Tabella IV sono raccolti i coefficienti di assorbimento in cm^2/g per i neutroni del gruppo *C*, osservati con vari rivelatori (facendo sempre la differenza fra le attività senza e con un filtro di cadmio) e vari assorbitori. Si noti che i coefficienti di assorbimento dello stesso elemento, misurati con diversi rivelatori, sono approssimativamente costanti. Le differenze sono certamente in parte dovute ad errori di misura; riteniamo tuttavia che essi non siano totalmente imputabili a questa causa. Comunque, se si tengono presenti le grandi differenze dei coefficienti di assorbimento di un elemento per i neutroni di diversi gruppi, si riconosce che il gruppo *C* ha effettivamente una notevole omogeneità interna.

TABELLA IV.

Gruppo C.

Assorbitore	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Mn 2,5 h . .	0,9	0,3	—	—	—	—	—
Rh 44 s . .	0,6	0,2	13,5	0,6	1,0	0,2	0,7
Ag 22 s . .	0,7	0,3	16	—	0,9	0,25	0,9
In 54 min . .	0,6	0,2	14	0,9	1,0	0,2	0,6
Ir 19 h . . .	1,0	0,3	—	—	—	—	0,6

Gruppo D. - Il gruppo *D* si osserva comodamente usando come rivelatori il rodio oppure l'indio; entrambi questi elementi si prestano ad eseguire misure precise.

Il fatto che il gruppo *D* si possa caratterizzare usando sia l'uno che l'altro di questi due rivelatori, porta a concludere che le corrispondenti bande di assorbimento sono quasi coincidenti; naturalmente non vi sono ragioni per credere che la coincidenza debba essere completa. Vedremo nel paragrafo 9 che fra tutti i gruppi da noi studiati, il gruppo *D* è quello di minima energia dopo il gruppo *C*.

Abbiamo già detto che il 28 % dell'attività dei nostri rivelatori di rodio di 0,36 g/cm² è dovuto al gruppo *D*. In un rivelatore di indio di 0,76 g/cm² il 42 % dell'attività della vita di 54 min è dovuto al gruppo *D*; il rimanente 58 % è dovuto al gruppo *C*.

Per studiare il gruppo *D* basta quindi usare uno di quei rivelatori filtrando la radiazione con 0,3 ÷ 0,4 g/cm² di cadmio in modo da eliminare il gruppo *C*.

Nella Tabella V sono riportati alcuni coefficienti di assorbimento in cm²/g dei neutroni del gruppo *D*.

TABELLA V.

Gruppo D.

Assorbitore	B	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Rivelatore								
Rh 44 s	4,7	2,0	0,06	0,05	3,0	1,0	0,03	0,07
In 54 min.	—	1,6	0,09	—	3,8	1,0	0,04	0,04

Gruppo A. - Questo gruppo caratterizzato dal forte coefficiente di assorbimento nell'argento ($K = 20$ cm²/g), si osserva di solito usando come rivelatore un sottile strato di argento. Come si è già detto il 25 % dell'attivabilità normale di un rivelatore di 0,057 g/cm² è dovuto al gruppo *A*. Per isolare questo gruppo basta fare la differenza delle attivabilità di un rivelatore di argento senza e con un filtro di argento sufficiente ad assorbire il gruppo *A* e tale da non attenuare notevolmente gli altri gruppi. In pratica conviene eseguire le misure eliminando il gruppo *C* con un filtro di cadmio. Il gruppo *A* si presenta anche nell'oro; un rivelatore di oro di 1,535 g/25 cm² ha una attivabilità normale di 21 di cui il 13 % è dovuto al gruppo *A*; il coefficiente di assorbimento dell'oro per questo gruppo è 4 cm²/g. Il coefficiente di assorbimento del gruppo *A* nel boro è 3 cm²/g.

Poco è noto sulle proprietà degli altri gruppi dei quali è stato detto qualche cosa nel paragrafo precedente. Abbiamo effettuate alcune misure dei coefficienti di assorbimento che qui riportiamo:

gruppo *B*: boro $K = 2,3$ cm²/g ; oro $K = 1,7$ cm²/g ;

gruppo *I*: boro $K = 1$ cm²/g ; iodio $K = 0,7$ cm²/g .

Abbiamo visto che mentre il gruppo *C* è presente con percentuali quasi sempre superiori al 50% nei diversi rivelatori, posti all'esterno della paraffina, gli altri gruppi si incontrano in un minor numero di rivelatori e determinano percentuali minori dell'attività.

Questo fatto non è dovuto all'essere i coefficienti di assorbimento dei vari elementi per i neutroni del gruppo *C* maggiori che per gli altri gruppi; abbiamo anzi già visto numerosi esempi del contrario. Esso è dovuto principalmente al fatto che il numero dei neutroni *C* che escono dalla paraffina è assai maggiore del numero di neutroni degli altri gruppi.

Un dato importante per caratterizzare un gruppo è dunque la sua *numerosità*. Per dare un significato ben determinato a questa grandezza la definiamo al modo seguente: numerosità N_0 di un gruppo è il numero di neutroni di esso che escono per secondo, centimetro quadrato e unità di intensità neutronica della sorgente, in media dai 25 cm² centrali della superficie superiore del blocco di paraffina (I), contenente la sorgente (intensità neutronica I) 3 cm sotto il centro della base superiore.

Il principio su cui è basata la misura della numerosità di un gruppo è il seguente: appoggiamo sul centro del blocco (I) un rivelatore sottile di superficie *s*; il numero di neutroni che colpiscono questo rivelatore sarà

$$N_0 I s.$$

Se con *K* indichiamo il coefficiente di assorbimento del rivelatore, supposto assai sottile, e con δ il suo spessore, si può vedere che il numero di neutroni catturati dal rivelatore è

$$\sqrt{3} N_0 I s K \delta$$

dove il fattore $\sqrt{3}$ è dovuto all'obliquità dei neutroni uscenti, di cui è stato tenuto conto con la legge (5).

Se indichiamo con η l'efficienza della camera di ionizzazione, e cioè la corrente di ionizzazione dovuta ad una disintegrazione al secondo in superficie, l'attività normale (cfr. formula 3) del nostro rivelatore è

$$(7) \quad A = 1000 \sqrt{3} s N_0 K \delta \frac{K_r}{K} \frac{\eta}{920 \eta_U}$$

dove η_U è l'efficienza della camera per i raggi β del preparato di uranio da noi usato, che come si è già detto corrisponde a 920 disintegrazioni al secondo in superficie.

Il fattore K_r/K è stato introdotto per tener conto del fatto che quando un rivelatore assorbe i neutroni di un dato gruppo (con coefficiente di assorbimento *K*) è possibile che una frazione di essi dia luogo o a formazione di isotopi non radioattivi oppure ad isotopi radioattivi con periodo diverso da quello in esame; con K_r abbiamo indicato il coefficiente di assorbimento dei neutroni, dovuto al solo processo responsabile dell'attività in esame; è evidente che mentre *K* è il coefficiente che determina l'assorbimento dei neutroni nel rivelatore, K_r determina l'attività.

Dalla (7) si ricava la numerosità del gruppo in esame

$$(8) \quad N_0 = 0,53 \frac{\eta_U}{\eta} \frac{K}{K_r} \frac{A}{s K \delta}.$$

In questa espressione di N_0 le grandezze A , s , δ , sono direttamente misurabili; K_r può porsi nella maggior parte dei casi eguale a K ; in altri, casi, quando in un elemento si hanno attivazioni con più vite medie, il rapporto delle loro attivabilità, corrette per l'assorbimento dei raggi β e per diversa efficienza η , permette di valutare K/K_r .

Una incertezza non trascurabile nella misura di N_0 dipende dalla scarsa conoscenza del rapporto delle efficienze della camera per raggi β di diversa durezza. Dalle variazioni relativamente piccole che si trovano nelle numerosità calcolate usando differenti rivelatori, nell'ipotesi di efficienza η costante, sembra doversi concludere che tale grandezza non varia entro limiti molto vasti. Nei calcoli che seguono abbiamo sempre assunto $\eta = \eta_U$.

Nella Tabella VI sono riportati i valori delle numerosità dei vari gruppi calcolati usando diversi rivelatori; come coefficienti di assorbimento abbiamo introdotto nei calcoli le medie di quelli dati nelle tabelle precedenti. I valori dati nella Tabella VI sono stati calcolati con una formula analoga alla (8) in cui però si è tenuto conto dell'assorbimento dei neutroni e degli elettroni entro lo spessore del rivelatore; si è inoltre apportata una piccola correzione per tener conto della riflessione degli elettroni sugli strati superiori del rivelatore.

TABELLA VI.

Numerosità N_0 .

Gruppo	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>I</i>
Rivelatore				
Rh	47	10	—	—
Ag	57	—	0,6	—
In	34	7	—	—
I	—	—	—	5
Au	37	—	0,5	—

I dati relativi all'indio sono stati calcolati sommando i contributi delle due vite di 16 s e 54 min e trascurando la debole vita di 4 h. Per il rodio e per l'argento abbiamo eseguito i calcoli tenendo conto oltre che delle vite di 44 s e 22 s anche delle vite di 4,2 min. e 2,3 min.

Se si calcola la numerosità del gruppo *C* dall'attività dell'iridio (19 h) si trova un valore circa 10; questo valore ci è sembrato troppo piccolo per

poter imputare la differenza a errori sperimentali. Abbiamo quindi cercato se non ci fosse un'altra attività abbastanza intensa per poter giustificare la piccolezza del valore precedente della numerosità. Effettivamente il sospetto è risultato fondato poiché esiste una seconda attività dell'iridio con periodo di 68 giorni, la cui attivabilità, per quanto non ancora misurata, è dell'ordine di grandezza dell'attivabilità del periodo di 19 h. I raggi β corrispondenti a questo nuovo periodo hanno un potere penetrante assai piccolo.

Ha interesse determinare se negli elementi che si attivano con due o più periodi, entrambi dovuti a neutroni lenti, l'attività delle diverse vite sia oppure no determinata dagli stessi gruppi.

Abbiamo fatto quindi uno studio dei rivelatori: rodio ($0,36 \text{ g/cm}^2$; 44 s e 4,2 min); argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$; 22 s e 2,3 min); indio $0,065 \text{ g/cm}^2$; 16 s e 54 min); bromuro di sodio (1 g/cm^2 ; 18 min e 4,2 h) confrontando per ciascuno di essi le attivabilità delle due vite senza e con opportuni filtri.

Nel caso del rodio il rapporto delle attivabilità del periodo di 44 s e di quello di 4,2 min resta lo stesso (circa 10) con e senza un filtro di cadmio sufficiente per assorbire il gruppo *C* [14].

Nell'argento invece si notano delle differenze marcate di comportamento delle due vite; nel gruppo *C* l'attivabilità della vita lunga è risultata il 24 % dell'attivabilità totale; nel gruppo *B* il 19 %; infine nel gruppo *A* è risultato dalle misure il 3 % che entro i limiti dell'errore sperimentale potrebbe essere zero; si può quindi dire che il gruppo *A* è caratteristico della vita dell'argento di 22 s.

Si noti fin d'ora che la banda di energia corrispondente al gruppo *A* (cfr. § 12) è assai ristretta; così che per interpretare questo comportamento basterebbe ammettere una lieve differenza fra le energie delle bande di assorbimento dei due isotopi.

Nel caso dell'indio le percentuali di attivazione delle due vite dovute ai gruppi *C* e *D* sono approssimativamente uguali.

Similmente per il bromo un filtro di cadmio non altera considerevolmente il rapporto tra le attivabilità delle due vite.

Abbiamo anche provato a sostituire il cilindro di paraffina su cui vengono fatte le misure normali, con un eguale cilindro di acqua, e usando rivelatori rodio, argento e ioduro di piombo ed opportuni filtri abbiamo determinato le percentuali di attivazione dovute ai vari gruppi. Abbiamo potuto in tal modo riconoscere che i rapporti fra le numerosità dei vari gruppi sono gli stessi con l'acqua e con la paraffina. Anche i valori assoluti non variano considerevolmente. Si noti tuttavia che variando la distanza dalla sorgente i rapporti fra le intensità dei vari gruppi subiscono delle variazioni, come sarà precisato al paragrafo 9.

Infine abbiamo cercato di vedere se i rapporti fra le intensità dei vari gruppi si spostano usando diverse sorgenti di neutroni veloci [15]. Abbiamo perciò determinato le attivabilità di rivelatori di rodio e argento con filtri di cadmio e argento, usando una sorgente appena preparata, in cui il radio C non era ancora in equilibrio, e seguendo la crescita delle attivabilità durante la formazione del radio C. Sia per il rodio che per l'argento non si sono tro-

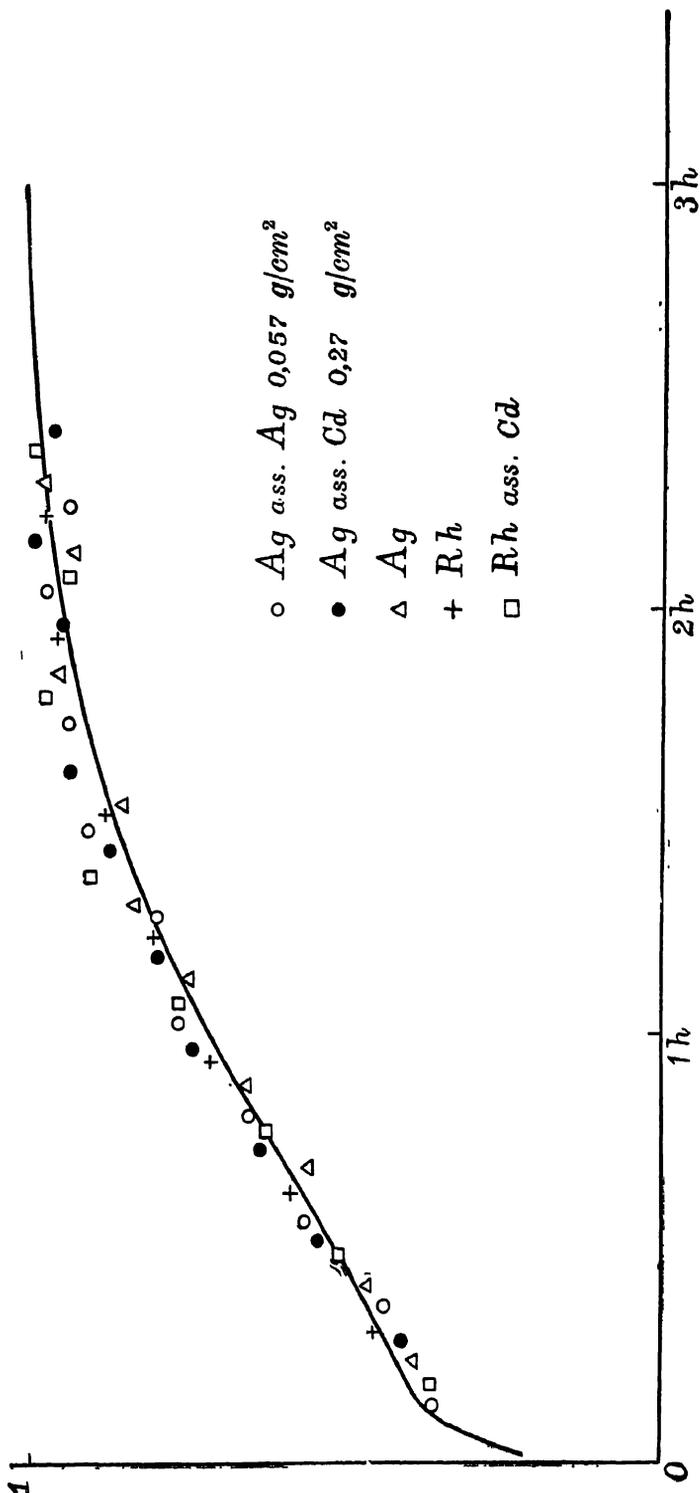


Fig. 5.

vate variazioni nei rapporti dei gruppi durante la formazione del radio C, benché le attivabilità crescessero da 40 (effetto dovuto alle particelle α dell'Em + RaA) a 100 (effetto delle particelle α dell'Em + RaA + RaC).

Nella fig. 5 sono riportate le curve dell'accrescimento dell'attività in funzione del tempo rilevate in questa esperienza. Si noti la elevata efficienza delle particelle α del RaC nel produrre neutroni dal berillio: la loro efficienza è tre volte maggiore di quella delle particelle α dell'emanazione e del radio A.

6. ALBEDO.

Le misure di attivabilità normale come anche le misure di assorbimento di cui abbiamo parlato fin'ora sono eseguite all'esterno di un blocco di paraffina. In questo paragrafo studieremo invece le proprietà dei neutroni lenti nell'interno della paraffina.

Il rivelatore (rodio 10 g/28 cm², oppure argento 2,2 g/38,5 cm²) veniva posto nel centro della base superiore del cilindro di paraffina normale (1) ed al di sopra veniva appoggiato un secondo cilindro di paraffina eguale. Il rivelatore poteva inoltre venir posto fra opportuni strati assorbenti.

Per indicare rapidamente le posizioni relative della sorgente, della paraffina, del rivelatore e degli assorbitori, è conveniente fissare la seguente convenzione: rappresentiamo con le lettere S la sorgente, P la paraffina, R il rivelatore e con i simboli Cd ed Ag gli assorbitori di cadmio e di argento aventi rispettivamente gli spessori 0,27 g/cm² e 0,057 g/cm². Un simbolo come S P Cd R Cd P significa quindi una esperienza nella quale al di sopra della sorgente (S) si trovano prima 3 cm di paraffina (P) per giungere alla base superiore del cilindro di paraffina, poi uno strato di cadmio (Cd), il rivelatore (R), un secondo strato di cadmio (Cd) ed infine il secondo cilindro di paraffina (P).

TABELLA VII.

Dispositivo	Argento	Rodio
S P R	66,1	282
S P Cd R	32,2	80
S P Cd Ag R	17,5	78
S P R P	417	1025
S P Cd R Cd P	66,5	140
S P Cd R P	92,2	244
S P R Cd P	113,1	371
S P Cd Ag R Ag Cd P	64,5	144
S P Cd Ag R Cd P	45,6	—
S P Cd R Ag Cd P	54,8	—

Nella Tabella VII sono riportate le attivabilità dei due rivelatori di rodio e argento in diverse esperienze.

Confrontando fra di loro le esperienze S P R ed S P R P si nota il forte aumento dell'attività dovuto al sovrapporre il secondo blocco di paraffina. Questo forte aumento è dovuto al fatto che i neutroni sia veloci che lenti, che in assenza del secondo blocco uscirebbero dalla paraffina, possono invece venire riflessi all'indietro da questo.

Ponendo il rivelatore tra opportuni assorbitori si può fare un'analisi in gruppi della radiazione che lo attiva. Così per esempio il confronto delle esperienze S P R P ed S P Cd R Cd P ci mostra che nel caso del rivelatore argento la frazione $\frac{417-66,5}{417} = 0,84$ dell'attività è dovuta al gruppo C e nel caso del rivelatore rodio la frazione $\frac{1025-140}{1025} = 0,86$ è dovuta al gruppo C. Si noti che il rapporto tra il gruppo C e gli altri gruppi è molto maggiore entro la paraffina che non all'esterno; vedremo tra poco la ragione di questa differenza.

Un controllo della correttezza dell'analisi in gruppi dell'attività di un rivelatore anche nell'interno della paraffina, si ha dal fatto che raddoppiando lo spessore degli assorbitori di cadmio non si ha altro che una piccolissima riduzione ulteriore dell'attività. Nel caso del rivelatore argento invece l'aggiunta di assorbitori di argento a quelli di cadmio, determina una riduzione della intensità a circa $\frac{1}{2}$ (esperienze S P Cd R Cd P ed S P Cd Ag R Ag Cd P); questo fatto mostra che anche nell'interno della paraffina si può parlare di gruppo A intensamente assorbito dall'argento. In conformità a quanto si osserva fuori dalla paraffina gli assorbitori sottili di argento, aggiunti a quelli di cadmio non provocano una ulteriore riduzione nell'attività del rodio.

Studiamo ora il comportamento del gruppo C. Osserviamo i risultati delle misure S P R P, S P Cd R P, S P R Cd P, S P Cd R Cd P; questa ultima misura ci indica quale parte dell'attività non è dovuta al gruppo C, per modo che detraendo questo dato dai risultati delle altre tre misure si ottiene la parte dell'attività dovuta al solo gruppo C.

La differenza fra le misure S P Cd R P ed S P R Cd P si interpreta facilmente tenendo conto del fatto che i neutroni lenti nell'interno della paraffina hanno una densità che decresce allontanandosi dalla sorgente in modo che uno strato di cadmio che protegge il rivelatore dalla parte della sorgente arresta più neutroni di uno strato messo dalla parte opposta. Per riportarci al caso semplice in cui i neutroni fossero distribuiti uniformemente nella paraffina, basterà dunque prendere la media dei risultati delle due esperienze precedenti.

Troviamo dunque per il rivelatore di argento, come attivabilità dovuta al solo gruppo C: $A_c = 417 - 66,5 = 350,5$. L'attivabilità dovuta al solo gruppo C quando l'argento è protetto solo da una parte da uno strato di cadmio è invece: $B_c = \frac{92,2 + 113,1}{2} - 66,5 = 36,1$.

I corrispondenti valori per il rodio sono $A_c = 885$, $B_c = 167,5$. Il rapporto A_c/B_c è per l'argento 9,7 e per il rodio 5,3.

Una considerazione elementare permette di rendersi conto dei valori di questo rapporto.

Indichiamo con β la probabilità che un neutrone che incide su di una superficie piana che limita un blocco molto esteso di paraffina ne riesca dopo avere eventualmente subito alcuni urti nella paraffina.

Chiameremo *albedo* questa grandezza β che corrisponde al coefficiente di riflessione diffusa dei neutroni lenti da parte di una superficie di paraffina. In realtà l'albedo dipende dall'angolo di incidenza dei neutroni lenti ed è evidentemente tanto minore quanto più la incidenza è normale (cfr. *F.*, § 5). In questa considerazione elementare trascureremo però questa dipendenza.

Indichiamo con ζ la probabilità che un neutrone che attraversa il rivelatore venga da esso catturato. Anche per ζ trascureremo la dipendenza dall'angolo di incidenza.

Il metodo per la determinazione della albedo è basato sul confronto fra le attivabilità A_c e B_c sopra definite.

Sia \mathcal{N} il numero di neutroni C che incidono su di un rivelatore esclusivo del gruppo C quando esso è protetto da un lato da un assorbitore totale del gruppo C stesso. Il numero dei neutroni catturati dal rivelatore sarà $\mathcal{N}\zeta$ e ad esso sarà proporzionale l'attivabilità B_c .

Supponiamo ora di togliere l'assorbitore e cerchiamo di determinare di quanto crescerà l'attivabilità del rivelatore.

In primo luogo dovremo tener conto del fatto che i neutroni possono colpire il rivelatore da ambo le parti ciò che determina un fattore 2.

Ma un aumento ancora più importante è dovuto al fatto che quando accanto al rivelatore è posto uno strato totalmente assorbente, un neutrone C che colpisca il rivelatore lo attraversa una volta sola ed ha quindi una probabilità ζ di venir catturato in esso; quando invece non vi è l'assorbitore il neutrone può attraversare più volte il rivelatore.

Infatti al primo passaggio si ha la probabilità ζ che il neutrone venga catturato nel rivelatore ed $1 - \zeta$ che lo attraversi; la probabilità che il neutrone torni sul rivelatore è $\beta(1 - \zeta)$ e la probabilità che sia catturato al secondo passaggio è $\beta(1 - \zeta)\zeta$; così proseguendo si trova che la probabilità di cattura è

$$\zeta + \zeta\beta(1 - \zeta) + \zeta\beta^2(1 - \zeta)^2 + \dots = \frac{\zeta}{1 - \beta(1 - \zeta)} = \frac{\zeta}{1 - \beta + \beta\zeta}.$$

Il numero dei neutroni catturati è quindi

$$\frac{2\mathcal{N}\zeta}{1 - \beta + \beta\zeta},$$

e quindi il rapporto A_c/B_c risulta

$$(9) \quad \frac{A_c}{B_c} = \frac{2}{1 - \beta + \beta\zeta}$$

che per ζ piccolissimo, cioè per rivelare molto sottile, si riduce a

$$(10) \quad \frac{A_c}{B_c} = \frac{2}{1 - \beta}.$$

La misura del rapporto A_c/B_c permette dunque di determinare l'albedo β .

Nel caso del nostro rivelatore di argento ζ è assai piccolo ma pur tuttavia non trascurabile. Il suo valore si può valutare dallo spessore del rivelatore, dal coefficiente di assorbimento dell'argento tenendo conto naturalmente dell'obliquità dei neutroni. Si trova così $\zeta = 0,03$ e di conseguenza

$$\beta = 0,82.$$

Il rivelatore di rodio è molto più spesso; per esso ζ è prossimo a 0,35; dato questo elevato valore di ζ un piccolo errore nella sua valutazione porterebbe ad un forte errore nella determinazione di β . Per conseguenza non si possono usare le misure col rodio per determinare β , ma piuttosto calcolare per questo rivelatore il rapporto A_e/B_e usando il valore dell'albedo ottenuto dall'argento; si trova così

$$\frac{A_e}{B_e} = 4,3$$

in sufficiente accordo col valore sperimentale 5,3.

Abbiamo già osservato che il concetto di albedo come noi l'abbiamo introdotto, non è interamente ben definito, poiché la percentuale di neutroni riflessi da una superficie di paraffina dipende dalla legge di distribuzione angolare dei neutroni entranti. Per precisarne il concetto si può definire l'albedo β per mezzo della (10), scritta per un rivelatore infinitamente sottile (albedo sperimentale cfr. *F.*, § 7). Le nostre misure si riferiscono appunto all'albedo così definita.

Essa è legata al numero N di cammini liberi che un neutrone C percorre in media prima di venire catturato da un protone della paraffina.

Si può dimostrare (*F.*, formula 63) che la relazione che lega queste due grandezze è:

$$(11) \quad \beta = 1 - \frac{2}{\sqrt{N}}.$$

Questa espressione è esatta nell'ipotesi che l'energia di agitazione termica sia trascurabile rispetto al quanto $h\nu$ del legame elastico dell'idrogeno nella paraffina; altrimenti è necessario apportare una piccola correzione (cfr. § 13).

Prendendo $\beta = 0,82$ si ricaverebbe (cfr. § 13)

$$N = 124.$$

Abbiamo eseguito delle esperienze analoghe alle precedenti per determinare l'albedo dei neutroni del gruppo A usando un rivelatore di argento di 0,010 g/cm², in modo che per esso ζ anche nel gruppo A non fosse troppo grande. A differenza del gruppo C , che ha albedo prossima ad 1, abbiamo trovato per il gruppo A un'albedo sensibilmente nulla. Ciò non significa che i neutroni del gruppo A non vengano affatto riflessi, ma piuttosto che quando vengono riflessi la loro velocità varia per effetto degli urti subiti nella paraffina in modo che all'uscita essi non appartengono più alla banda di energia corrispondente al gruppo A .

La bassa albedo del gruppo A trova riscontro nel fatto che l'attività di un rivelatore provocata dai neutroni di questo gruppo aumenta soltanto

di un fattore prossimo a 2 quando si pone al di sopra del rivelatore un secondo cilindro di paraffina. Tale aumento non è dovuto ad un effetto di albedo ma sostanzialmente al fatto che i neutroni lenti penetrano nel rivelatore da entrambe le facce.

Un comportamento analogo si osserva anche per i neutroni dei gruppi D , B ed I . Può dunque concludersi che ad eccezione del gruppo C i neutroni di tutti i gruppi hanno una piccolissima albedo, ciò che significa che dopo un solo urto o poco più essi cambiano di velocità tanto da cessare di appartenere al gruppo (cfr. § 12).

Questa notevole differenza di comportamento fra il gruppo C e gli altri gruppi porta come conseguenza che nell'interno della paraffina le percentuali di attivazione dovute al gruppo C sono sempre molto maggiori che all'esterno.

Nello stesso senso vanno interpretate le esperienze di Tillman [16] sul diverso comportamento di vari rivelatori appoggiati su di un blocco di paraffina, in funzione dello spessore di un secondo strato di paraffina sovrapposto. Un forte aumento percentuale dell'attività di un rivelatore dovrà attendersi per rivelatori molto sensibili al gruppo C ; dovrà naturalmente tenersi conto nell'interpretazione di queste esperienze anche del coefficiente ζ del rivelatore secondo la formula (9).

7. DIFFUSIONE DEI NEUTRONI DI UN GRUPPO.

Nel paragrafo precedente abbiamo concluso dalle misure di albedo che i neutroni del gruppo C percorrono successivamente un considerevole numero di cammini liberi. Il movimento di questi neutroni nella paraffina si potrà quindi assimilare con buona approssimazione ad un moto di diffusione in cui naturalmente si tenga conto della distruzione dei neutroni per cattura da parte dei protoni.

Se indichiamo con N il numero di cammini liberi fatti in media da un neutrone C e con λ il suo cammino libero medio, è evidente che la distanza media a cui diffonde questo neutrone è dell'ordine di grandezza di $\lambda\sqrt{N}$. Quindi delle esperienze di diffusione permettono di determinare $\lambda\sqrt{N}$ [17]. Chiameremo tratto di diffusione la grandezza

$$(12) \quad l = \lambda \sqrt{\frac{N}{3}}$$

che, come vedremo, può ottenersi direttamente dalle misure.

La misura del tratto di diffusione può rendersi quantitativa usando un dispositivo basato su questo principio: consideriamo un neutrone C che si trova entro un blocco di paraffina, limitato da una superficie piana, a distanza x da questa. In base alla teoria della diffusione (cfr. *F.*, § 3) si calcola che la probabilità $p(x)$ che il neutrone arrivi ad uscire dalla paraffina, prima di venir catturato da un protone, è

$$(13) \quad p(x) = e^{-\frac{x}{\sqrt{D\tau}}}$$

dove D è il coefficiente di diffusione dei neutroni termici e τ la loro vita media nella paraffina.

Per i neutroni C la cui energia cinetica è piccola rispetto al quanto delle frequenze elastiche degli idrogeni nella paraffina, ammetteremo che gli idrogeni possano considerarsi come centri fissi di diffusione isotropa e che il cammino libero medio λ sia indipendente dalla velocità (cfr. *F.*, § 10 e 11). In realtà questa ipotesi non è soddisfatta esattamente come sarà discusso nel § 13.

In queste ipotesi il coefficiente di diffusione è legato a λ dalla relazione

$$(14) \quad D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}$$

(\bar{v} = velocità media dei neutroni); si ha d'altra parte

$$(15) \quad N = \frac{v\tau}{\lambda}$$

e quindi

$$(16) \quad D\tau = \frac{1}{3} \lambda^2 N.$$

Si ha dunque (cfr. *F.*, formula 34)

$$(17) \quad p(x) = e^{-x/\sqrt{\frac{\lambda^2 N}{3}}} = e^{-\frac{x}{l}}.$$

Una determinazione della probabilità $p(x)$ permette dunque la misura del tratto di diffusione l e quindi di $\lambda^2 N$.

La determinazione di $p(x)$ si può fare, in linea di principio, nel modo seguente: immaginiamo un rivelatore R del gruppo C che ricopra tutta la superficie piana di un blocco di paraffina da cui escono i neutroni C ; tale rivelatore assorba tutti i neutroni che escono dalla paraffina in uno spessore piccolo rispetto all'assorbimento degli elettroni. L'attività di un simile rivelatore sarebbe proporzionale al numero di neutroni che lo investono indipendentemente dalla loro distribuzione angolare. Se ad una profondità x distruggiamo Q neutroni C , l'attività di questo rivelatore calerà proporzionalmente a $Q \cdot p(x)$; la distruzione dei Q neutroni si può realizzare ponendo nella posizione x un assorbitore del gruppo C , e Q si può dedurre direttamente dall'attività indotta nell'assorbitore.

L'esperienza è stata eseguita in pratica ponendo il rivelatore su di un blocco cilindrico di paraffina di 25 cm di diametro e 15 di altezza, contenente la sorgente sull'asse 3,5 cm al disotto della base superiore; questo cilindro di paraffina era tagliato a fette in modo da poter inserire l'assorbitore a varie profondità.

Abbiamo usato come rivelatore una lastra di rodio di 10 g/28 cm²; e siccome questa non copriva che una piccola parte della superficie della paraffina, le misure sono state fatte ponendo il rivelatore successivamente in nove posizioni diverse e sommando i risultati.

Come assorbitore del gruppo C abbiamo usata una lastra di lega di stagno e cadmio contenente 0,019 g/cm² di cadmio; siccome il cadmio in piccoli spessori assorbe praticamente solo i neutroni del gruppo C , la ridu-

zione dell'attività del rivelatore ha luogo solo in questo gruppo, come si può del resto verificare direttamente.

Poiché l'assorbimento dei neutroni da parte del cadmio non dà luogo ad attivazione, non era possibile misurare direttamente il numero Q di neutroni assorbiti; si è perciò misurata l'attività indotta dai neutroni del gruppo C in una lastra di rodio equivalente a quella di cadmio agli effetti dell'assorbimento del gruppo C .

L'attività di questa lastra di rodio è stata sempre misurata su tutte e due le faccie ed i risultati sono stati sommati in modo da tenere conto egualmente dei neutroni entrati dalle due faccie (vedi § 11).

L'assorbitore è stato posto alle distanze $x = 0, 1, 2, 3$ cm. Nella Tabella VIII sono riassunti i risultati della misura; la prima colonna indica la profondità a cui si trovava l'assorbitore; la seconda la diminuzione della attivabilità del rivelatore dovuta alla presenza dell'assorbitore; la terza colonna dà la somma delle attivabilità della lastra equivalente all'assorbitore, determinate nel solo gruppo C su entrambe le faccie. La quarta colonna dà il rapporto della seconda alla terza. Nella quinta colonna i valori di questo rapporto sono corretti per tener conto del fatto che il nostro rivelatore non soddisfa alla condizione di assorbire totalmente i neutroni in uno spessore piccolo rispetto all'assorbimento degli elettroni (coefficiente di assorbimento degli elettroni $7,3 \text{ cm}^2/\text{g}$ di rodio; coefficiente di assorbimento dei neutroni $0,7 \text{ cm}^2/\text{g}$; spessore $0,36 \text{ g}/\text{cm}^2$). Di conseguenza il nostro rivelatore è tanto più sensibile ai neutroni che escono dalla paraffina quanto più grande è la loro obliquità. Siccome l'assorbitore posto in posizione $x = 0$ assorbe prevalentemente i neutroni che escono con forte obliquità, la diminuzione dell'attività del rivelatore è relativamente maggiore di quello che si ha quando l'assorbitore è ad una certa profondità nella paraffina, poiché in questo caso, per effetto degli urti, si perde la coerenza fra la direzione dei neutroni che attraversano l'assorbitore, e la direzione che essi avrebbero avuto all'uscita dalla paraffina.

Si comprende dunque come, per tener conto di questo fatto, il valore del rapporto per $x = 0$ vada diminuito in modo da renderlo confrontabile con gli altri rapporti. Calcolando quantitativamente questa correzione si trova che esso va moltiplicato per $0,832$.

TABELLA VIII.

x (in cm)	Diminuzione di attivabilità	Q	Rapporto	Rapporto corretto
0	89	358	0,249	0,207
1	139	1135	0,123	0,123
2	128	1580	0,081	0,081
3	98	1950	0,050	0,050

I valori del rapporto corretto, dati nell'ultima colonna, sono dunque proporzionali a $p(x)$; effettivamente il loro andamento in funzione di x è esponenziale con buona approssimazione. Il tratto di diffusione l è l'inverso del coefficiente di questo esponenziale, e risulta

$$l = 2,1 \text{ cm}$$

ossia, ricordando la (12),

$$\lambda^2 N = 13 \text{ cm}^2.$$

Abbiamo eseguito anche sui gruppi D ed A delle esperienze del tipo di quelle ora descritte.

Nel caso del gruppo D la sorgente si trovava 3,4 cm al disotto del centro della base superiore di un cilindro di paraffina simile a quello usato nella esperienza precedente; per il gruppo A la distanza era 2,4 cm.

Come rivelatori sono stati usati rispettivamente nei gruppi D ed A , indio ($0,065 \text{ g/cm}^2$) e argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$), entrambi schermati con filtri di cadmio di circa mezzo grammo per cm^2 . Come assorbitori abbiamo usato rispettivamente rodio ($0,36 \text{ g/cm}^2$) e argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$).

Nella Tabella IX sono raccolti i risultati di queste misure; nella prima colonna sono date le profondità x dell'assorbitore nella paraffina; la seconda e la quinta colonna contengono rispettivamente per il gruppo D e per il gruppo A le diminuzioni di attivabilità del rivelatore, dovuta alla presenza dell'assorbitore. Nella terza colonna è riportata la somma delle attivabilità misurate alle diverse profondità sulle due faccie dell'assorbitore di rodio quando questo è schermato con cadmio, in modo da misurare la sola attività del gruppo D ; la sesta colonna contiene i dati analoghi per l'assorbitore di argento del gruppo A . Le colonne quarta e settima sono le attivabilità degli assorbitori misurate sulla faccia inferiore e dovute ai soli neutroni del gruppo D , oppure A , che entrano nell'assorbitore dalla faccia inferiore. Sui procedimenti seguiti per misurare queste grandezze confronta il paragrafo 11. I numeri tra parentesi dell'ultima colonna sono stati interpolati in base a misure del tipo di quelle esposte al paragrafo 11.

TABELLA IX.

x	Gruppo D			Gruppo A		
	Diminuzione di attivabilità	Attivabilità assorbitore	Attivabilità inferiore	Diminuzione di attivabilità	Attivabilità assorbitore	Attivabilità inferiore
0	12,0	102	68	15,3	27,3	17,4
0,16	9,6	105	71	11,6	31,2	(18)
0,34	6,4	124	75	8,3	34,6	(19)
0,87	2,7	173	93	3,8	51,5	(22)
1,87	0,5	244	101	0,5	61,5	23,1

La piccola albedo dei gruppi D ed A indica, come abbiamo già osservato nel paragrafo precedente, che i neutroni di questi percorrono in media un solo cammino libero o poco più; in conseguenza non si può evidentemente pensare di applicare a questi gruppi la teoria della diffusione. Pur tuttavia da un punto di vista formale è interessante ridurre i dati delle misure sui gruppi D ed A allo stesso modo in cui sono stati trattati i dati sul gruppo C . Per fare questo basta esaminare il comportamento in funzione di x dei rapporti della seconda alla terza colonna oppure della quinta alla sesta. Si trova in tal modo che questi rapporti hanno un andamento abbastanza approssimativamente esponenziale; la riduzione ad $1/e$ avviene per entrambi i gruppi in uno spessore di 0,42 cm.

Si vede dunque il comportamento analogo di questi due gruppi in contrasto col gruppo C in cui lo spessore corrispondente è di 2,1 cm.

I dati della Tabella IX si prestano tuttavia ad una riduzione più corretta nell'ipotesi estrema che i neutroni dei gruppi D ed A percorrano un solo cammino libero.

In questa ipotesi si può determinare, come ora vedremo, il cammino libero medio di questi gruppi; se l'ipotesi fatta non fosse vera i valori che daremo per i cammini liberi medi rappresenterebbero dei limiti superiori.

Confrontiamo le attività del rivelatore del gruppo D quando a profondità x nella paraffina vi è oppure no l'assorbitore. Entrambe queste attività si possono scindere nella somma di due termini:

- a) contributo dovuto ai neutroni D che non hanno attraversato il piano a profondità x ;
- b) contributo dovuto ai neutroni D che come tali hanno attraversato il piano a profondità x .

Dall'ipotesi fatta che i neutroni D percorrano un solo cammino libero, segue che a questo secondo termine contribuiscono solo i neutroni che attraversano il piano a profondità x dal basso verso l'alto.

Mentre il termine a) non viene evidentemente perturbato dalla presenza dell'assorbitore nel piano a profondità x , e quindi scompare nella differenza delle attività senza e con assorbitore, il termine b) diminuisce per la presenza dell'assorbitore.

Per brevità indicheremo nel corso di questa discussione come neutroni di classe b i neutroni del gruppo D che incidono dal disotto sul piano a profondità x .

La diminuzione dell'attività del rivelatore data nella colonna seconda della Tabella IX, si può quindi calcolare tenendo conto solo dei neutroni di classe b .

Nell'ipotesi fatta che un neutrone D cessi di essere tale dopo un urto, lo strato di paraffina che i neutroni di classe b debbono attraversare per raggiungere il rivelatore, deve per essi considerarsi come uno strato assorbente (e non diffondente) di coefficiente di assorbimento $1/\lambda_D$.

Quando non vi sia assorbitore l'attività del rivelatore dovuta ai soli neutroni di classe b (il cui numero indichiamo con \mathcal{N}_b) sarà dunque proporzionale a

$$\mathcal{N}_b c \left(\frac{x}{\lambda_D} \right)$$

dove c è la funzione data dalla (6) (curva di assorbimento tenendo conto dell'obliquità dei neutroni).

Vi è in ciò l'ipotesi che la distribuzione angolare dei neutroni di classe b sia indipendente dalla profondità x , ciò che in realtà non è completamente esatto, ma che riteniamo non introduca un errore importante.

Quando invece vi sia l'assorbitore, l'attività del rivelatore dovuta ai soli neutroni di classe b sarà similmente proporzionale a

$$\mathcal{O}_b c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right)$$

dove δ è lo spessore dell'assorbitore e K_D il suo coefficiente di assorbimento per i neutroni D .

La differenza delle due attività sarà dunque proporzionale a

$$\mathcal{O}_b \left\{ c\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) - c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right) \right\}.$$

Questa espressione corrisponde ai dati della colonna seconda della Tabella IX.

Nella colonna quarta è data invece l'attivabilità dell'assorbitore dovuta ai soli neutroni di classe b ; essa è evidentemente proporzionale ad \mathcal{O}_b (cfr. § 11).

Quindi i rapporti dei dati corrispondenti delle colonne seconda e quarta saranno proporzionali a

$$(18) \quad c\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) - c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right).$$

Per il nostro assorbitore di rodio si ha $K_D = 1,8 \text{ cm}^2/\text{g}$; $\delta = 0,36 \text{ g/cm}^2$, quindi $K_D \delta = 0,65$.

Una analoga discussione si può fare per il gruppo A ($K_A = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$, $\delta = 0,057 \text{ g/cm}^2$).

Nella fig. 6 sono riportate le curve (18) per i gruppi D ed A ridotte al valore 100 per $x = 0$; i punti indicano i valori sperimentali del rapporto calcolati assumendo $\lambda_D = \lambda_A = 1,1 \text{ cm}$.

Sembra dunque che questi due gruppi abbiano lo stesso cammino libero medio che risulta di poco superiore ad 1 cm.

Abbiamo già osservato che il metodo è basato sull'ipotesi che i neutroni di questi gruppi percorrano un solo cammino libero. Questa ipotesi, molto plausibile per il gruppo A , è un po' più discutibile per il gruppo D (cfr. § 12). Tuttavia il fatto che si trovi approssimativamente lo stesso valore per λ_D e λ_A può considerarsi un argomento in favore della legittimità della ipotesi.

8. CAMMINO LIBERO MEDIO DEI NEUTRONI TERMICI.

Nel paragrafo precedente abbiamo dato il valore del cammino libero medio dei gruppi D ed A .

Il valore trovato dipende dall'ipotesi che i neutroni di questi gruppi percorrano come tali un solo cammino libero (cfr. § 12). Sarebbe desiderabile controllare l'esattezza di questa ipotesi con una misura diretta dei cam-

mini liberi medi. Fino ad ora non ci è stato possibile eseguire una tale misura per ragioni di intensità. Abbiamo potuto invece misurare direttamente il cammino libero medio λ dei neutroni termici nella paraffina.

Questo risultato, preso in connessione con la misura di $\lambda^2 N$ del paragrafo precedente, permette di dedurre il valore del numero N di cammini liberi percorsi in media da un neutrone termico.

La misura del cammino libero medio λ si può fare usando una sorgente ed un rivelatore dei neutroni termici posti ad una distanza il più possibile grande in confronto alle loro dimensioni ed interponendo fra di essi vari spessori di paraffina di dimensioni tali da occultare esattamente il rivelatore dalla sorgente.

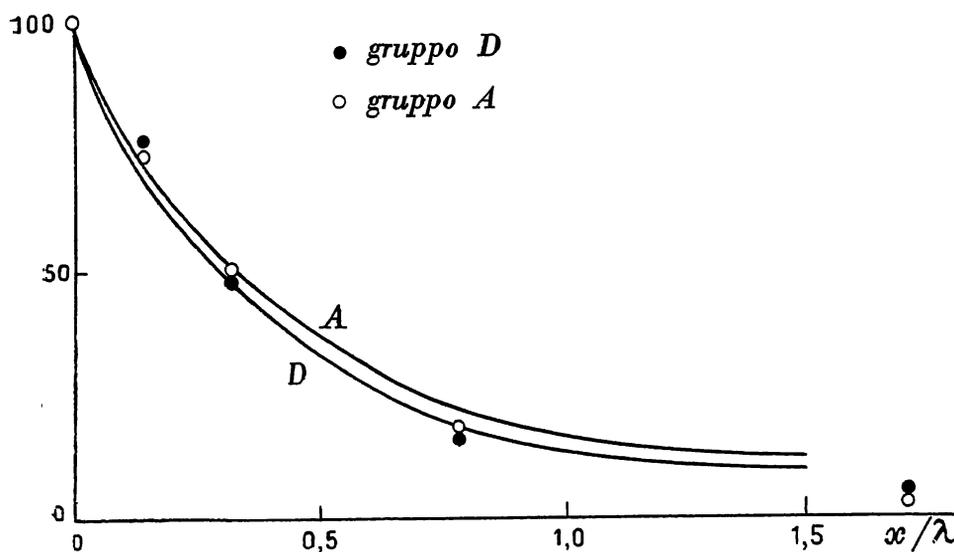


Fig. 6.

Nelle condizioni geometriche ideali, in cui fossero trascurabili gli angoli solidi sotto cui si vede il rivelatore dalla sorgente e la sorgente dal rivelatore, l'attività del rivelatore dovrebbe essere proporzionale ad $e^{-\frac{x}{\lambda}}$ dove x è lo spessore della paraffina diffondente.

In pratica, per ragioni di intensità, si è abbastanza lontani da queste condizioni ideali ed occorre quindi correggere i risultati per tener conto della imperfetta geometria.

Il dispositivo usato nelle misure è stato il seguente:

Sorgente. - Un cilindro di paraffina di 12 cm di diametro e 13 di altezza conteneva la sorgente di $\text{Em} + \text{Be}$, 2 cm sotto il centro della base superiore. Tale cilindro era completamente rivestito di cadmio di $0,5 \text{ g/cm}^2$; una finestra di $5 \times 5,5 \text{ cm}^2$ nel centro della base superiore del rivestimento di cadmio si poteva aprire o chiudere. Misurando l'attività di un rivelatore dei neutroni lenti, posto all'esterno di un simile blocco di paraffina, una volta con la finestra aperta ed una volta con la finestra chiusa, e facendo la differenza delle

due attività ottenute, si ricava evidentemente la parte di attività dovuta ai soli neutroni C che escono dalla apertura. Tale differenza equivale dunque all'attività che sarebbe dovuta ad una sorgente di soli neutroni C avente le dimensioni dell'apertura. In questo senso parleremo nel seguito di una sorgente di neutroni C o semplicemente sorgente C.

Rivelatore. - Per poterci mettere in condizioni geometriche non troppo sfavorevoli ed avere tuttavia una intensità sufficiente, abbiamo costruito delle piccole camere di ionizzazione cilindriche del diametro interno di 3,5 cm e lunghe 10 cm, piene di ossigeno alla pressione di 75 atmosfere. L'elemento da irradiare (rodio $0,125 \text{ g/cm}^2$) si trovava, in forma di lamina cilindrica di 5 cm di altezza e 3,5 cm di diametro, nell'interno della camera e costituiva esso stesso l'elettrodo o potenziale elevato; l'altro elettrodo, connesso all'elettrometro, era una bacchetta metallica sull'asse della camera. La parete era di acciaio dello spessore di 4 mm e non assorbiva sensibilmente i neutroni lenti, i quali penetrando nella camera attivavano il rivelatore.

Questo dispositivo presenta il vantaggio, rispetto ai metodi da noi precedentemente usati, che, a causa della elevata pressione, quasi tutta l'energia dei raggi β viene utilizzata entro la camera; inoltre l'elettrodo ha una notevole estensione e le condizioni geometriche sono assai buone. Si può infatti con questo dispositivo raggiungere quasi la sensibilità di osservazioni fatte coi contatori e si ha il vantaggio della maggiore stabilità caratteristica delle camere di ionizzazione.

La camera, connessa all'elettrometro, veniva irradiata per 2 minuti e quindi, dopo aver allontanata la sorgente, si effettuava la lettura del numero di divisioni percorse in 2 minuti a partire da 15 secondi dopo la fine dell'irraggiamento.

Abbiamo eseguito due serie di misure; nella prima la distanza dalla sorgente C all'asse della camera di ionizzazione era di 20 cm, nella seconda di 10 cm; in entrambe le serie i diffusori di paraffina erano posti a metà distanza fra la sorgente C ed il rivelatore. Per evitare diffusioni secondarie, la camera di ionizzazione e tutto il percorso da questa alla sorgente C erano protetti da uno strato di cadmio di $0,5 \text{ g/cm}^2$.

Nella Tabella X sono riportati, in unità arbitrarie, i risultati delle due serie di misure (ciascun valore media di tre osservazioni); l'errore è di circa una unità. Nella prima colonna sono dati gli spessori dei diffusori di paraffina (densità 0,9) in cm. Nella seconda e terza colonna sono date le misure di attività a 20 cm di distanza con la finestra di cadmio della sorgente rispettivamente aperta e chiusa. L'attività dovuta al solo gruppo C è, come si è già detto, la differenza fra queste due colonne. La quarta e la quinta colonna sono analoghe alle due precedenti per la distanza di 10 cm.

Per dedurre da queste misure il valore del cammino libero medio dei neutroni termici è indispensabile tener conto delle correzioni dovute alla imperfezione della geometria, che sono particolarmente notevoli nelle misure a 10 cm di distanza.

Il calcolo delle correzioni per spessori notevoli del diffusore presenta alquanto incertezza, mentre è possibile una valutazione abbastanza attendibile delle correzioni per piccoli spessori.

TABELLA X.

x	20 cm		10 cm	
	senza Cd	con Cd	senza Cd	con Cd
0	45,1	23,6	175	92,5
0,047	40,5	22,1	162	89,5
0,099	36,8	21,7	158	90
0,203	29,9	19,3	140,5	87
0,38	24,8	17,8	127	86
0,68	21,2	16,7	116,5	87

Nel caso in cui la distanza è di 20 cm la valutazione della correzione è stata fatta, per piccoli spessori, nel modo seguente: la sezione utile del rivelatore investita dai neutroni è di 17,5 cm² e l'area del diffusore è di 22,3 cm²; i neutroni che giungono sul rivelatore sono costituiti da quelli che vi arrivano direttamente senza avere subito urti nel diffusore e da quelli che vi arrivano dopo aver subito un urto nel diffusore (il caso di urti multipli si può trascurare se, come supponiamo, lo spessore x del diffusore è piccolo).

Il primo numero è evidentemente proporzionale all'area (17,5 cm²) del rivelatore ed alla probabilità $e^{-\frac{x}{\lambda}}$ che un neutrone non subisca urti nel diffusore. Per x piccolo il numero di questi neutroni è proporzionale a

$$17,5 \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Si è trascurato l'effetto molto piccolo della obliquità delle traiettorie dei neutroni rispetto al diffusore. D'altronde il numero di neutroni che colpiscono il diffusore è proporzionale al quadruplo della sua area poiché la sua distanza dalla sorgente è la metà di quella del rivelatore; tale numero è dunque proporzionale a

$$4 \cdot 22,3 = 89,2.$$

Di questi la frazione x/λ subisce un urto entro il diffusore; nella ipotesi che per i neutroni C la diffusione da parte dell'idrogeno della paraffina possa considerarsi sferica (vedi *F.*, § 10 e 11, cfr. § 13), la frazione dei neutroni diffusi che colpisce il rivelatore è uguale al rapporto dell'area di quest'ultimo all'area di una sfera di raggio eguale alla distanza diffusore-rivelatore (10 cm).

In conclusione il numero totale di neutroni diffusi che colpiscono il rivelatore è proporzionale a

$$89,2 \cdot \frac{x}{\lambda} \frac{17,5}{4 \pi 10^2}.$$

Aggiungendo a questo numero quello dei neutroni che colpiscono il rivelatore senza avere subito urti, si ottiene in funzione di x , a meno del solito fattore di proporzionalità, il numero totale dei neutroni che colpiscono il rivelatore

$$17,5 \left(1 - 0,929 \frac{x}{\lambda} + \dots \right).$$

Assumendo come 1 l'attività per $x = 0$ si trova dunque che l'attività con diffusore sottile x è data da

$$1 - 0,929 \frac{x}{\lambda} + \dots$$

Di qui risulta che la tangente alla curva di diffusione nel punto $x = 0$ interseca l'asse delle ascisse nel punto

$$x_1 = \frac{\lambda}{0,929}.$$

Da un grafico dei dati sperimentali abbiamo ricavato, col metodo delle secanti, la tangente del punto iniziale; questa interseca l'asse nelle ascisse per

$$x_1 = 0,29 \text{ cm.}$$

Si ricava dunque

$$\lambda = 0,29 \cdot 0,929 = 0,27 \text{ cm.}$$

Abbiamo inoltre verificato che tutto l'andamento della curva sperimentale di diffusione si potesse portare a coincidere, anche per forti spessori, con una curva calcolata. (Il calcolo di cui non diamo i dettagli, è stato fatto per mezzo dei procedimenti illustrati in *F.*, § 5).

Un po' più complicata è la valutazione della correzione per la esperienza a 10 cm, poiché in questo caso non è più lecito trascurare l'obliquità dei neutroni. Il calcolo è stato eseguito con un procedimento numerico da cui è risultato, come espressione del comportamento iniziale della curva di diffusione, l'espressione

$$1 - 0,84 \frac{x}{\lambda} + \dots$$

Dalla curva sperimentale si è ricavato come sopra

$$x_1 = 0,4 \text{ cm,}$$

per modo che da questa misura risulta

$$\lambda = 0,84 \cdot 0,4 = 0,34 \text{ cm.}$$

Dal complesso di queste due misure si può ricavare, come valore più probabile del cammino libero medio dei neutroni termici (cfr. § 13).

$$\lambda = 0,3 \text{ cm.}$$

9. GRUPPI IN FUNZIONE DELLA DISTANZA DALLA SORGENTE.
RAPPORTI DI ENERGIE.

In un lavoro precedente [18] è stata misurata l'attività di un rivelatore di rodio in una vasca d'acqua in funzione della distanza dalla sorgente. I dati allora ottenuti si riferivano ad un miscuglio dei gruppi *C* e *D* entrambi capaci di attivare il rivelatore di rodio.

Ha evidentemente interesse studiare, in funzione della distanza dalla sorgente, il comportamento dei vari gruppi separatamente.

Le misure sono state eseguite in una vasca cilindrica di acqua profonda 95 cm e del diametro di 90 cm. Come rivelatori sono stati usati: per i gruppi *C* e *D* una lastra di rodio di 0,36 g/cm² e delle dimensioni di 5 × 5,5 cm². Questo rivelatore, schermato da 0,5 g/cm² di cadmio, è sensibile al solo gruppo *D*; mentre le differenze tra le attività che si misurano senza e con lo schermo di cadmio danno l'attività dovuta al solo gruppo *C*.

Un rivelatore di argento di 0,057 g/cm² di 5 × 5 cm² di area schermato da cadmio, è stato usato come rivelatore dei gruppi *A* + *B*, che non sono stati studiati separatamente. Infine per il gruppo *I* abbiamo usato un rivelatore di 0,68 g/cm² di PbI₂, schermato da cadmio avente una area di 5 × 5 cm².

Le attività dei rivelatori sono state misurate a varie distanze dalla sorgente su entrambe le facce; la somma delle due attività è proporzionale al numero di neutroni dei vari gruppi che entrano nel rivelatore (cfr. § 11).

Per ridurre al minimo, anche per grandi distanze, l'errore dovuto alle dimensioni finite del recipiente di acqua, le misure sono state eseguite mantenendo nel centro del cilindro di acqua il punto di mezzo fra la sorgente e il rivelatore.

Date le dimensioni dei nostri rivelatori e della ampollina contenente l'Em + Be, non si può, particolarmente per piccole distanze, identificare la distanza sorgente-rivelatore, con la distanza tra i centri di questi due oggetti. Ci siamo perciò riferiti a delle distanze medie. I risultati sperimentali per i gruppi *C*, *D*, *A* + *B* ed *I* sono riportati nelle Tabelle XI, XII, XIII, XIV. I numeri riportati sono le somme delle attività misurate sulle due facce dei rivelatori. I dati sui gruppi *C*, *D* ed *A* + *B* sono ottenuti come media di tre serie di misure su ciascuna faccia; per il gruppo *I*, data la vita media relativamente lunga dello jodio, abbiamo fatto una sola serie di misure su ogni faccia.

TABELLA XI.

Gruppo C (rivelatore rodio; differenza senza e con uno schermo di cadmio).

<i>r</i> (cm) . . .	2,5	3,6	5,4	7,3	10,2	15,1	20,1	25	30	35	40
Attività . .	2121	1898	1441	1006	523	167	58	23	9	3,3	1,7

TABELLA XII.

Gruppo D (rivelatore rodio schermato da cadmio).

r (cm) . . .	2,5	3,6	5,4	7,3	10,2	15,1	20,1
Attività . . .	306	252	166	96	40	10,6	3,8

TABELLA XIII.

Gruppi A + B (rivelatore argento schermato da cadmio).

r (cm). . .	2,5	3,6	5,4	7,3	10,2	15,1
Attività . . .	144	119	73	39,6	15,7	4,3

TABELLA XIV.

Gruppo I (rivelatore ioduro di piombo schermato da cadmio).

r (cm) . . .	2,62	3,36	5,1	7,0	9,9
Attività . . .	24,9	19,7	12,0	6,28	2,46

Nella fig. 7 sono riportate graficamente le attività in funzione della distanza, date nelle Tabelle XI, XII, XIII e XIV, moltiplicate per r^2 ; l'unità sulle ordinate è stata alterata in modo che tutte e quattro le curve racchiudano la stessa area.

Benché le differenze tra le curve D, A + B, I siano piccole, la precisione delle misure è sufficiente per distinguerle con sicurezza.

Dall'ispezione delle curve si riconosce subito che la legge di decremento in funzione della distanza dell'attività dovuta ai vari gruppi, è differente e precisamente il decremento in funzione della distanza è via via più rapido per i gruppi nell'ordine C, D, A + B, ed I.

Questo fatto è suscettibile di una semplice interpretazione che permette di fissare l'ordine di energia dei gruppi. Si osservi infatti che in media i neutroni che hanno subito più urti, dopo essere stati emessi dalla sorgente, hanno perduto più energia; d'altra parte i neutroni che hanno subito più urti saranno diffusi in media ad una distanza maggiore dalla sorgente. Ne segue che i gruppi per i quali il decremento dell'intensità in funzione della distanza è più rapido, sono quelli di energia maggiore.

L'ordine di energia crescente dei gruppi studiati è quindi

$$C, D, A + B, I.$$

Questa considerazione può precisarsi quantitativamente nel seguente modo: un parametro conveniente per caratterizzare la rapidità del decremento dell'attività dei vari gruppi in funzione della distanza è la media dei quadrati \bar{r}^2 delle distanze dalla sorgente a cui giungono i neutroni dei vari gruppi. Questo parametro è stato da noi calcolato in base ai dati precedenti. Nella Tabella XV sono riportati i valori di \bar{r}^2 per i diversi gruppi.

TABELLA XV.

Gruppo	\bar{r}^2 in (cm ²)
C	326,7
D	276,6
A + B	270,6
I	262,2

Benché le curve in funzione della distanza siano state rilevate con una notevole precisione, ragioni di intensità ci hanno impedito di spingere le misure sui gruppi *D*, *A + B* ed *I* a notevole distanza, in modo che è stato necessario estrapolare l'andamento di queste curve. Ciò si può fare abbastanza bene poiché a grandi distanze la legge di decremento diventa assai simile per tutti i gruppi e può rappresentarsi con molta accuratezza assimilando l'estremo delle curve della fig. 7 ad esponenziali con coefficiente $0,106 \text{ cm}^{-1}$.

Ciò non ostante questa estrapolazione può introdurre un sensibile errore nei valori degli \bar{r}^2 .

Si può dimostrare (cfr. *F.*, § 2) che, almeno per gruppi di energia superiore a circa 1 volt, e cioè maggiore sia dell'energia di agitazione termica (circa 1/30 di volt) che del quanto $h\nu$ del legame elastico dell'idrogeno nella paraffina (circa 1/2 volt), la differenza $\bar{r}''^2 - \bar{r}'^2$ delle medie dei quadrati delle distanze sopra considerate è legata al rapporto W''/W' delle energie dei due gruppi dalla relazione

$$(19) \quad \log \frac{W''}{W'} = \frac{\bar{r}''^2 - \bar{r}'^2}{6\lambda_g^2}$$

dove λ_g è il cammino libero medio nella paraffina (supposto eguale, cfr. § 7) dei neutroni dei due gruppi.

Si può facilmente giustificare qualitativamente la relazione precedente, salvo il fattore 6 nel denominatore, osservando che il primo membro rappresenta il numero medio di urti necessari perché la energia dei neutroni

si riduca da W'' a W' ; d'altronde il quadrato medio dello spostamento del neutrone durante un cammino libero, è $2 \lambda_g^2$ (il fattore 2 proviene dall'aver eseguito la media dei quadrati e non il quadrato della media); se si ammettesse l'incoerenza delle orientazioni dei successivi cammini liberi risulterebbe che per un urto \bar{r}^2 cresce di $2 \lambda_g^2$ e quindi per effetto di $\log W''/W'$ urti esso dovrebbe crescere di $2 \lambda_g^2 \log \frac{W''}{W'}$. In questa ipotesi si troverebbe dunque una formula analoga alla (19) col fattore 2 invece del fattore 6 del denomi-

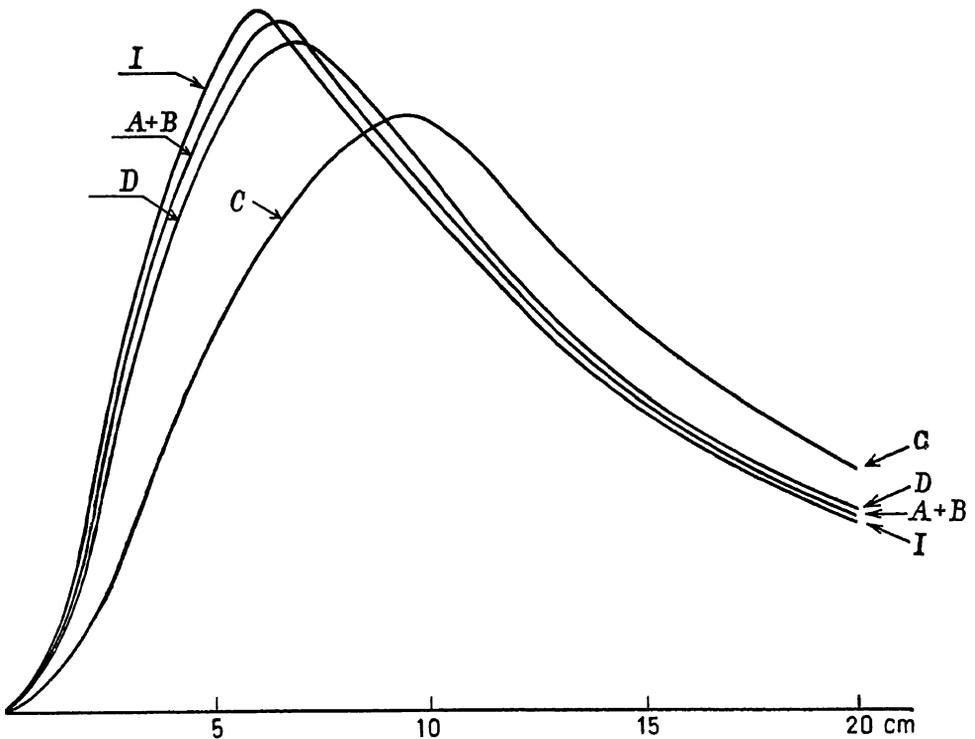


Fig. 7.

natore. Il fattore 6 si trova tenendo conto in modo esatto della coerenza dei cammini liberi successivi, nonché delle fluttuazioni del numero di cammini liberi necessari per ridurre l'energia da W'' a W' .

La relazione (19), può essere usata per determinare i rapporti di energia fra due gruppi (ad eccezione del gruppo C per cui evidentemente la formula non è valida). Si deve tuttavia notare che il metodo è assai poco preciso, poiché, come si riconosce subito dalla struttura della formula, piccoli errori sui valori di λ_g e di \bar{r}^2 , alterano in modo assai notevole il rapporto W''/W' .

Dato che i valori degli \bar{r}^2 sono stati misurati nell'acqua e non nella paraffina, si deve porre per λ_g il cammino libero medio nell'acqua; possiamo dedurlo da quello nella paraffina (1,1 cm per i gruppi non termici; cfr. § 7) sup-

ponendolo inversamente proporzionale alla concentrazione dell'idrogeno. Si trova così $\lambda_g = 1,27$ cm. Per modo che ad una differenza degli \bar{r}^2 di $6 \lambda_g^2 = 9,7$ cm² corrisponde il rapporto e delle energie.

Dalla Tabella XV si possono quindi ricavare i seguenti rapporti di energia per i gruppi *I, A + B, D*

$$W_I : W_{A+B} : W_D = 4,4 : 1,85 : 1.$$

Come si è avvertito non bisogna dare troppo peso a questi rapporti data la grande imprecisione del metodo.

È forse più significativo ricavare dalla (19) i valori del cammino libero medio nell'acqua assumendo che le energie dei gruppi siano inversamente proporzionali ai loro coefficienti di assorbimento nel boro [19] (cfr. anche § 13).

Prendendo per i coefficienti di assorbimento del boro i valori seguenti

$$K_I = 1 \quad ; \quad K_B = 2,3 \quad ; \quad K_A = 3 \quad ; \quad K_D = 4,7 \quad ; \quad K_C = 38 \text{ cm}^2/\text{g}$$

si hanno i seguenti rapporti tra le energie dei vari gruppi

$$W_I : W_B : W_A : W_D : W_C = 1440 : 270 : 160 : 65 : 1$$

dai quali si ottiene ponendo

$$W_C = 3/2 kT = 0,037 \text{ volt},$$

$$W_I = 55 \quad ; \quad W_B = 10 \quad ; \quad W_A = 6 \quad ; \quad W_D = 2,4 \text{ volt}.$$

Da questi valori si ricava a mezzo della (19) il cammino libero medio nell'acqua

$$\lambda = 0,87 \text{ cm}$$

invece di 1,27 cm. Questa differenza può essere ampiamente giustificata cogli errori sperimentali.

Dalla Tabella XV si riconosce che il valore di \bar{r}^2 del gruppo *C* è fortemente distanziato da quelli degli altri gruppi:

$$\bar{r}_C^2 - \bar{r}_D^2 = 50 \text{ cm}^2.$$

Questa differenza deve in parte attribuirsi all'elevato numero di cammini liberi percorsi dai neutroni già rallentati alla velocità di agitazione termica; il contributo di questa diffusione è (cfr. § 7).

$$2 \lambda^2 N = 26 \text{ cm}^2.$$

Gli altri 24 cm² corrispondono al processo di rallentamento dal gruppo *D* alla velocità di agitazione termica. Questo processo non è calcolabile in modo semplice perché complicato dall'effetto del legame chimico dell'idrogeno (cfr. *F.*, § 11).

10. TRASFORMAZIONE DI UN NEUTRONE DA UN GRUPPO AD UN ALTRO.

Nel paragrafo precedente abbiamo stabilito l'ordine di energia decrescente dei gruppi. È evidente che un neutrone di un gruppo di energia elevata, dopo un conveniente numero di urti, avrà una energia inferiore e potrà quindi appartenere successivamente ad altri gruppi di energia sempre più piccola.

Dobbiamo anzi attenderci che i neutroni di tutti i gruppi finiscano per trasformarsi in neutroni termici. Abbiamo cercato quindi di verificare direttamente la trasformazione dei neutroni *D* in neutroni *C* in seguito ad alcuni urti nella paraffina [20].

Il principio su cui è basata questa esperienza può facilmente comprendersi se ammettiamo per un momento di disporre di un rivelatore (*R*) che sia attivato esclusivamente dal gruppo *C* e di un assorbitore (*A*) che assorba esclusivamente i neutroni del gruppo *D*. Si pensi il rivelatore *R* appoggiato nel centro della base superiore di un cilindro di paraffina contenente la sorgente *S*; se l'assorbitore *A* viene inserito fra la faccia superiore della paraffina ed il rivelatore, non si osserverà alcuna riduzione della attività del rivelatore poiché i neutroni *C* che escono dalla paraffina non vengono assorbiti dall'assorbitore *A*. Se ora pensiamo di sprofondare *A* entro la paraffina uno o due cm, potrà accadere che esso assorba alcuni dei neutroni *D* che in seguito ad ulteriori urti contro la paraffina avrebbero potuto trasformarsi in neutroni *C* prima di raggiungere il rivelatore. Se dunque i neutroni *D* si trasformano in *C*, si deve attendere che l'assorbitore *A* non produca alcun effetto messo a contatto di *R* mentre ne riduca l'attività quando sia incluso nella paraffina uno o due cm al di sotto di *R*.

In pratica l'esperienza non si può eseguire in queste condizioni ideali poiché manca sia un rivelatore del gruppo *C* che un assorbitore esclusivo del gruppo *D*.

Abbiamo perciò proceduto nel modo seguente: come rivelatore abbiamo usato una lastra di rodio di $0,36 \text{ g/cm}^2$ della cui attività il 70% circa è, dovuto al gruppo *C* ed il rimanente al gruppo *D*. Per studiare l'attività dovuta al solo gruppo *C* tutte le misure venivano eseguite senza e con uno strato di cadmio di $0,54 \text{ g/cm}^2$ immediatamente sottostante alla lastra di rodio; le differenze fra le attività senza e con cadmio danno l'attività dovuta al solo gruppo *C*.

Come assorbitore del gruppo *D* abbiamo usato una lastra di indio di $1,83 \text{ g}/28,5 \text{ cm}^2$. Il coefficiente di assorbimento dell'indio nel gruppo *D* è $3,4 \text{ cm}^2/\text{g}$ e nel gruppo *C* $0,7 \text{ cm}^2/\text{g}$. Ne segue che l'assorbimento della nostra lastra di indio nel gruppo *C* non è affatto trascurabile specialmente se si tien conto della elevata numerosità e grande albedo di questo gruppo.

Per correggere da questo inconveniente, abbiamo preparato una lastra di lega di stagno e cadmio equivalente alla lastra di indio per l'assorbimento nel gruppo *C*, la quale non assorbe praticamente i neutroni del gruppo *D*. Facendo quindi le differenze fra gli effetti prodotti nel gruppo *C* dalla lastra di indio e da quella di lega di stagno e cadmio, si ottiene quanto è dovuto all'assorbimento del solo gruppo *D* dell'indio.

Nella Tabella XVI sono riportate le attività indotte con vari dispositivi nella lastra di rodio; per indicare le varie esperienze usiamo qui una notazione simile a quella usata nel paragrafo 6, con l'aggiunta di un numero tra parentesi dopo il simbolo P della paraffina che indica lo spessore in cm degli strati di paraffina; siccome abbiamo usato due diversi strati di cadmio aventi uno lo spessore di $0,54 \text{ g/cm}^2$ allo scopo di assorbire completamente il gruppo C, e l'altro di circa $0,0036 \text{ g/cm}^2$, equivalente, come assorbitore del gruppo C, allo strato di indio, abbiamo indicato questi due assorbitori rispettivamente con Cd e cd.

I numeri dati nella tabella sono le medie di 10 letture.

TABELLA XVI.

S P (3,5) R	$280,4 \pm 0,7$
S P (3,5) In R	$230,2 \pm 0,7$
S P (3,5) In Cd R	$45,6 \pm 0,4$
S P (3,5) Cd R	$68,7 \pm 0,5$
S P (3,5) cd I	$254,8 \pm 0,7$
S P (2,5) cd P (1) R	$253,0 \pm 0,7$
S P (2,5) In P (1) R	$241,5 \pm 0,7$
S P (2,5) cd P (1) Cd R	$71,1 \pm 0,5$
S P (2,5) In P (1) Cd R	$64,9 \pm 0,5$
S P (1,5) cd P (2) R	$254,0 \pm 0,7$
S P (1,5) In P (2) R	$248,9 \pm 0,7$
S P (1,5) cd P (2) Cd R	$69,2 \pm 0,5$
S P (1,5) In P (2) Cd R	$68,1 \pm 0,5$

Le prime cinque misure hanno lo scopo di controllare l'identità di assorbimento nel gruppo C del cadmio sottile (cd) e dell'indio (In). Da queste è risultato che l'assorbimento dell'indio è forse un pochino maggiore di quello del cadmio. La differenza $280,4 - 68,7 - (230,2 - 45,6) = 27,1, \pm 1,2$ rappresenta l'attività del rodio nel gruppo C, assorbita dall'indio, mentre la differenza $280,4 - 254,8 = 25,6 \pm 1$ rappresenta l'analoga riduzione prodotta invece dal cadmio sottile (cd).

Le quattro misure successive sono eseguite ponendo l'assorbitore (cd oppure In) 1 cm dentro la paraffina. La differenza $253,0 - 71,1 = 181,9 \pm 0,9$ rappresenta l'attività del rodio nel gruppo C coll'assorbitore sottile di cadmio 1 cm dentro la paraffina. La differenza $241,5 - 64,9 = 176,6 \pm 0,9$ è l'analoga attività coll'assorbitore di indio invece di quello di cadmio.

Fra queste due attività si nota una differenza di $5,3 \pm 1,2$, notevolmente maggiore di quanto sembra doversi attribuire alla piccola differenza che abbiamo notato fra i due assorbitori quando sono posti a contatto del rivelatore.

Le quattro misure successive sono analoghe a queste salvo che gli assorbitori sono posti 2 cm sotto la superficie della paraffina. In questa ultima

serie di esperienze di nota ancora una differenza analoga a quella ora discussa che è in questo caso pari a $4,0 \pm 1,2$.

Elaborando questi dati si giunge alla conclusione che allo stato attuale delle misure, l'effetto osservato è nel senso che corrisponderebbe alla trasformazione del gruppo D in C per urti, e risulta 2,3 volte maggiore dell'errore quadratico medio.

Benché dunque ci sia una seria presunzione di un effetto reale in questo senso, non si possono trarre da questa esperienza delle conclusioni definitive.

Una valutazione dell'effetto da attendersi in questa esperienza dimostra per altro che esso è effettivamente dell'ordine di grandezza di quello osservato; essa è stata fatta al modo seguente.

Abbiamo misurato le attività indotte nella lastra di indio della esperienza precedente, posta nella paraffina 2 cm sotto la superficie, separatamente nei gruppi C e D ed abbiamo trovato rispettivamente 257 e 47,5. Questi numeri si possono ritenere proporzionali ai numeri di neutroni dei due gruppi assorbiti dall'indio.

Indichiamo con p_1 la probabilità che un neutrone C che si trova nella paraffina nella posizione dell'assorbitore di indio giunga alla superficie attivando ivi il rilevatore di rodio; analogamente sia p_2 la probabilità che un neutrone D che si trova nella posizione dell'indio giunga alla superficie già trasformato in neutrone C ed attivi il rodio. Le riduzioni dell'attività del rodio nel gruppo C dovute rispettivamente all'assorbimento da parte dell'indio dei neutroni D e C staranno nel rapporto $47,5 p_2 : 257 p_1$. Ammettendo che p_1 e p_2 siano eguali od almeno prossimi, risulta dunque che tali riduzioni stanno all'incirca nel rapporto $47,5/257$ e siccome la riduzione, dovuta all'assorbimento dei neutroni C risulta pari a 26,9 (vedi Tabella XVI), l'effetto da attendersi nella esperienza precedente è pari a 5 e quindi dell'ordine di grandezza che effettivamente si osserva.

Analoghe esperienze sono state eseguite da Preiswerk e von Halban [21] che hanno trovato un rapporto genetico fra i gruppi I ed A .

11. COMPORTAMENTO DEI GRUPPI VICINO AL BORDO DELLA PARAFFINA.

Nel paragrafo 9 abbiamo studiato l'attività dovuta ai vari gruppi nell'interno di una massa di acqua talmente grande da poter trascurare le perturbazioni ai bordi.

Studieremo ora invece come si comporta l'attività dovuta ai diversi gruppi in vicinanza della superficie che limita la paraffina.

Occupiamoci prima di tutto del comportamento del gruppo C . Risulta dalla teoria della diffusione dei neutroni termici che, indipendentemente dalla posizione della sorgente, la densità dei neutroni termici, in vicinanza della superficie che limita la paraffina, decresce verso l'esterno (cfr. $F.$, § 6, formula 57); si può anzi dimostrare che se si indica con x la profondità al di sotto della superficie della paraffina, l'andamento della densità $n(x)$ è per x piccolo, approssimativamente proporzionale ad

$$x + \frac{\lambda}{\sqrt{3}}$$

di modo che estrapolando l'andamento di $n(x)$ verso l'esterno della paraffina ($x < 0$), $n(x)$ si annulla ad una distanza dal bordo

$$x_0 = -\frac{\lambda}{\sqrt{3}}.$$

È appunto questo andamento della densità dei neutroni termini in vicinanza del bordo che determina la legge di distribuzione angolare (5) dei neutroni C uscenti. Se la densità in vicinanza del bordo fosse invece costante, si otterrebbe la legge del coseno.

Per rilevare sperimentalmente $n(x)$ si deve usare un rivelatore del gruppo C abbastanza sottile in modo da non perturbare la distribuzione dei neutroni. La sua attività sarà allora proporzionale alla densità $n(x)$ dei neutroni C.

Abbiamo usato due rivelatori ottenuti per deposito elettrolitico di rodio sopra una lastra di nichel (che serve solo come supporto inattivabile) di 29 cm² di area; i pesi di rodio depositati sui due rivelatori erano rispettivamente 0,087 e 0,169 g. Tenendo conto del coefficiente di assorbimento del rodio per il gruppo C (0,7 cm²/g) K₈ per questi due assorbitori risulta rispettivamente eguale a 0,002 e 0,004; a questi valori corrisponde all'incirca una probabilità media ζ di cattura per un neutrone termico che attraversi il rivelatore (vedi § 6) rispettivamente di 0,004 e 0,008. Tali probabilità, come si vede, sono assai piccole, e quindi i rivelatori usati si possono considerare molto sottili.

Le misure sono state eseguite su di un cilindro di paraffina del diametro di 24 cm e dell'altezza di 10 cm, contenente la sorgente 3,2 cm sotto il centro della base superiore. Lo strato di paraffina di 3,2 cm compreso tra la sorgente e la base superiore era tagliato a fette in modo da potere inserire il rivelatore a diverse profondità. Per fare le misure sul gruppo C si facevano al solito le differenze tra le attività del rivelatore senza e con due schermi di cadmio di 0,44 g/cm², fra i quali poteva venire posto il rivelatore.

Nella fig. 8 sono riportate in funzione della profondità x , le attività dovute al solo gruppo C dei due rivelatori sopra nominati. È accennata anche l'estrapolazione dell'andamento dell'attività verso valori negativi di x . Da essa risulta la intersezione con l'asse delle ascisse in vicinanza di

$$x_0 = -0,18 \text{ cm.}$$

Da ciò si ricava

$$\lambda = 0,31 \text{ cm}$$

in buon accordo col valore ottenuto dalla misura diretta (cfr. § 8).

Abbiamo già notato che questa esperienza consente una interpretazione così semplice purché il rivelatore sia sottile. Con un rivelatore spesso invece, la stessa presenza di questo, perturba fortemente la densità dei neutroni termici in modo che l'andamento dell'attività in funzione della profondità x è alquanto diverso. Così usando un rivelatore di rodio di 0,36 g/cm² e sommando le attività nel gruppo C misurate su entrambe le faccie a varie profondità in modo da ottenere un dato paragonabile ai dati dell'esperienza

precedente, si trova che l'andamento dell'attività, estrapolato verso valori negativi di x , taglia l'asse delle ascisse per

$$x_0 = -0,4 \text{ cm.}$$

L'annullamento si ha quindi ad una distanza dalla superficie più che doppia che non nel caso di rivelatore sottile.

In questo esperimento abbiamo sommato le attività misurate sulle due facce del rivelatore poiché questa somma è proporzionale al numero totale di neutroni termici penetrati nel rivelatore. Se indichiamo infatti con N_1

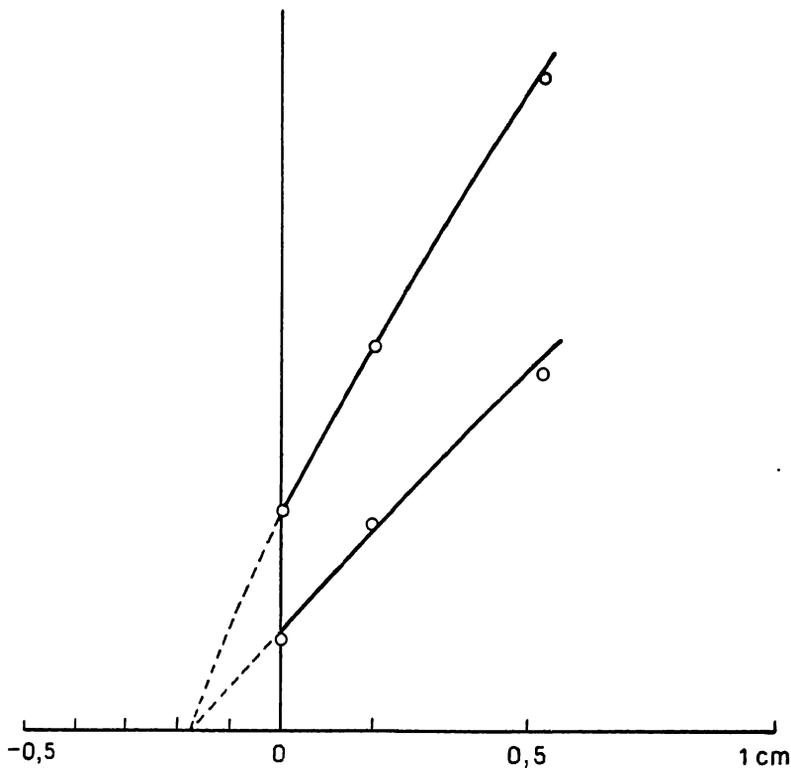


Fig. 8.

ed N_2 i numeri di neutroni che entrano dalle facce 1 e 2 del rivelatore, le attività misurate sulle facce 1 e 2 sono evidentemente date da

$$(20) \quad \begin{cases} A_1 = N_1 a + N_2 b \\ A_2 = N_1 b + N_2 a \end{cases}$$

dove a e b sono costanti caratteristiche del rivelatore dipendenti dai suoi coefficienti di assorbimento per i neutroni e gli elettroni e dal suo spessore. Il rapporto a/b si ottiene misurando il rapporto A_1/A_2 quando il rivelatore è appoggiato all'esterno della paraffina in modo che $N_2 = 0$.

Nel rivelatore di rodio di $0,36 \text{ g/cm}^2$, $a/b = 4/3$ per il gruppo C ; l'analogo rapporto per il gruppo D è 2. La differenza dipende dal maggior coefficiente

di assorbimento del rodio per il gruppo D . Per un rivelatore sottile invece si avrebbe $a = b$.

Sommando membro a membro le (20) si ottiene

$$A_1 + A_2 = (a + b)(N_1 + N_2)$$

e quindi appunto la somma delle attività sulle due faccie è proporzionale al numero totale $N_1 + N_2$ dei neutroni che attraversano il rivelatore. Dalle (20) si ricava

$$(21) \quad N_1 = \frac{a A_1 - b A_2}{a^2 - b^2} \quad ; \quad N_2 = \frac{a A_2 - b A_1}{a^2 - b^2}.$$

Misurando dunque A_1 ed A_2 e conoscendo il rapporto a/b si ricavano dei valori proporzionali ad N_1 ed N_2 (questo artificio per misurare separatamente N_1 ed N_2 è stato usato nel § 7).

Nella Tabella XVII sono riportati gli andamenti di N_1 ed N_2 così misurati con un rivelatore di rodio di $0,36 \text{ g/cm}^2$, per i gruppi C e D separatamente. Per rendere confrontabili i due dati si è assunto eguale all'unità in entrambi i gruppi il valore di N_1 per $x = 0$. La sorgente in queste esperienze si trovava a $x = 2,4 \text{ cm}$.

TABELLA XVII.

x	Gruppo C		Gruppo D	
	N_1	N_2	N_1	N_2
0	1	0	1	0
0,16	1,10	0,28	1,07	0,07
0,34	1,12	0,63	1,17	0,14
0,53	1,28	0,91	1,25	0,28
0,87	1,60	1,19	1,31	0,45
1,87	2,19	2,00	1,35	1,00

I dati sul gruppo C non consentono una interpretazione semplice poiché il rivelatore non si può considerare come sottile. Nel gruppo D invece, pur essendo sempre il rivelatore spesso, il fatto che i neutroni di questo gruppo percorrano in media come tali un solo cammino libero (cfr. §§ 6, 7, 12), porta come conseguenza che ognuno di essi attraversa una sola volta il rivelatore, e quindi non vi è perturbazione dell'attività del rivelatore del gruppo D dovuta alla presenza del rivelatore stesso. Estrapolando per il gruppo D l'andamento di $N_1 + N_2$ per valori negativi di x si trova l'intersezione con l'asse delle x per

$$x_0 = -0,9 \text{ cm}.$$

Il fatto che questa intersezione avvenga notevolmente più lontano dal bordo della paraffina che per il gruppo C ($x_0 = -0,18$ cm con rivelatore sottile), è dovuto da un lato al maggior cammino libero medio (cfr. § 7) dall'altro alla coerenza tra le orientazioni di successivi cammini liberi, che ha luogo con notevole entità finché l'energia è superiore al quanto del legame elastico dell'idrogeno della paraffina.

Dal confronto delle colonne seconda e quarta della Tabella XVII si nota che l'andamento di N_r in vicinanza della superficie, per il nostro rivelatore spesso, non è molto dissimile nei gruppi C e D , mentre a profondità maggiori di gruppo C cresce assai più rapidamente del gruppo D . Ciò si può, giustificare tenendo presente la crescita dell'albedo dello strato di paraffina sovrapposto al rivelatore in funzione dello spessore dello strato.

12. ESTENSIONE DELLE BANDE DI ENERGIA CORRISPONDENTI AI GRUPPI. NUMERO TOTALE DEI NEUTRONI.

Discuteremo in questo paragrafo un metodo per determinare la estensione delle bande di energia che costituiscono i vari gruppi, e più precisamente il rapporto W_{\max}/W_{\min} tra la massima e la minima energia che limitano la banda [22].

L'ultima parte del paragrafo sarà invece dedicata alla valutazione del numero totale di neutroni emessi da una sorgente di $Em + Be$.

Il metodo per determinare la larghezza della banda che costituisce un gruppo g di energia superiore ad 1 volt, è basato sul confronto delle due seguenti grandezze: la attivabilità A_g di un rivelatore dovuta ai neutroni del gruppo g in esame, e la attivabilità B_c dello stesso rivelatore dovuta ai soli neutroni C ed ottenuta proteggendo il rivelatore da una parte con uno strato di cadmio di spessore sufficiente per assorbire totalmente i neutroni termici. B_c si ottiene naturalmente come differenza fra le attivabilità del rivelatore con uno strato di cadmio da una sola parte oppure incluso tra due strati di cadmio.

Se la distribuzione dei neutroni veloci entro una grande massa di paraffina fosse uniforme, è ovvio che A_g e che B_c avrebbero valore indipendente dalla posizione e dall'orientazione del rivelatore. Siccome invece la sorgente dei neutroni veloci è concentrata, si debbono confrontare i valori medi di A_g e B_c su tutte le posizioni ed orientazioni entro la paraffina, o, ciò che è lo stesso, confrontare gli integrali di volume

$$\int \bar{A}_g d\tau \quad \text{e} \quad \int \bar{B}_c d\tau$$

i cui integrandi \bar{A}_g e \bar{B}_c sono ottenuti facendo la media delle attivabilità del rivelatore misurate con due orientazioni opposte; tale media è praticamente identica alla media eseguita sull'intero angolo solido. Riferendosi ai detti integrali verremo ad eliminare le complicazioni dovute al fatto che i neutroni non sono distribuiti uniformemente.

Supponiamo che nella paraffina, in cui si trova il nostro rivelatore si producano q neutroni veloci per cm^3 e per s. Questi si andranno rallentando

per modo che ad ogni istante vi saranno nell'ambiente neutroni di tutte le velocità.

Si può dimostrare (cfr. *F.*, § 1) che, per energie superiori ad 1 volt, il numero di neutroni di velocità fra v e $v + dv$ è

$$(22) \quad \frac{2 q \lambda(v)}{v^2} dv.$$

Da questo, è possibile calcolare l'attività A_g in funzione delle energie W_{\min} e W_{\max} che limitano la banda di energia g , del cammino libero medio λ_g , del coefficiente di assorbimento K_g del rivelatore per il gruppo g , della sua superficie s e del suo spessore δ . Eseguendo i calcoli si trova (cfr. *F.*, § 8)

$$(23) \quad A_g = \eta s q \lambda_g K_g \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} \\ \times \frac{\int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx}{2}$$

dove μ è il coefficiente di assorbimento degli elettroni del rivelatore nel rivelatore stesso, e $b(K_g x)$ è la funzione (4); η è l'efficienza della camera di ionizzazione per i raggi β del rivelatore (cfr. § 2).

L'ultimo fattore rappresenta l'effetto dell'assorbimento dei neutroni e dei raggi β nel rivelatore e si ridurrebbe a δ per rivelatore sottile.

Nel calcolo di B_c (neutroni termici) intervengono, oltre agli elementi geometrici del rivelatore, il tratto di diffusione $\sqrt{D\tau} = \sqrt{\lambda^2 \frac{N}{3}}$ (cfr. § 7) e il coefficiente di assorbimento K_c del rivelatore per i neutroni termici. Eseguendo i calcoli e tenendo conto che in questo caso la legge di distribuzione angolare dei neutroni incidenti sul rivelatore è la (5), si trova

$$(24) \quad B_c = \eta s q \lambda \sqrt{N} K_c \int_0^{\delta} c(K_c x) e^{-\mu x} dx$$

dove $c(K_c x)$ è la funzione (6). L'integrale, che per rivelatore sottile si riduce a δ , rappresenta l'effetto dell'assorbimento dei neutroni e degli elettroni nel rivelatore.

Integrando, come si è detto, le (23) (24) si trovano le espressioni

$$(25) \quad \int A_g d\tau = \eta s Q K_g \lambda_g \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} \\ \times \frac{\int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx}{2} \\ \int B_c d\tau = \eta s Q K_c \lambda \sqrt{N} \int_0^{\delta} c(K_c x) e^{-\mu x} dx$$

dove $Q = \int q d\tau$ è il numero totale di neutroni emessi dalla sorgente per secondo. Da queste si trova

$$(26) \quad \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{K_c}{K_g} \frac{\lambda \sqrt{N}}{\lambda_g} \frac{\int A_g d\tau}{\int B_c d\tau} \\ \times \frac{2 \int_0^{\delta} c(K_g x) e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx}$$

Abbiamo eseguito le misure per il gruppo D usando un rivelatore di rodio ($0,36 \text{ g/cm}^2$), per il gruppo A un rivelatore di argento ($0,057 \text{ g/cm}^2$) e per il gruppo I un rivelatore di joduro di piombo ($0,76 \text{ g/cm}^2$); siccome non è ben conosciuto il piccolo coefficiente di assorbimento dello jodio nel gruppo C , abbiamo utilizzato i dati relativi al rodio per calcolare B_c anche per il gruppo I .

Per valutare gli integrali

$$\int \bar{A}_g d\tau \quad \text{e} \quad \int \bar{B}_c d\tau$$

abbiamo determinato \bar{A}_g e \bar{B}_c ad una distanza fissa deducendo i valori a distanza qualsiasi a mezzo delle curve della fig. 7.

Nelle espressioni seguenti compaiono i valori numerici usati nello stesso ordine in cui sono scritte le varie grandezze nella (26):

gruppo D

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0,7}{1,8} \frac{\sqrt{13}}{1,1} \frac{4,58 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^6} \frac{2 \cdot 0,108}{0,087 + 0,052} = 0,60$$

gruppo A

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0,25}{20} \frac{\sqrt{13}}{1,1} \frac{7,8 \cdot 10^4}{2,04 \cdot 10^5} \frac{2 \cdot 0,048}{0,021 + 0,019} = 0,038$$

gruppo I

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0,7}{0,38} \frac{\sqrt{13}}{1,1} \frac{4,16 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 10^6} \frac{2 \cdot 0,108}{0,085 + 0,049} = 0,27.$$

Da questi valori si possono ricavare i rapporti W_{\max}/W_{\min} della energia massima alla energia minima di un gruppo. La grandezza $\log W_{\max}/W_{\min}$ che è data dalle formule precedenti e che chiameremo larghezza logaritmica del gruppo, ha significato fisico immediato in quanto rappresenta il numero medio di urti subiti da un neutrone entro il gruppo in questione.

Così, per esempio, il gruppo A , che ha larghezza logaritmica $0,04$, è una banda di energia così ristretta che solo il 4% dei neutroni, durante il rallentamento nella paraffina, passano da essa.

Le larghezze logaritmiche del gruppo I e soprattutto del gruppo D , sono notevolmente maggiori, ciò che trova riscontro nella maggiore numerosità (cfr. § 5) di questi gruppi. Tuttavia anche nel gruppo D è relativamente raro il caso che un neutrone percorra entro il gruppo più di un cammino libero; dalla larghezza logaritmica 0,6 si deduce che tale probabilità è del 27 per cento.

Ciò giustifica il fatto che per tutti questi gruppi è praticamente nulla l'albedo.

Ci si dovrebbe invece attendere nelle esperienze sulla diffusione (cfr. § 7) dei gruppi A e D , che il tratto di diffusione dei neutroni del gruppo D fosse leggermente maggiore di quello dei neutroni del gruppo A . Nel paragrafo 7 non abbiamo trovato una differenza di questo genere, ciò che del resto si può attribuire alla imprecisione delle misure.

Ammettendo che le energie dei vari gruppi siano quelle dedotte nel paragrafo 9, col metodo del boro si troverebbero per i gruppi D , A , e I le seguenti larghezze espresse in volt:

$$1,5 \quad ; \quad 0,23 \quad ; \quad 15.$$

Si può infine utilizzare la seconda delle (25) per valutare il numero totale Q dei neutroni emessi dalla sorgente. B_c nella (25), è l'attività iniziale del rivelatore usato. Per passare all'attivabilità (3) bisogna moltiplicare per il fattore

$$\frac{1000}{IU}.$$

Il preparato U di uranio, d'altra parte, equivale a 920 disintegrazioni al secondo, di modo che chiamando al solito η_U l'efficienza della camera di ionizzazione per i raggi dell'uranio, si può porre $U = 920 \eta_U$. Dalla (25) si ricava dunque, esprimendo B_c in attivabilità,

$$(27) \quad \frac{Q}{I} = 0,92 \frac{\eta_U}{\eta} \frac{\int B_c d\tau}{s\lambda \sqrt{N} K_c \int_0^{\infty} c(K_c x) e^{-\mu x} dx}.$$

In questa formula figurano gli stessi elementi che si hanno nel calcolo delle larghezze logaritmiche. Utilizzando, per esempio, i dati della attivabilità del rodio, si ottiene

$$\frac{Q}{I} = 180.009 \frac{\eta_U}{\eta}.$$

Ammettendo inoltre le efficienze η ed η_U eguali si ricaverebbe che una delle nostre unità neutroniche equivale a 180.000 neutroni al secondo, e ricordando che una unità neutronica equivale a circa 6 mC di Em (+ Be) si trova una emissione di

30.000 neutroni al secondo per millicurie.

Questo valore è notevolmente maggiore dei valori trovati con altri metodi [23], ciò che ci sembra giustificabile solo in parte con una differenza fra η ed η_U .

13. RIASSUNTO E DISCUSSIONE.

Dai risultati che abbiamo esposto sembra che si debba concludere che negli elementi sensibili ai neutroni lenti, la sezione d'urto per cattura sia spesso una funzione irregolare dell'energia dei neutroni lenti che presenta dei massimi accentuati, tali da costituire delle vere e proprie bande di assorbimento.

L'analisi delle curve di assorbimento dei vari elementi con diversi rivelatori, permette di riconoscere e differenziare fra di loro le varie bande di assorbimento (gruppi *A*, *B*, *C*, *D*, *I*).

Vari argomenti concordano nel far ritenere che il gruppo *C* (radiazione intensamente assorbita dal cadmio) corrisponda, almeno prevalentemente, a neutroni di velocità di agitazione termica, mentre gli altri gruppi a velocità superiori.

L'argomento più diretto a favore di questa interpretazione, è costituito dall'esperienza col selettore di velocità di cadmio [24] (e quindi tale da agire solo sul gruppo *C*), che ha permesso di controllare direttamente che la velocità dei neutroni *C* è quella di agitazione termica. Alla stessa conclusione portano le osservazioni di Preiswerk e von Halban ed altri [25], secondo le quali la radiazione filtrata da cadmio non presenta effetto termico, ciò che indica che i neutroni non appartenenti al gruppo *C* non hanno velocità di agitazione termica.

Infine le nostre misure di albedo (§ 6) dimostrano che i soli neutroni del gruppo *C* percorrono molti cammini liberi entro questo gruppo a differenza di ciò che avviene negli altri gruppi. Questo fatto si spiega facilmente ammettendo che il gruppo *C* sia costituito da neutroni in equilibrio termico con l'ambiente, poiché allora i successivi urti non ne alterano in media la energia; mentre un neutrone appartenente ad un gruppo costituito da una banda di energia $> kT$, avrà una elevata probabilità di uscirne in seguito ad un urto.

In tutti i casi studiati una frazione notevole dell'attività (quasi sempre maggiore del 50%) è dovuta ai neutroni termici; da ciò non si deve concludere che il coefficiente di assorbimento per neutroni termici sia di regola maggiore di quello per neutroni di energia di alcuni volt; il fatto dipende in buona parte anche dall'elevato numero dei neutroni di energia termica che escono da un blocco di paraffina contenente la sorgente (cfr. Tabella VI).

Il problema di localizzare le bande di energia corrispondenti agli altri gruppi (non termici) può trattarsi al modo seguente.

Frisch e Placzek e Weekes, Livingston e Bethe si sono basati sull'ipotesi che la sezione d'urto per cattura di un neutrone lento da parte del boro sia inversamente proporzionale alla velocità v del neutrone. In questa ipotesi le energie dei vari gruppi risultano dalle nostre misure:

gruppo *C* : 0,037 volt (= $3/2 kT$)

gruppo *D* : 2,24 volt

gruppo *A* : 6 volt

gruppo *B* : 10 volt

gruppo *I* : 55 volt.

Si intende che l'errore in misure di questo genere può essere considerevole.

Un controllo dell'ipotesi che sta a base di questa valutazione si avrebbe dal confronto dei coefficienti di assorbimento del litio per i vari gruppi con quelli del boro, poiché i rapporti dovrebbero essere eguali dato che il meccanismo di assorbimento dei neutroni lenti in questi due elementi è il medesimo. Dalle misure di von Halban e Preiswerk [26] sembrerebbe che un tale accordo non vi sia, benché le differenze possano essere forse dovute a cause secondarie.

Una determinazione indipendente della successione energetica dei gruppi ed anche una valutazione dei loro rapporti di energia (quest'ultima solo per i gruppi non termici) è stata da noi data dal paragrafo 9 in base alla determinazione del comportamento dei vari gruppi in funzione della distanza dalla sorgente. L'ordine di energia da noi trovato coincide con quello dedotto dagli assorbimenti del boro ed i rapporti di energia, per quanto un po' più piccoli non sono incompatibili coi valori dati precedentemente. Il nostro metodo, pur non essendo molto preciso, presenta il vantaggio di essere più diretto.

In base a considerazioni analoghe alle precedenti, abbiamo anche valutate le estensioni delle bande (propriamente $\Delta W/W$) corrispondenti ai vari gruppi non termici. Abbiamo trovato che la banda più ristretta è quella detta gruppo *A* (radiazione fortemente assorbita dall'argento) per cui $\Delta W/W = 0,04$. Gli altri gruppi (cfr. § 12) sono alquanto più larghi, sempre però abbastanza ristretti in modo che è piuttosto raro il caso che un neutrone percorra più di un cammino libero restando sempre appartenente alla stessa banda di energia.

Collegata alla larghezza della banda è la numerosità dei vari gruppi, che rappresenta essenzialmente il numero di neutroni che escono per secondo da una superficie di paraffina (per la definizione precisa cfr. § 5). Il più numeroso di tutti è il gruppo termico (numerosità 45), mentre il meno numeroso è il gruppo *A* (numerosità 0,5) che è anche, come si è visto, il più ristretto.

Questi fatti sono qualitativamente in accordo con le considerazioni di Bohr e di Breit e Wigner.

Qualche ulteriore informazione sulle proprietà di queste bande di assorbimento si può avere dal confronto del comportamento di due isotopi, entrambi sensibili ai neutroni lenti. Il risultato di queste ricerche, che non abbiamo potuto estendere a molti casi, può riassumersi dicendo che sembra esistere una certa tendenza per diversi isotopi di uno stesso elemento ad avere bande di assorbimento prossime (§ 5); non mancano tuttavia le eccezioni.

I paragrafi dal 6 all'11 sono dedicati allo studio delle proprietà di diffusione dei neutroni lenti nelle sostanze idrogenate. Il processo di diffusione si può analizzare in due fasi successive. In un primo tempo (fase di rallentamento) il neutrone perde energia in seguito a successivi urti fino a raggiungere l'energia di agitazione termica; dopo di ciò (fase di diffusione termica) l'energia in media non decresce ulteriormente ed il neutrone seguita a diffondere fino a che non viene catturato dai protoni o da altri nuclei presenti.

Durante la fase di rallentamento il cammino libero medio scende ben presto ad un valore dell'ordine di 1 cm, dopo di che si mantiene approssimativamente costante fino a che l'energia del neutrone non diventa compa-

rabile con il quanto $h\nu$ delle frequenze delle oscillazioni elastiche dell'idrogeno nella paraffina.

Si può ritenere che tutti i gruppi, ad eccezione di quello termico, appartengano all'intervallo di energia in cui il cammino libero medio λ_g nella paraffina è circa 1 cm. Risulta dalla teoria dell'urto tra neutroni lenti ed atomi di idrogeno, tenendo conto del legame chimico di questi ultimi (cfr. *F.*, §§ 10, 11) che quando l'energia dei neutroni lenti scende da valori superiori ad $h\nu$ a valori piccoli, il cammino libero medio decresce e tende ad un limite eguale a $1/4 \lambda_g$. A questa variazione del cammino libero medio è connessa anche una differente distribuzione angolare dei neutroni dopo un urto; quando $W \gg h\nu$ l'angolo fra le direzioni del moto del neutrone prima e dopo l'urto è sempre acuto, mentre, per $W \ll h\nu$ la distribuzione angolare dopo un urto tende a diventare isotropa.

In accordo con questi risultati teorici si osserva effettivamente una notevole riduzione del cammino libero medio nel passaggio dai gruppi non termici al gruppo *C*. Per quest'ultimo si può ritenere che $W/h\nu$ sia all'incirca $1/10$; non ostante che questo valore sia abbastanza piccolo, non si possono confondere i neutroni termici con neutroni di energia praticamente nulla. Così risulta (cfr. *F.*, formula 102) che per $W/h\nu = 1/10$ il cammino libero medio è

$$\lambda = \lambda_g/3,3$$

mentre al limite per $W = 0$ si avrebbe $\lambda = \lambda_g/4$.

Si può anche valutare fino a che punto è mantenuta la coerenza tra le direzioni del moto di un neutrone termico prima e dopo un urto.

Come espressione quantitativa della coerenza si può prendere $\overline{\cos \Theta}$, e cioè il valor medio del coseno dell'angolo di diffusione dei neutroni dopo l'urto. $\overline{\cos \Theta} = 1$ significa coerenza completa, mentre per diffusione isotropa $\overline{\cos \Theta} = 0$. Per neutroni di energia superiore ad un volt si trova $\overline{\cos \Theta} = 2/3 = 0,67$; per neutroni termici invece, ammettendo $W/h\nu = 1/10$, si deduce (cfr. *F.*, formula 103) $\overline{\cos \Theta} = 0,067$, e cioè un decimo del valore precedente. Tale risultato giustifica l'approssimazione fatta più volte nel corso di questi lavori, di considerare la diffusione dei neutroni termici come isotropa. Si noti tuttavia che in tal modo si viene ad introdurre un piccolo errore che è nel senso che il tratto di diffusione, dato dalla (12), è troppo piccolo, mentre l'albedo, data dalla (11), è troppo grande. Sarebbe anche facile valutare queste correzioni, una volta noto con sicurezza $\overline{\cos \Theta}$; questo valore è però subordinato alla conoscenza di $W/h\nu$ del quale si può dare solo l'ordine di grandezza.

Nel corso dei paragrafi dal 6 all'11 sono state misurate 5 grandezze diverse le quali si possono esprimere in funzione di due sole, grazie alle relazioni ottenute dalla teoria della diffusione dei neutroni (cfr. *F.*). Queste 5 grandezze sono i cammini liberi medi λ e λ_g dei neutroni termici (cfr. § 8) e dei neutroni dei gruppi *D* ed *A* (cfr. § 7); l'albedo β dei neutroni termici (cfr. § 6), il tratto di diffusione l dei neutroni termici (cfr. § 7) e la lunghezza $|x_0|$ relativa ai neutroni termici, considerata nel paragrafo 11, che è legata a λ dalla relazione

$$(28) \quad |x_0| = \frac{\lambda}{\sqrt{3}}$$

Per mezzo delle (28), (11), (12), (29) le 5 grandezze ora citate si possono esprimere in funzione di λ_g ed N (numero di cammini liberi percorsi in media da un neutrone termico).

Nella Tabella XVIII viene dato il confronto dei valori misurati delle 5 grandezze con quelli calcolati per mezzo delle formule sopra citate assumendo

$$\lambda_g = 1,0 \text{ cm} \quad ; \quad N = 140.$$

Come si vede l'accordo è molto soddisfacente.

TABELLA XVIII.

	Misurato	Calcolato
λ	0,3	0,30
λ_g	1,1	1,0
β	0,82	0,83
l	2,1	2,05
$ x_0 $	0,18	0,174

Da questi valori di λ_g e di N risultano i seguenti dati per i neutroni termici nella paraffina:

sezione d'urto elastica coll'idrogeno . $\sigma_e = 43 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$

sezione d'urto con cattura $\sigma_c = 0,31 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$

vita media $\tau = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$

Questo valore è in ottimo accordo con la misura di τ eseguita con un dispositivo meccanico (27) e col valore teorico dedotto dalla teoria svolta in *F.*, § 12.

Esprimiamo i nostri più vivi ringraziamenti all'Istituto di Sanità Pubblica e in particolare al prof. Trabacchi, per averci fornito le sorgenti di emanazione con le quali è stato eseguito questo lavoro. Larga parte dei mezzi impiegati nelle ricerche ci sono stati messi a disposizioni dal Consiglio Nazionale delle Ricerche.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 334, 443 (1935); 7 (1), 56, 223, 310, 410 (1936), ved. anche E. FERMI, E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. » A, 146, 483 (1934); E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. » A, 149, 522 (1935).
- [2] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. » A, 149, 522 (1935); H. A. BETHE, « Phys. Rev. », 47, 747 (1935); F. PERLIN, W. M. ELSASSER, « C. R. », 200, 450 (1935).
- [3] P. B. MOON, J. R. TILLMAN, « Nature » (London), 135, 904; 136, 136 (1935); T. BJERGE, C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. » A, 150, 709 (1935); L. ARSIMOVITCH, I. KOURTSCHATOW, L. MISSOWSKI, P. PALIBIN, « C. R. », 200, 2159 (1935); B. PONTECORVO, « Ric. Scientifica », 6 (2), 145 (1935); L. N. RIDENOUR, DON M. YOST, « Phys. Rev. », 48, 383 (1935).
- [4] P. B. MOON, J. R. TILLMAN, « Nature » (London), 135, 904 (1935); DUNNING, PEGRAM, FINK, MITCHELL, « Phys. Rev. », 48, 265 (1935); P. B. MOON, J. R. TILLMAN, « Proc. Roy. Soc. » A, 153, 476 (1936).
- [5] F. RASETTI, E. SEGRÈ, G. A. FINK, J. R. DUNNING, G. B. PEGRAM, « Phys. Rev. », 49, 104 (1936), « Rend. Lincei. », 23, 343 (1936).
- [6] E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935).
- [7] L. SZILARD, « Nature » (London), 136, 950 (1935).
- [8] E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935).
- [9] E. FERMI, *Sul moto dei neutroni nelle sostanze idrogenate*, « Ric. Scientifica », 7 (2), 13 (1936).
- [10] P. B. MOON, J. R. TILLMAN, « Nature », 136, 66 (1935); B. PONTECORVO, « Ric. Scientifica », 6 (2), 145 (1935); E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935).
- [11] E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935), L. SZILARD, « Nature » (London), 136, 950 (1935).
- [12] N. BOHR, « Nature », 137, 344 (1936); G. BREIT, E. WIGNER, « Phys. Rev. », 49, 519 (1936).
- [13] O. R. FRISCH, G. HEVESY, H. A. C. MCKAY, « Nature » (London), 137, 149 (1936).
- [14] E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 7 (1), 389 (1936).
- [15] E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935).
- [16] J. R. TILLMAN, « Nature » (London), 137, 107 (1936).
- [17] T. BJERGE, C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. » A, 150, 709 (1935); E. FERMI, E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935), 7 (1), 56 (1936).
- [18] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. » A, 149, 522 (1935).
- [19] O. R. FRISCH, G. PLACZEK, « Nature » (London), 137, 357 (1936); D. F. WEEKES, M. S. LIVINGSTONE, H. A. BETHE, « Phys. Rev. », 49, 471 (1936).
- [20] E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).
- [21] P. PREISWERK, H. VON HALBAN, « C. R. », 202, 840 (1936).
- [22] E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 310 (1936).
- [23] Cfr. p. es. R. JAECKEL, « Z. Physik », 91, 493 (1934); F. A. PANETH, H. LOLEIT « Nature » (London), 136, 950 (1935).
- [24] J. R. DUNNING, G. B. PEGRAM, G. A. FINK; D. P. MITCHELL, E. SEGRÈ, « Phys. Rev. », 48, 704 (1935); « Rend. Lincei », 23, 340 (1936).
- [25] P. PREISWERK, H. VON HALBAN, « Nature » (London), 136, 1027 (1935), F. RASETTI, G. FINK, « Phys. Rev. », 49, 642 (1936).
- [26] H. VON HALBAN, P. PREISWERK, « Nature » (London), 137, 905 (1936).
- [27] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 6 (1), 581 (1935).

118 b.

ON THE ABSORPTION AND THE DIFFUSION
OF SLOW NEUTRONSE. AMALDI and E. FERMI
« Phys. Rev. », 50, 899–928 (1936).

The study of the absorption properties of slow neutrons establishes the existence of absorption bands which correspond to energy intervals sufficiently narrow to allow one to isolate relatively homogeneous neutron groups. In this work, we describe several experiments and considerations designed to disclose the characteristics of the absorption and scattering properties of the various groups. Summary: 1. Introduction. — 2. Measurements and their reduction. — 3. Selective absorptions. — 4. Slow neutron groups. — 5. Systematic absorption measurements. — 6. Albedo. — 7. Scattering of the neutrons of a single group. — 8. Mean free path of thermal neutrons. — 9. Groups as a function of the distance from the source; energy ratios. — 10. Passage of the neutrons from one group to another. — 11. Behavior of the groups in the neighborhood of the surface of the paraffin. — 12. Width of the energy bands corresponding to the groups. Total number of neutrons. — 13. Summary and discussion.

I. INTRODUCTION.

The purpose of this work is to describe systematically the researches we have carried out on the absorption and scattering properties of slow neutrons⁽¹⁾. It is known that the simplest theory⁽²⁾ on the probability of capture of a neutron by a nucleus leads to the prediction that the capture cross section is, for small neutron velocities, inversely proportional to the velocities. However, the constant of proportionality can vary between large limits from element to element.

If this were true, thicknesses of two different elements inversely proportional to their constants would be exactly equivalent as absorbers of slow neutrons independently of neutron velocity, and of the substance used as detector. That the phenomenon was not so simple was early observed by various authors⁽³⁾, who showed that generally the absorption by an element

(1) E. AMALDI and E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 334, 443 (1935); 7 (1), 56, 223, 310, 393, 454 (1936); see also: E. FERMI, E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », A 146, 483 (1934); E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », A 149, 522 (1935).

(2) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », A 149, 522 (1935); H. A. BETHE, « Phys. Rev. », 47, 747 (1935); F. PERRIN and W. M. ELSASSER, « C. R. », 200, 450 (1935).

(3) P. B. MOON and J. R. TILLMAN, « Nature » (London), 135, 904; 136, 136 (1935); T. BJERGE and C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. », A 150, 709 (1935); L. ARSIMOVITCH, I. KOURTSCHATOW, L. MISSOWSKI and P. PALIBIN, « C. R. », 200, 2159 (1935); B. PONTECORVO, « Ric. Scientifica », 6 (2), 145 (1935); L. N. RIDENOUR and DON M. YOST, « Phys. Rev. », 48 383 (1935).

was greater when the slow neutrons were detected by means of the activity induced in the same element.

The thermal experiments of Moon and Tillman and others⁽⁴⁾, which showed that different detectors exhibit different sensitivities with a variation of the temperature of the paraffin, lead to a similar conclusion. Finally, more recently, Rasetti, Segrè, Fink, Dunning and Pegram⁽⁵⁾ have measured the dependence of the absorption coefficient of thermal neutrons on their velocity by means of a mechanical arrangement, and have found that, at least for Cd, the $1/v$ law is not fulfilled. In a systematic study of these phenomena, we have found that the selective absorption of slow neutrons is accentuated by filtering with a sheet of cadmium of sufficient thickness⁽⁶⁾. This fact, observed independently by Szilard⁽⁷⁾, pointed to the possible existence of relatively narrow absorption bands characteristic of various elements.

A systematic description of these phenomena can be obtained by means of an analysis of the slow neutron radiation into groups which are approximately homogeneous with respect to their absorption properties⁽⁸⁾. Such analysis could be performed by decomposing the absorption curves into exponentials. We also studied different groups of neutrons by means of their scattering properties in hydrogenated substances.

In § 2, we describe the methods used in performing the experiments and the reduction of the results. In §§ 3, 4, 5, we have collected some systematic data on the absorption properties and on the intensity of the activation produced by the various groups in several detectors. In § 6, we describe the measurement of the reflection coefficient (albedo) for the neutrons of different groups; in §§ 7 and 8, we study the mean free paths and the average number of impacts of a neutron of a given group in paraffin. In § 9, we show how the intensity of the activation due to several groups varies as a function of the distance from the source inside a large mass of water; from this relation we can deduce the energy sequence of the various groups and we are also able to evaluate the ratio of the energies of different groups. In §§ 10 and 11, we describe some diffusion experiments. In § 13, all the results are collected and discussed.

In this work, we will often make use of some theoretical relationships that have been derived by one of us⁽⁹⁾. We shall refer to this paper in what follows by F.

(4) P. B. MOON and J. R. TILLMAN, «Nature» (London), 135, 904 (1935); J. R. DUNNING, G. B. PEGRAM, G. A. FINK and D. P. MITCHELL, «Phys. Rev.», 48, 265 (1935); P. B. MOON and J. R. TILLMAN, «Proc. Roy. Soc.», A 153, 476 (1936).

(5) F. RASETTI, E. SEGRÈ, G. A. FINK, J. R. DUNNING and G. B. PEGRAM, «Phys. Rev.», 49, 104 (1936); «Rend. Lincei», 23, 343 (1936).

(6) E. AMALDI, E. FERMI, «Ric. Scientifica», 6 (2), 344 (1935).

(7) L. SZILARD, «Nature» (London), 136, 950 (1935).

(8) E. FERMI and E. AMALDI, «Ric. Scientifica», 6 (2), 443 (1935).

(9) E. FERMI, *Sul moto dei neutroni nelle sostanze idrogenate*, «Ric. Scientifica», 7 (2), 13 (1936).

2. MEASUREMENTS AND THEIR REDUCTION.

As neutron source, we always used small glass bulbs about 4 mm in diameter and 15 mm in length which contained Rn (up to 800 mc) and powdered beryllium. Since our researches were extended over a period of several months, it was clearly necessary to establish some standard method of comparing results obtained with different sources and at different times.

We now describe the criteria employed for this purpose: the measurements of activity were made with an ionization chamber represented schematically in Fig. 1, which also contains the scale. The chamber was filled with carbon dioxide at three atmospheres and was closed by a window of aluminum 0.1 mm thick and 7 cm in diameter. Since the aluminum window is greatly curved by the pressure, it was covered by a cellophane foil which served the double purpose of protecting the chamber from possible contami-

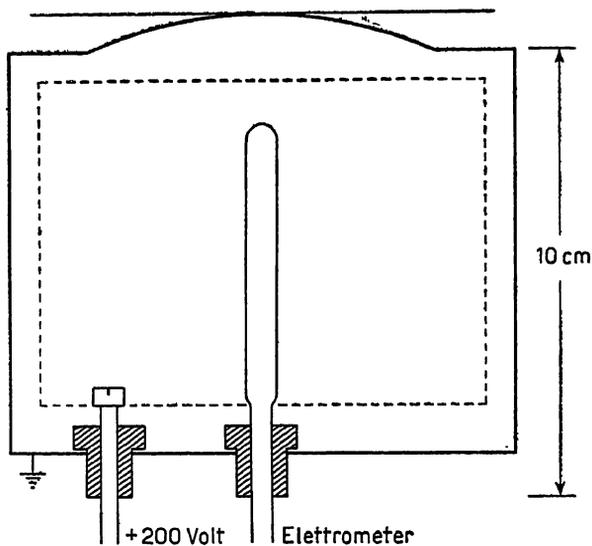


Fig. 1. - Ionization chamber.

nation and providing a flat surface upon which to place the detectors. The ionization was measured with an Edelmann electrometer, the wire of which was projected on a scale; it was possible to vary the sensitivity of the electrometer and the magnification of the image of the wire so that we obtained from 5 to 250 divisions per volt. To check the readings we used a uranium oxide preparation contained in a packet of aluminum 5×5 cm². We will designate this preparation and its activity by U.

The ionization produced in our chamber by the U is equivalent to that obtained from a solution of 0.96 g of uranyl nitrate ($\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2 + 6 \text{H}_2\text{O}$) in 25 cm³ of water contained in a dish of aluminum 0.1 mm thick and 5×5 cm² base. Correcting the activity of this solution for the absorp-

tion in the solution and in aluminum, we find that it is equal to 0.066 g of uranium element, that is 840 disintegrations per second.

In order to make the readings more rapidly and to be able to use different sensitivities of the electrometer and different scale intervals, we constructed a nomogram which permitted us to find directly, given the sensitivity of the electrometer and the number of divisions used in the reading, the time it would take the U to produce the same ionization. In this way one obtains automatically the correction for the nonlinearity of the instrument and for the dependence of the capacity on the sensitivity. Naturally the readings were corrected for the zero effect which was about 15 percent of the U. The activity of a given detector placed in a definite position with respect to the source and the surrounding objects is evidently proportional to the number of neutrons emitted by the source. In order to have comparable data, it is always necessary to divide the activity by the intensity of the source measured in neutrons (neutron intensity). In order to measure the neutron intensity, it is not sufficient to assume it to be proportional to the quantity of radon contained in the source, which can be measured for example by the γ activity; in fact small differences in the size of the beryllium granules or in the preparation of the source, produce considerable variations in the number of emitted neutrons. Because of this it is convenient to measure the neutron intensity directly by means of the radioactivity induced in a suitable detector. Our usual procedure was as follows: a sheet of rhodium of 5×5.6 cm² and 10.15 g was activated by placing it in the center of the top surface of a paraffin cylinder

$$(1) \quad 25 \text{ cm diameter,} \quad 15 \text{ cm height;}$$

on top of the sheet of rhodium was placed a second cylinder of paraffin of 13 cm diameter and 10 cm height; the source was placed on the axis of the lower cylinder 3 cm below its upper surface.

We will designate by S the initial activity of the 44 s period of Rh obtained under these conditions after irradiation for an infinite time. We will call neutron intensity I the ratio of this initial activity S to the U:

$$(2) \quad I = S/U.$$

It should be noted that this definition depends, though not very markedly, on the ionization chamber used. The strongest source we have used had a neutron intensity of 144.9. A neutron intensity 1 corresponds to a source which contains from 5 to 6 mc radon.

We are now able to define what we shall call *activability* A of a given detector (referring, when necessary, to one of its periods) placed in a definite position with respect to the source and the surrounding objects.

Let a be the initial activity of a detector irradiated for an infinite time; we define the activability A of this detector in a given position by the expression

$$(3) \quad A = 1000 a/S = 1000 a/I \times U.$$

In practice, naturally, we have calculated the activability by means of this last formula; the neutron intensity was measured once for each source with very high accuracy, and from this value the intensity at any later time was calculated by means of the period of radon.

The initial intensity a was measured by irradiating for a finite time, and was reduced to infinite time by well-known formulae.

In the case of elements of short period, it is convenient to establish a standard for the measurement of the initial activity in order to be as independent as possible, at least for relative measurements, from the possible errors in the value of the period. Therefore, in the case of rhodium (44 s) and of silver (22 s), which we have used as detectors in a very large number of experiments, we have performed the irradiation for 1 minute; in the case of silver, the readings were made from 20 s to 80 s after the end of the irradiation, and the activity so measured multiplied by an appropriate factor, gave the initial activity. In reality, a measurement of this kind gives not only the 22 s period, because there is a disturbance due to the 2.3 min period; this disturbance was not very large and ordinarily was not corrected for (see also § 5).

In the case of rhodium we have always irradiated 1 min and we have taken the readings from about 30 s to 60 s after the end of irradiation; the initial activity was rapidly calculated by means of a nomogram. Also in this case we have neglected the small disturbance due to the 4.2 min period.

In the course of this work we have performed a large number of measurements of absorption of slow neutrons in different substances. The criteria adopted in these measurements have been the following: The measurements were performed outside of the paraffin because otherwise a large fraction of the neutrons pass through the absorber many times (see § 6). The source of Rn + Be was usually inserted in the paraffin cylinder (1), 3 cm below the center of the upper face on which were placed the various detectors. Most of the detectors were squares of 5 cm side.

We will call normal activability A_n of a detector its activability under these conditions. This furnishes an indication of the efficiency of the different detectors. As examples, in Table I we give the normal activabilities of some of the detectors which we have used.

For absorption measurements, the absorbers were inserted in layers as thin as possible between the paraffin and the detectors.

In order to correct the error due to the height h of the detector from the top of the paraffin, we have measured the variation of the activity of a rhodium detector as a function of h ; the practical rule found for reducing the activability to $h = 0$, consists in dividing the results of the measurements by $1 - (h/7)$, where h is the height in cm; this rule is sufficiently correct for h up to a little more than 1 cm.

Rigorously, the correction for height would depend on the absorber used and on the group of neutrons with which we work. For the present, we have neglected these refinements. Even if the neutrons leaving the paraffin were homogeneous, the absorption curves obtained under the conditions which

we have described, would not be exponential, because the neutrons which come out with different inclination θ traverse different thicknesses of the absorber. In the calculation of the absorption coefficients from the experimental data, it is necessary to take these facts into account; for a long time we have calculated this correction on the assumption that the neutrons leave the paraffin according to the cosine law.

TABLE I.

Activability A_n of various detectors.

Substance	Period	Weight (in g)	Area (cm ²)	A_n
MnO ₂	2,5 hr	30	26	30
Cu	5 min	13	38	2
Ga	20 min	2.6	7	1.3
As	26 hr	7	20	24
NaBr	18 min	26	25	9.2
Rh	44 s	10.15	28	282
Ag	22 s	8	27	135
In	54 min	0.76	9	21.2
In	16 s	0.76	9	14.2
I	25 min	25	25	16.9
Ir	19 hr	14.5	25	78
Au	27 d	6.6	25	26

On this assumption, the absorption curve with a thin detector, as a function of $K\delta$ (K = absorption coefficient of the neutrons, δ = thickness of the absorber) instead of being the exponential $e^{-K\delta}$ (curve *a* of Fig. 2) is the function

$$(4) \quad b(K\delta) = \int_0^x e^{-K\delta/x} dx$$

represented by the curve *b* of Fig. 2. We now believe that for the neutrons of group *C* (see *F.*, § 6) it is better to assume that the number of neutrons emerging per unit solid angle instead of being proportional to $\cos \theta$, is approximately proportional to

$$(5) \quad \cos \theta + \sqrt{3} \cos^2 \theta.$$

If we take this angular distribution of the neutrons, the absorption curve as a function of $K\delta$ is given by the expression

$$(6) \quad c(K\delta) = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} \int_0^x e^{-K\delta/x} (1 + \sqrt{3}x) dx$$

represented by the curve c of Fig. 2. This curve probably represents the behavior of the absorption of the C neutrons fairly well; for the neutrons of other groups, it is probable that the absorption curve will be between b and c ; however all reductions have been made with curve c . In the case of thick detectors, in other words when the absorption of the neutrons in the

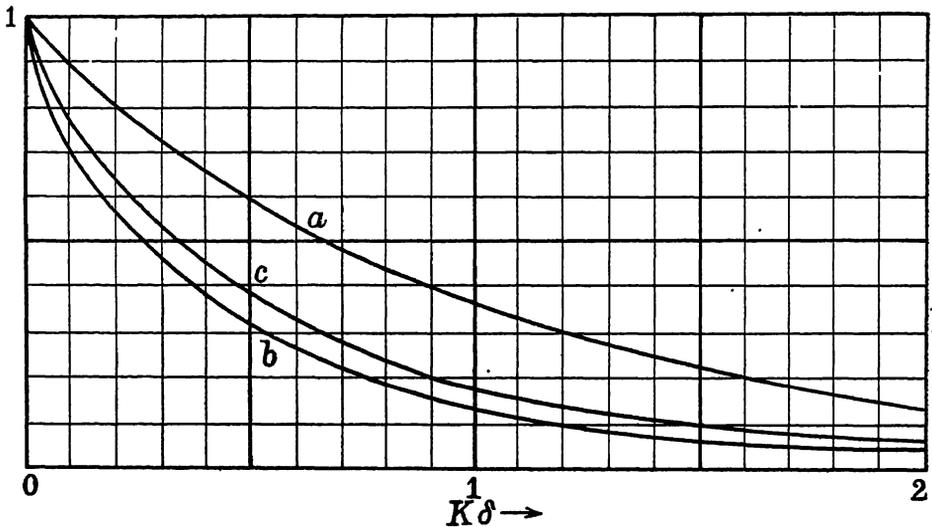


Fig. 2. - Absorption curves following different laws. Curve (a): $a(K\delta) = e^{-K\delta}$; curve (b):

$$b(K\delta) = \int_0^x e^{-K\delta/x} dx; \text{ curve (c): } c(K\delta) = \left[\frac{2}{2 + \sqrt{3}} \right] \int_0^x e^{-K\delta/x} (1 + \sqrt{3}x) dx.$$

useful thickness was considerable, the data obtained from curve c were further corrected.

The differences between the absorption coefficients given in this work and those reported in preliminary communications, are due, in large part, to the fact that the reductions have been made with curve c instead of curve b of Fig. 2.

3. SELECTIVE ABSORPTIONS.

We have already mentioned that, as was observed by different authors, the absorption of slow neutrons in an element is generally stronger when one uses a detector of the same element. For instance, Table II indicates the percentages of the activity transmitted by absorbers of 0.36 g/cm^2 of rhodium and 0.96 g/cm^2 of silver when the detector is a rhodium target of

0.36 g/cm² or a silver target of 0.80 g/cm². Data of this kind concerning a larger number of elements have been published, by various authors⁽¹⁰⁾.

TABLE II.

Absorption of slow neutrons as measured by different detectors.

Absorber	Rh	Ag
Detector		
Rh	54	67
Ag	68	45

These facts suggest the existence of selective absorptions of the slow neutrons. The most obvious method of studying these selective absorptions consists in measuring and analyzing the absorption curves. In Fig. 3 are given the absorption curves of cadmium with rhodium detector (0.36 g/cm²) and silver detector (0.057 g/cm²). It is clear from these curves that the radiations which are responsible for the activity of both these detectors are not homogeneous, but consist of a fraction which is absorbed very strongly in cadmium, and a fraction which is very weakly absorbed. Taking into account the fact that with our geometrical disposition the absorber is traversed obliquely by the neutrons (see § 2), it is possible to calculate the absorption coefficient of the strongly absorbed fraction from each of these curves.

In this way we obtain, from the curve with silver detector $K = 16$ cm²/g, and from the curve with rhodium detector $K = 13.5$ cm²/g. The absorption coefficient of the hard fraction is certainly less than 1/100 of these values: so, for instance, in the case of the rhodium detector we find $K = 0.05$ cm²/g.

From the examination of the curves of Fig. 3, it can be seen that in our silver detector half of the activity is due to the component which is strongly absorbed in cadmium and half to the hard component. Instead, in our rhodium detector 72 percent of the total activity is due to the soft component and the remainder to the hard component. Therefore the absorption by cadmium makes it possible to divide the slow neutrons which come out of a paraffin block containing a source of neutrons into two fractions: that fraction which is strongly absorbed by cadmium will be hereafter designated as group C. We will discuss its absorption properties in more detail in § 5.

We will now study the properties of the radiations which traverse a thickness of cadmium sufficient to totally absorb the C group. For this purpose we have repeated some absorption experiments on the radiations

(10) P. B. MOON and J. R. TILLMAN, «Nature» (London), 136, 66 (1935); B. PONTECORVO, «Ric. Scientifica», 6 (2), 145 (1935); E. AMALDI and E. FERMI, «Ric. Scientifica», 6 (2), 344 (1935).

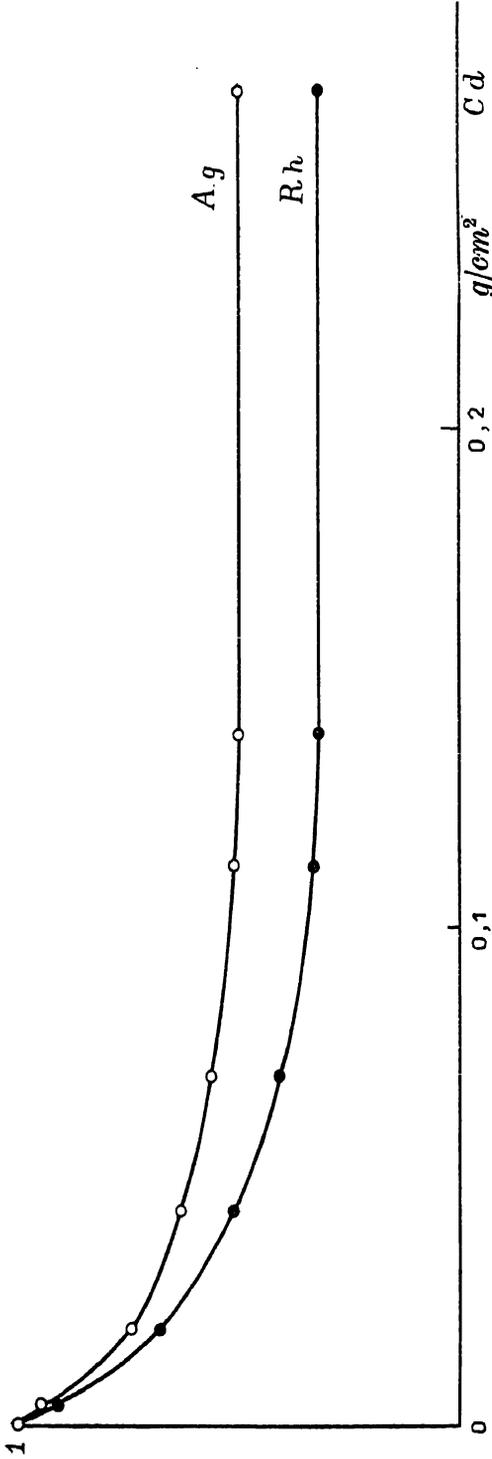


Fig. 3. - Absorption curves for Cd as determined by Ag and Rh detectors.

filtered by 0.27 g/cm^2 cadmium using rhodium and silver as absorbers as well as detectors⁽¹¹⁾. Table III, similar to Table II, is given as an example of the results of such experiments; the results summarized in Tables II and III were obtained with the same absorbers and detectors.

TABLE III.

Absorption of radiations filtered by $0.27 \text{ g/cm}^2 \text{ Cd}$.

Absorber	Rh	Ag
Detector		
Rh	33	84
Ag	88	29

Comparison of Tables II and III shows that the selectivities are accentuated for the radiation filtered by cadmium, which indicates that the component weakly absorbed by cadmium, is not homogeneous. In order to further investigate the properties of the radiation filtered by cadmium, we have measured the absorption curve of silver with silver detector (2.2 g/28 cm^2) both for the unfiltered radiation and for the radiation filtered by 0.27 g/cm^2 of cadmium. These curves are given in Fig. 4 where the abscissa represents the thickness of the silver absorber and the ordinate represents the activity of the detector. The upper curve refers to the unfiltered radiation and the lower curve to the radiation filtered by 0.27 g/cm^2 of cadmium.

In both curves, we see that the radiation which is responsible for the activity of silver contains a component strongly absorbed in the same element, which component is present with the same intensity both in the filtered and in the unfiltered radiations. This means that this component is not strongly absorbed by cadmium. We will call this component group *A*. The absorption coefficient of the neutrons of group *A* in silver is $K = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Curves of similar character have also been found with a thicker silver detector; in this case however the percentage of activity due to the radiation

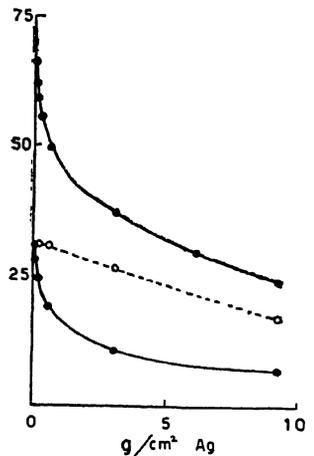


Fig. 4. - Upper curve: absorption curve for Ag, unfiltered radiation. Lower curve: absorption curve for Ag, radiation filtered by 0.27 g/cm^2 of Cd. Ordinates are the activity of Ag detector. Dotted curve is difference of upper and lower curves.

(11) E. AMALDI and E. FERMI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 344 (1935); L. SZILARD, « Nature », 136, 950 (1935).

strongly absorbed in silver is naturally smaller, since it is saturated in less than 0.1 mm of thickness of the detector.

The dotted curve of Fig. 4 is the difference of the two other curves; it therefore represents the behavior of that fraction of the silver activity that is absorbed by 0.27 g/cm² of Cd. It is, therefore, the absorption curve of silver with silver detector due only to the neutrons of group C. From this we obtain as value of the absorption coefficient of silver for the C neutrons, $K = 0.3 \text{ cm}^2/\text{g}$.

4. SLOW NEUTRON GROUPS.

We have seen from the examples of the preceding paragraph, that the analysis of the absorption curves permits us to classify slow neutrons into components which are differently absorbed in different elements. It is well known that the analysis of absorption curves into exponentials can be considered reliable only when the accuracy of the individual measurements is very high, and also the geometrical disposition of the absorber and detector with respect to the source, corresponds to accurately calculable conditions. In our case, neither of these conditions were exactly satisfied, and therefore we seek the possibility of checking accurately the homogeneity of each component. For this reason, we have limited ourselves to the description of the properties of groups of approximately homogeneous neutrons.

The differences of behavior from group to group are so marked that it is possible to assign to each of them an individuality, despite the small internal inhomogeneity. The analysis into groups is made possible by the following circumstances:

- (a) For some absorbers there exist very large differences in the absorption coefficients from group to group.
- (b) It is possible to use different absorbers and detectors which behave quite differently.
- (c) It is possible to filter the slow neutrons with absorbers so as to reduce the inhomogeneity.

The most obvious assumption concerning the physical nature of the difference between the various groups is that it is due to a difference in velocity. In a paraffin block the fast neutrons which escape from the source suffer a progressive slowing down due to the successive collisions with the hydrogen atoms until they arrive to the energy of thermal agitation; therefore, in paraffin there are present at each instant neutrons of all velocities, from the energy of thermal agitation to the energy with which they leave the source. Likewise, neutrons of all these velocities diffuse out of the paraffin block. Hence we may think that the different groups correspond to neutrons of different energy intervals. Selective absorptions must be interpreted as due to irregular variations of the absorption coefficient as a function of the neutron velocity.

The possibility of an irregular dependence of the absorption coefficient on the neutron velocity has been demonstrated by recent considerations of

Bohr, Breit and Wigner⁽¹²⁾. We will return to the discussion of the physical origin of the groups after we have described the absorption experiments and also the scattering properties of the various groups.

Already in the preceding paragraph, we have called the radiation strongly absorbed in cadmium ($K = 13.5 \div 16 \text{ cm}^2/\text{g}$) group *C*; and the radiation strongly absorbed in silver ($K = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$) group *A*.

We have also seen that only 50 percent of the activity of our silver detector (0.057 g/cm^2) is due to group *C*; of the remaining 50 percent about one-half is due to group *A*, while the rest is due to a radiation which is only slightly absorbed in cadmium and in silver (see Fig. 4); this radiation we have called group *B*, which is very probably complex. Up to now we have not been able to analyze it into approximately homogeneous components, since we have not found any elements which absorb group *B* with a high absorption coefficient.

In the preceding section, we have shown that 72 percent of the activity of our rhodium detector (0.36 g/cm^2) is due to group *C*; the remaining 28 percent constitutes a new group, which we have called group *D*, which is very slightly absorbed by cadmium. In studying a PbI_2 detector ($19 \text{ g}/25 \text{ cm}^2$, normal activability 11.4), we have found that only about 25 percent of its activity is due to group *C* and less than 10 percent is due to group *A*; the remainder is due to a component which is very weakly absorbed in all elements that we have studied up to date, except iodine; this radiation which is responsible for about 70 percent of the activity of our detector has been called the I group.

Frisch, Hevesy and McKay⁽¹³⁾ have studied the absorption of gold with gold detector using the cadmium filtered neutrons and have obtained results similar to those we obtained for silver (see Fig. 4). We have tried to analyze the activity of a gold detector ($1.75 \text{ g}/25 \text{ cm}^2$) in terms of the groups already mentioned; we have found that the activity of gold is due in part to group *C*, *A* and *B*; the high absorption coefficient of gold with gold detector is probably due to a radiation distinct from all the preceding groups.

5. SYSTEMATIC ABSORPTION MEASUREMENTS.

Group C. — Of all groups the group *C* is the best known, because it is responsible in almost all detectors for a large percentage of the activity; there are many reasons for believing (see § 13) that this group is composed, in large measure, of neutrons having energy of thermal agitation; for this reason we will often refer to it as the thermal group. The study of the *C* group is particularly easy because of the fact that a thickness of $0.3 \div 0.4 \text{ g/cm}^2$ of cadmium absorbs it practically completely without appreciably

(12) N. BOHR, «Nature» (London), 137, 344 (1936); G. BREIT and E. WIGNER, «Phys. Rev.», 49, 519 (1936).

(13) O. R. FRISCH, G. HEVESY and H. A. C. MCKAY, «Nature» (London), 137, 149 (1936).

absorbing any of the other groups. In order to obtain the fraction of the activity due to the *C* group, it is sufficient to obtain the difference in the activity observed without and with a filter of cadmium of the above thickness.

In Table IV we give the absorption coefficients in cm^2/g for the *C* neutrons, observed with various detectors (always forming the difference between the activity without and with a cadmium filter) and various absorbers. It is to be noted that the absorption coefficients of the same element measured with different detectors are approximately the same. The differences are due in part to errors in measurements; however we believe that they are not completely accounted for by this reason.

Despite this, if we remember the large differences of the absorption coefficients of an element for the neutrons of different groups, we see that the *C* group actually has a notable internal homogeneity.

TABLE IV.

Absorption coefficients in cm^2/g for group C neutrons (those strongly absorbed by Cd).

Absorber	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Mn 2.5 ha . .	0.9	0.3	—	—	—	—	—
Rh 44 s . . .	0.6	0.2	13.5	0.6	1.0	0.2	0.7
Ag 22 s . . .	0.7	0.3	16	—	0.9	0.25	0.9
In 54 min . .	0.6	0.2	14	0.9	1.0	0.2	0.6
Ir 19 hr . .	1.0	0.3	—	—	—	—	0.6

Group D. - The *D* group is easily observed by using rhodium or indium as detector; with both these elements precise measurements are possible.

The fact that it is possible to characterize the *D* group by using one or the other of these detectors indicates that the corresponding absorption bands are nearly coincident; naturally there is no reason to believe that this coincidence is complete; we will see in § 9 that of all the groups we have studied, the *D* group has smaller energy than any, except the *C* group.

We have already mentioned that 28 percent of the activity of our detectors of rhodium is due to the *D* group. In an indium detector of $0.76 \text{ g}/9 \text{ cm}^2$, 42 percent of the activity of the 54 min period is due to the *D* group; the remaining 58 percent is due to the *C* group. In order to study group *D*, it is therefore sufficient to use one of these detectors, filtering the radiation by $0.3 \div 0.4 \text{ g}/\text{cm}^2$ of cadmium in order to eliminate the *C* group. In Table V some absorption coefficients in cm^2/g of the *D* neutrons are given.

TABLE V.

Absorption coefficients in cm²/g for group D neutrons (those strongly absorbed in Rh).

Absorber	B	Rh	Ag	Cd	In	Ir	Au	Hg
Detector								
Rh 44 s	4.7	2.0	0.06	0.05	3.0	1.0	0.03	0.07
In 54 min	—	1.6	0.09	—	3.8	1.0	0.04	0.04

Group A. — This group, characterized by the large absorption coefficient in silver ($K = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$), is ordinarily studied by using a thin sheet of silver as detector.

As was mentioned above, 25 percent of the normal activability of a silver detector of 0.057 g/cm^2 is due to the A neutrons. In order to isolate this group it is sufficient to form the difference of the activabilities of a silver detector without and with a silver filter sufficiently thick to absorb completely the A group and not thick enough to appreciably absorb the other groups. In practice it is convenient to eliminate the C group by means of a cadmium filter.

The A group is also detected by gold; a gold detector of $1.535 \text{ g}/25 \text{ cm}^2$ has a normal activability of 21, of which 13 percent is due to group A; the absorption coefficient of gold for this group is $4 \text{ cm}^2/\text{g}$. The absorption coefficient of the A group in boron is $3 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Not much is known concerning the properties of the other groups mentioned in the preceding section. We have performed a few measurements of absorption coefficients which we give here:

Group B : boron $K = 2.3 \text{ cm}^2/\text{g}$; gold $K = 1.7 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Group I : boron $K = 1 \text{ cm}^2/\text{g}$; iodine $K = 0.7 \text{ cm}^2/\text{g}$.

We have seen that despite the fact that the C group almost always constitutes more than 50 percent of the activity of the different detectors, placed outside of the paraffin, the other groups are found in a smaller number of detectors and are responsible for a smaller percentage of the activities.

This is not due to the fact that the coefficient of absorption of the different elements are greater for the neutrons of group C than for the neutrons of the other groups; we have already encountered numerous examples to the contrary. It is rather due to the fact that the number of C neutrons which come out of paraffin is much larger than the number of neutrons of the other groups.

Therefore, a very important datum for characterizing a group is its *numerosity*. We will define this quantity for practical purposes as follows:

the numerosity N_0 of a group is the number of neutrons which are emitted per second per square centimeter and per unit of neutron intensity of the source, averaged over 25 cm² at the center of the top surface of the paraffin (I) containing the source (neutron intensity I) 3 cm below the center of the top.

The principle on which the measurement of the numerosity of a group is based is as follows: We place on the center of block (I) a thin detector of area s ; the number of neutrons which strike this detector is

$$N_0 I s.$$

If we designate the absorption coefficient of the detector by K , assuming that its thickness δ is very small, it is possible to see that the number of neutrons captured by the detector is

$$\sqrt{3} N_0 I s K \delta,$$

where the factor $\sqrt{3}$ is due to the obliquity of the neutrons, which is taken into account according to Eq. (5).

If we designate by η the efficiency of the ionization chamber, that is the ionization current due to one disintegration per second on the surface, the normal activability (see Eq. (3)) of our detector is

$$(7) \quad A = 1000 \sqrt{3} s N_0 K \delta (K_r/K) (\eta/840 \eta_U),$$

where η_U is the efficiency of the chamber for the β -rays emitted by the uranium preparation we used, which, as already has been mentioned, corresponds to 840 disintegrations per second at the surface.

The factor K_r/K is introduced in order to take into account that when a detector absorbs neutrons of a given group (with an absorption coefficient K) it is possible that a fraction of these gives rise either to nonradioactive isotopes or to radioactive isotopes with periods different from that studied; we indicate by K_r the absorption coefficient due only to the process which is responsible for the studied activity; it is evident that although K is the coefficient which determines the absorption of the neutron in the detector, K_r determines its activity.

From (7) we find the numerosity of the group under examination

$$(8) \quad N_0 = 0.485 \frac{\eta_U}{\eta} \frac{K}{K_r} \frac{A}{s K \delta}.$$

In this expression for N_0 , the quantities A , s , K , δ are directly measurable; in most cases it is possible to put K_r equal to K ; in the other cases where an element has more than one mean life, the ratio of their activabilities corrected for the absorption of the β -rays and for the different efficiencies η , allows one to evaluate K/K_r .

A considerable error in the measurement of N_0 is due to the insufficient knowledge of the ratio of the efficiency of the chamber for β -rays of different hardness. From the relatively small variations which are found in the calculated numerosities for different detectors on the assumption of a constant

efficiency η , it can be concluded that this quantity does not vary between very large limits. In the following calculations we have always put $\eta = \eta_U$.

In Table VI we give the values of the numerosities of the various groups calculated using different detectors; as absorption coefficients we have used the averages of the data of the preceding tables. The values given in Table VI have been calculated with a formula similar to (8) in which however the absorption of the neutrons and the electrons in the detector have been taken into account. We have also introduced a small correction in order to take into account the reflection of the electrons from the upper layers of the detector.

TABLE VI.

Numerosity N_0 for various neutron groups.

Detector	Group			
	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>I</i>
Rh	43	9	—	—
Ag	51	—	0.6	—
In	31	6	—	—
I	—	—	—	5
Au	33	—	0.5	—

The data for indium have been calculated by adding the contributions of the two periods of 16 s and 54 min and by neglecting the weak period of 4 hours. For rhodium and for silver we have made the calculations by taking into account not only the 44 s and the 22 s periods, but also the 4.2 min and 2.3 min periods.

If we try to calculate the numerosity of group *C* from the activity of iridium (19 hr), we find a value of about 10; this value seemed to us much too small to be attributed to errors in measurements. Therefore we have tried to find another activity strong enough to justify the previous small value of the numerosity. In reality this suspicion was well grounded since we have found a second iridium activity with a period of 68 days whose activability although not yet measured, is of the order of magnitude of the activability of the 19 hr period. The β -particles of this new activity have very small penetrating power.

It is very interesting to determine for elements which have two or more periods, both due to slow neutrons, whether or not the activities of the different periods are due to the same groups.

Therefore we have studied the following detectors: rhodium (0.36 g/cm²; 44 s, 4.2 min), silver (0.057 g/cm²; 22 s, 2.3 min), indium (0.065 g/cm²; 16 s, 54 min), sodium bromide (1 g/cm²; 18 min, 4.2 hr) and we have

compared for each of them the activability of the two periods with and without appropriate filters.

In the case of rhodium, the ratio of the activabilities of the 44 s and of the 4.2 min periods remains the same (about 10) with and without a filter of cadmium sufficient to absorb the *C* group⁽¹⁴⁾. In the case of silver, however, we have found a marked difference in the behavior of the two periods; in group *C* the activability of the long period is 24 percent of the total activity; in group *B*, 19 percent; finally in group *A* we have found 3 percent which within the limits of experimental error could be zero; we can therefore say that the group *A* is characteristic of the 22 s period of silver.

In the case of indium the percentage of activation of the two periods due to group *C* and *D* are approximately equal. Similarly for bromine, a cadmium filter does not considerably change the ratio of the activability of the two periods.

We have also replaced the paraffin cylinder on which the measurements were usually made, by an equal cylinder of water and using rhodium, silver and lead iodide detectors and appropriate filters, we have determined the percentages of activation due to the different groups. In this way we have been able to show that the ratios of the numerosities of the various groups are the same in water as in paraffin. Also the absolute values do not vary considerably. However it should be noted that the ratios of the intensities of the various groups undergo a variation at different distances from the source' as will be discussed in more detail in § 9.

Finally we have tried to see whether the ratio of intensity of the various groups is affected by using different source of fast neutrons.⁽¹⁵⁾ For this purpose we have determined the activability of rhodium and silver detectors with and without cadmium and silver filters, using a source newly prepared, in which the radium C was not yet in equilibrium, and we have followed the increase of activability during the formation of radium C. We have not found any difference in the ratio of the groups for silver and rhodium during the formation of radium C, although the activability increased from 40 (effect due to the α -particles of $Rn + RaA$) to 100 (effect due to the α -particles of $Rn + RaA + RaC$). In Fig. 5 we give the curve of the increase of the activity as a function of the time. One should note the high efficiency of the radium C α -particles for producing neutrons from beryllium; their efficiency is three times greater than that of the α -particles of Rn and RaA .

6. ALBEDO.

The measurements of normal activability as also the absorption measurements of which we have spoken up to now are made outside of the paraffin block. In this section we will study the properties of the slow neutrons inside the paraffin.

(14) E. FERMI and E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 7 (1), 389 (1936).

(15) E. FERMI and E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935).

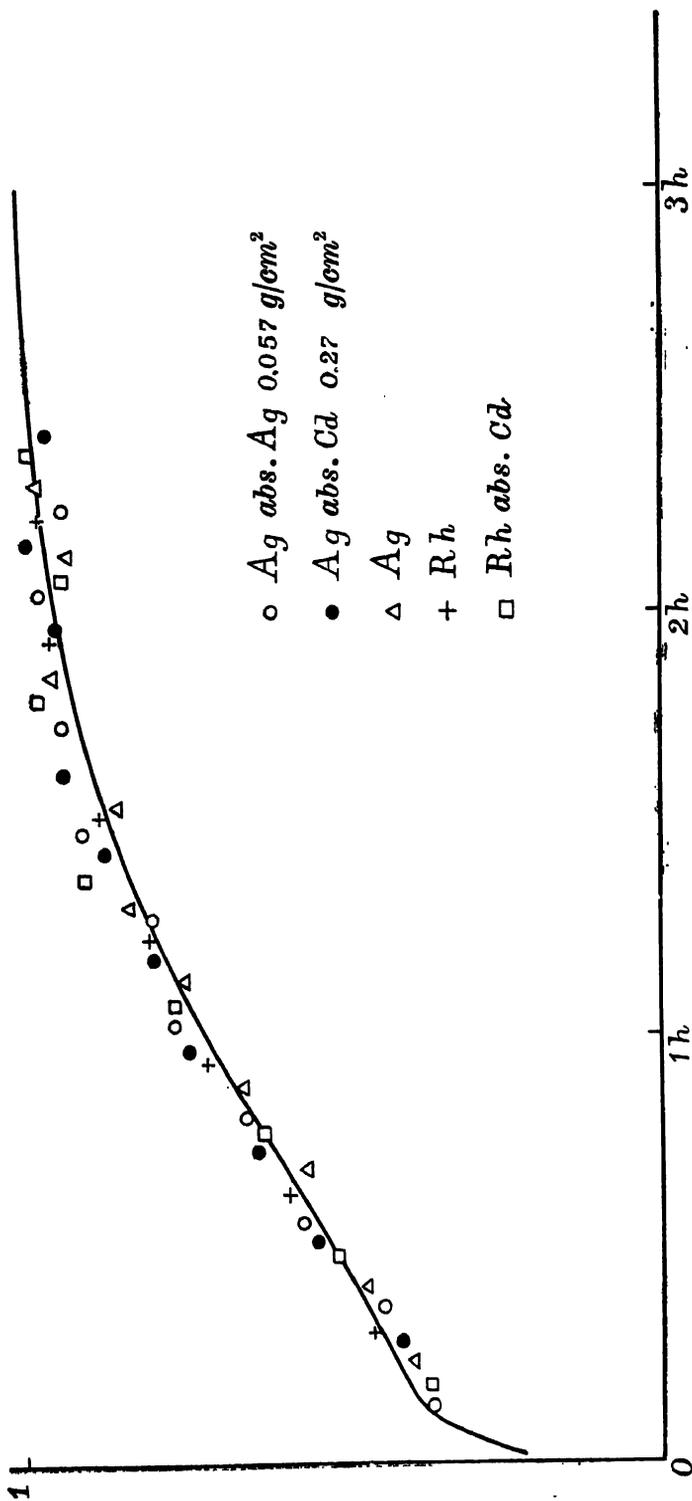


Fig. 5. - Increase of activity as a function of time.

The detector (rhodium 10 g/28 cm², or silver 2.2 g/38.5 cm²) was placed in the center of the top of the normal paraffin block (I) and upon it was placed a second equal paraffin cylinder. The detector could be placed between appropriate filters.

In order to indicate rapidly the relative position of source, paraffin, detector and absorbers, it is convenient to set up the following convention: we will indicate with the letter S the source, P the paraffin, R the detector, and with the symbols Cd and Ag the cadmium (0.27 g/cm²) and silver (0.057 g/cm²) absorbers. Thus S P Cd R Cd P means an experiment in which above the source (S) there are 3 cm of paraffin (P), followed by a layer of cadmium (Cd), the detector (R), a second cadmium layer (Cd), and finally the second paraffin cylinder (P).

In Table VII we give the activabilities of the two detectors of silver and rhodium in various experiments. If we compare the experiment S P R and S P R P we note the strong increase of the activity due to the superposition of the second block of paraffin. This large increase is due to the fact that neutrons, both fast and slow, which in the absence of the second block would escape, can now be reflected back from this block.

TABLE VII.

Activabilities for various arrangements.

S = source, P = paraffin, Cd = cadmium, Ag = silver, R = detector.

Arrangement	Silver	Rhodium
S P R	66.1	282
S P Cd R	32.2	80
S P Cd Ag R	17.5	78
S P R P	417	1025
S P Cd R Cd P	66.5	140
S P Cd R P	92.2	244
S P R Cd P	113.1	371
S P Cd Ag R Ag Cd P	34.5	144
S P Cd Ag R Cd P	45.6	--
S P Cd R Ag Cd P	54.8	---

If we put the detector between appropriate absorbers, it is possible to analyze the radiation responsible for the activity into groups. Thus the comparison of experiments S P R P and S P Cd R Cd P shows that in the

case of silver detectors the fraction $(417 - 66.5)/417 = 0.84$ of the activity is due to group *C* and in the case of rhodium detector, the fraction $(1025 - 140)/1025 = 0.86$ is due to group *C*. It is to be noted that the ratio of group *C* to the other groups is much larger inside of the paraffin than outside; we will soon see the reason for this behavior. As a check of the correctness of the analysis into groups of the activity of a detector, also inside of the paraffin, we have doubled the thickness of the cadmium absorbers in the experiment S P Cd R Cd P, and we have found only a very small further decrease in the activity. In the case of the silver detector, the addition of silver absorbers to those of cadmium causes a reduction of the activity to one-half (experiments S P Cd R Cd P and S P Cd Ag R Ag Cd P); this fact shows that also inside the paraffin it is possible to speak of a group A intensely absorbed by silver. In agreement with what is obtained outside the paraffin, the thin absorbers of silver added to those of cadmium do not produce a further reduction of the rhodium activity.

Let us now study the behavior of group *C*. Let us consider the results of the measurements S P R P, S P Cd R P, S P R Cd P, S P Cd R Cd P; this last measurement indicates what part of the activity is not due to the group *C*, so that if we subtract this value from the results of the other three measurements, we will obtain the fraction of the activity due only to group *C*.

The difference between S P Cd R P and S P R Cd P can easily be interpreted by taking into account the fact that the density of slow neutrons inside the paraffin decreases with the distance from the source in such a way that a sheet of cadmium which screens the detector on the side of the source stops more neutrons than an equal sheet on the other side. The mean value of these two experiments may be considered as the value which would be obtained in the case of a uniform density distribution of slow neutrons inside the paraffin, when the detector is screened on one side by cadmium.

Therefore we find for the silver detector, as activability due only to group *C*, $A_c = 417 - 66.5 = 350.5$. The activability due only to group *C* when the silver is screened only on one side by a layer of cadmium is $B_c = (92.2 + 113.1)/2 - 66.5 = 36.1$.

The corresponding values for rhodium are $A_c = 885$, $B_c = 167.5$. The ratio A_c/B_c is for silver 9.7 and for rhodium 5.3.

An elementary consideration allows us to understand the values of this ratio. We will call β the probability that a neutron that is incident on a flat surface which limits a very large paraffin block, comes out after having suffered several collisions in the paraffin.

We call this value β *albedo*, which corresponds to the coefficient of diffuse reflection of slow neutrons from a paraffin surface. Actually it depends upon the angle of incidence of the slow neutrons, and it is evidently smaller, the smaller the angle of incidence (see *F.*, § 5).

In this elementary consideration we will neglect this dependence.

We call ζ the probability that a neutron which traverses the detector is captured by it. Also for ζ we will neglect the dependence on the angle of incidence.

The method for the measurement of the albedo is based on the comparison of the activabilities A_c and B_c defined above.

Let \mathcal{N} be the number of C neutrons which are incident on a detector of group C when it is screened on one side by a total absorber of C neutrons. The number of neutrons captured by the detector is $\mathcal{N}\zeta$ and its activability B_c will be proportional to $\mathcal{N}\zeta$.

Let us now remove the absorber and let us calculate the increase of the activity of the detector.

First, we must take into account the fact that the neutrons can impinge on the detector on both sides; this gives rise to a factor 2.

But a much more important increase is due to the fact that when one places immediately behind the detector a sheet which absorbs all neutrons, a C neutron which impinges on the detector traverses it only once and therefore has the probability ζ of being captured; when the absorber is not present the neutron can traverse the detector many times.

Actually, the first time the neutron has the probability ζ to be captured and the probability $1 - \zeta$ to go through; the probability that the neutron goes back to the detector is therefore $\beta(1 - \zeta)$ and the probability that it is captured in the second passage is $\beta(1 - \zeta)\zeta$ and so on. Thus we find that the probability of capture is

$$\zeta + \zeta\beta(1 - \zeta) + \zeta\beta^2(1 - \zeta)^2 + \dots = \frac{\zeta}{1 - \beta(1 - \zeta)} = \frac{\zeta}{1 - \beta + \beta\zeta}.$$

The number of captured neutrons is

$$2 \mathcal{N}\zeta / (1 - \beta + \beta\zeta)$$

and hence the ratio A_c/B_c is

$$(9) \quad A_c/B_c = 2 / (1 - \beta + \beta\zeta).$$

If ζ is very small, i.e., in the case of very thin detector, this reduces to

$$(10) \quad A_c/B_c = 2 / (1 - \beta).$$

Therefore the measurement of the ratio A_c/B_c allows us to determine the albedo β .

In the case of our silver detector, ζ is very small but not negligible. We can evaluate it from its thickness and absorption coefficient, also taking into account the obliquity of the neutrons. Thus we find $\zeta = 0.03$ and therefore $\beta = 0.82$.

The rhodium detector is much thicker; for it ζ is about 0.35; it is clear that a small error in this large value of ζ gives rise to a great error in the value of β . Therefore we cannot use the measurements with rhodium in order to determine β , but we can rather calculate for this detector the ratio A_c/B_c , using the value of the albedo found by silver measurements. We have $A_c/B_c = 4.3$ in sufficient agreement with the experimental value 5.3.

We have observed that the concept of albedo, as we have introduced it, is not completely defined, since the percentage of neutrons reflected by a paraffin surface depends on the angular distribution of the incident neutrons. In order to give a more definite meaning to the concept of albedo,

we can define β by means of Eq. (10), which holds in the case of an infinitely thin detector (experimental albedo; see *F.*, § 7).

The experimental albedo depends on the number N of free paths which a neutron C can traverse on the average before it is captured by protons in paraffin.

It is possible to show (*F.*, formula 63) that the relation connecting these two values is

$$(11) \quad \beta = 1 - 2/\sqrt{N}.$$

This equation holds on the assumption that the energy of thermal agitation is negligible with respect to the quantum $h\nu$ of the elastic bond of hydrogen atom in paraffin; otherwise it is necessary to introduce a small correction (see § 13).

From the value $\beta = 0.82$, we find from Eq. (11) $N = 124$.

We have performed some experiments similar to those just described, in order to determine the albedo of the neutrons of group A , using a detector of silver of 0.010 g/cm^2 , so that ζ for the A group is not too large.

The behavior of the group A is, in this respect, quite different from that of group C , as we found that the albedo of group A is practically zero. This fact must not be interpreted in the sense that the A neutrons are not at all reflected from paraffin, but it shows that when A neutrons are reflected they undergo such a change in velocity that they no longer belong to the A group.

Because of the low albedo of group A , the increase in activity produced by A neutrons when a second block of paraffin is placed on the detector is only of the order of 2. This increase is not due to the albedo but to the fact that the neutrons can enter the detector on both sides.

Groups B , D and I also have a negligible albedo. Hence it follows that for all the groups, except group C , the change in the velocity due to one impact is normally sufficient to remove the neutron from the energy band corresponding to the group (see § 12).

The high value of the albedo of the group C compared to the albedo of the other groups is responsible for the fact that inside the paraffin the percentages of the activations due to the C group are always much higher than outside the paraffin.

Similarly, one can interpret the experiments of Tillmann⁽¹⁶⁾ on the different behavior of various detectors lying on a block of paraffin, as a function of the thickness of a second superimposed layer of paraffin. A strong relative increase of the activity of a detector is to be expected for detectors which are very sensitive to group C ; naturally it is necessary to take into account in the interpretation of these experiments also the coefficient ζ of the detector according to relation (9).

(16) J. R. TILLMAN, «Nature» (London), 137, 107 (1936).

7. SCATTERING OF THE NEUTRONS OF A SINGLE GROUP.

From the results of the preceding paragraph we deduced that the C neutrons can traverse a large number of free paths. Their motion in paraffin is therefore analogous to a diffusion, provided that the destruction of the neutrons by proton capture is taken into account. Let N be the average number of free paths of a C neutron and λ its mean free path; evidently the neutron will diffuse through a length of the order of magnitude of $\lambda\sqrt{N}$; therefore the diffusion experiments will enable us to measure this magnitude⁽¹⁷⁾. We shall call the expression

$$(12) \quad l = \lambda (N/3)^{1/2}$$

diffusion length; this magnitude can be obtained directly from the measurements we are going to describe.

Let us consider a C neutron inside a paraffin block limited by a plain surface and let x be the distance of the neutron from this surface.

It can be proved by the diffusion theory (see *F.*, § 3) that the probability $p(x)$ for the neutron to get out of the paraffin before it is captured is

$$(13) \quad p(x) = e^{-x/(D\tau)^{1/2}},$$

where D is the diffusion coefficient for thermal neutrons in paraffin, and τ is their mean life for the capture process. In the case of thermal neutrons the kinetic energy is small compared to the quantum of the frequencies due to the elastic bond of the hydrogen in paraffin. We shall therefore make the assumption that the hydrogen atoms can be considered as fixed centers of isotropic diffusion, and that the mean free path λ is independent of the velocity (see *F.*, §§ 10, 11). These assumptions are not quite correct, as shall be discussed in detail in § 13.

In the case of isotropic diffusion, the diffusion coefficient D is given by

$$(14) \quad D = \frac{1}{3} \lambda v,$$

v being the average velocity of the neutrons; we have furthermore

$$(15) \quad N = v\tau/\lambda;$$

hence

$$(16) \quad D\tau = \frac{1}{3} \lambda^2 N.$$

We find finally (see *F.*, formula 34)

$$(17) \quad p(x) = e^{-x/(\lambda^2 N/3)^{1/2}} = e^{-x/l}.$$

By determining the probability $p(x)$ we shall be able to measure l and therefore also $\lambda^2 N$.

(17) T. BJERGE and C. H. WESTCOTT, « Proc. Roy. Soc. », *A* 150, 709 (1935); E. FERMI, and E. AMALDI, « Ric. Scientifica », 6 (2), 443 (1935); 7 (1), 56 (1936).

The principle on which the determination of $p(x)$ is based is the following: let R be a detector of the C group, large enough to cover all the plane surface of a large paraffin block from which C neutrons can emerge. We will assume that this detector absorbs all the outgoing thermal neutrons in a thickness small compared to the absorption of the β -rays. The activity of this detector is proportional to the number of neutrons emerging from the paraffin, and is independent of their angular distribution. If we now destroy Q thermal neutrons at a depth x below the paraffin surface, the activity of the detector shall decrease by an amount proportional to $Q \cdot p(x)$; in order to destroy these neutrons we can put an absorber of thermal neutrons at the depth x ; we shall then be able to deduce Q from the activity induced in the absorber.

The experiment was performed by putting the detector on a cylinder of paraffin 24 cm in diameter and 15 cm high. The source was 3.5 cm below the center of the top face. The upper part of the cylinder was sectioned into slices so as to enable us to insert the absorber at the various depths. As detector we used a rhodium plate (10 g/28 cm²); as this plate covered only a small part of the upper paraffin surface, we took measurements placing the detector in nine different positions and adding the results.

As absorber of thermal neutrons, we used a plate of Cd-Sn alloy containing 0.019 g/cm² cadmium. As a small thickness of cadmium practically absorbs only the C neutrons, the decrease in activity of the detector is due to C neutrons only, as can be easily verified. Since the absorption of neutrons in cadmium does not activate this element we could not measure directly the number Q of the absorbed neutrons; therefore we measured the activity induced by C neutrons in a rhodium plate having for the C group the same absorption as our Cd absorber. We measured the activity on the two faces of this rhodium plate and added the results in order to take into account that the neutrons entered from both sides as explained in § 11.

The absorber was put at the distances $x = 0, 1, 2, 3$ cm. In Table VIII are collected the results of the measurements. Column one gives the depth of the absorber; column two gives the decrease in the activity of the detector due to the presence of the absorber; column three gives the sum of the activities of the rhodium plate equivalent to the absorber, measured on both sides for the group C only; column four gives the ratio of column two to column three. In column five the values of these ratios are corrected in order to take into account the fact that our detector does not satisfy the condition of totally absorbing the C neutrons in a thickness small compared to the absorption of electrons (absorption coefficient for electrons 7.3 cm²/g in rhodium; absorption coefficient for neutrons 0.7 cm²/g; thickness 0.36 g/cm²). From this it follows that our detector is more sensitive to the neutrons of larger obliquity. The absorber, when in the position $x = 0$, absorbs more intensely those neutrons that get out very obliquely; the decrease in activity of the detector is therefore in this case relatively larger than in the case when the absorber is placed deep inside the paraffin, since in this latter case there is no coherence between the direction of the emergent neutrons and the direction that they had when traversing the absorber. In order to take

into account this factor we must reduce the value of the ratio for $x = 0$ in order that it may be compared to the other ratios.

TABLE VIII.

Data for the determination of the probability $p(x)$.

x (cm)	Decrease of Activability	Q	Ratio	Corrected Ratio
0	89	358	0.249	0.207
1	139	1135	0.123	0.123
2	128	1580	0.081	0.081
3	98	1950	0.050	0.050

A quantitative calculation shows that the first ratio must be corrected by a factor 0.832.

The values of the corrected ratios given in the last column are proportional to $p(x)$; it can be seen that they depend with good approximation exponentially on x . The diffusion length is the inverse of the coefficient of this exponential; thus we find

$$l = 2.1 \text{ cm.}$$

From this we obtain according to (12),

$$\lambda^2 N = 13 \text{ cm}^2.$$

We performed similar experiments also for groups D and A . In the case of the D group, the source was 3.4 cm below the center of the upper face of a cylinder of paraffin similar to that used in the preceding experiments. In the case of group A the distance was 2.4 cm.

As detectors, we used, respectively, for the group D and A indium (0.065 g/cm^2) and silver (0.057 g/cm^2), both screened with cadmium filters of about 0.5 g/cm^2 . As absorbers we used for the D group rhodium (0.36 g/cm^2) and for the A group silver (0.057 g/cm^2).

In Table IX we have collected the results of these measurements; in column one we give the depth x of the absorber; columns two and five give for the groups D and A the decreases in activability of the detectors; column three is the sum of the activability measured at various depths on both faces of the rhodium absorber screened by cadmium so as to measure the activity due to the D group only; column six contains similar data for the silver absorbers of group A . Columns four and seven give the activabilities of the absorber measured on the lower face and due only to the neutrons of group D or A that enter the absorber from the lower face (for the method

of performing this measurement see § 11). The numbers in brackets of the last column have been interpolated using some results similar to those mentioned in § 11.

TABLE IX.

Data for D and A neutrons.

x = depth of absorber.

x	Group <i>D</i>			Group <i>A</i>		
	Decrease of Activability	Activability of Absorber	Lower Activability	Decrease of Activability	Activability of Absorber	Lower Activability
0	12.0	102	68	15.3	27.3	17.4
0.16	9.6	105	71	11.6	31.2	(18)
0.34	6.4	124	75	8.3	34.6	(19)
0.87	2.7	173	93	3.8	51.5	(22)
1.87	0.5	244	101	0.5	61.5	23.1

From the low albedo of the groups *D* and *A*, we have already deduced in the preceding paragraph that the neutrons of these groups generally traverse as such only one free path. We cannot therefore apply to these groups the theory of diffusion. It is nevertheless illuminating to reduce the data of the measurements on the groups *D* and *A* by the same method that we used for the *C* group. For this, we examine, as a function of x , the ratios of the second to the third column, and the ratios of the fifth to the sixth column. One finds that both ratios decrease exponentially with a good approximation; in both cases the inverse coefficient of the exponential is 0.42 cm. We notice the analogous behavior of these two groups in contrast with the markedly different behavior of the *C* group.

It is more correct, however, to reduce the data of Table IX on the extreme assumption that the neutrons of groups *D* and *A* can traverse only one free path. Assuming this, we can deduce the mean free path of the neutrons of these two groups. If this assumption is not correct, the values that we shall obtain would represent only upper limits for the mean free path.

Let us compare the activities of the detector of group *D* with or without the absorber at a depth x . Both activities are the sum of two terms: (*a*) activity due to *D* neutrons that have not crossed the plane at depth x ; (*b*) activity due to *D* neutrons that have crossed this plane.

From our assumption that the *D* neutrons can traverse only one free path, it follows that all the neutrons that contribute to the part (*b*) of the activity have traversed the plane x from below. The term (*a*) is not

changed by the presence of the absorber in the position x , while the term (δ) is decreased by the absorber. The total decrease in activity is hence equal to the decrease of the term (δ) only. For simplicity we shall in this discussion denote as neutrons of class b the D neutrons that arrive on the plane x from below.

The decrease of the activity of the detector given in column two, Table IX, can thus be calculated by taking into account only the neutrons of class b . From our assumption, it follows that the layer of paraffin of thickness x that the neutrons of class b must traverse in order to reach the detector, must be considered as an absorbing (and not as a scattering) layer, having absorption coefficient $1/\lambda_D$.

When there is no absorber, the activity of the detector due to the neutrons of class b only is thus proportional to

$$N_b c(x/\lambda_D),$$

where N_b is the number of the neutrons of class b , and c is the function defined by (6) (absorption curve taking into account the obliquity of the neutrons).

We have implicitly made the assumption that the angular distribution of the neutrons of class b is independent of the depth x ; in reality this assumption is not quite correct, but we believe that it will not introduce an appreciable error.

Instead, when the absorber is in the plane x , the activity of the detector due only to the neutrons of class b is proportional to

$$N_b c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right),$$

where δ is the thickness of the absorber and K_D its absorption coefficient for the D neutrons.

Therefore the difference of the two activities is proportional to

$$N_b \left\{ c\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) - c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right) \right\}.$$

This expression corresponds to the data of column two Table IX.

In column four is given the activability of the absorber due only to the neutrons of class b ; this is evidently proportional to N_b (see § 11). Therefore the ratios of the corresponding data of the second and fourth columns are proportional to

$$(18) \quad c\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) - c\left(\frac{x}{\lambda_D} + K_D \delta\right).$$

For our absorber of rhodium $K_D = 1.8 \text{ cm}^2/\text{g}$; $\delta = 0.36 \text{ g/cm}^2$ so that $K_D \delta = 0.65$. Similar argument holds for group A ($K_A = 20 \text{ cm}^2/\text{g}$; $\delta = 0.057 \text{ g/cm}^2$).

In Fig. 6 are plotted the curves (18) for groups A and D, assuming their values equal to 100 for $x = 0$; the points represent the experimental values of the ratio of columns two and four, Table IX. The abscissae were calculated assuming $\lambda_D = \lambda_A = 1.1 \text{ cm}$.

Therefore it seems that the neutrons of these two groups have the same mean free path which is a little larger than 1 cm. We have already noted

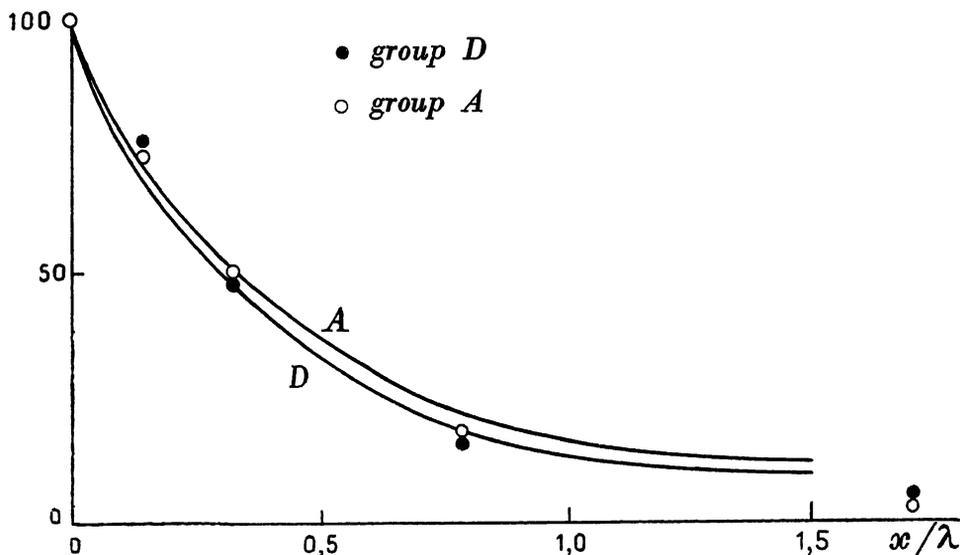


Fig. 6. - Ratio of activities (Eq. 18). Dots are the experimental values. $\lambda_A = \lambda_D = 1.1$ cm.

that this method is based on the assumption that the neutrons of these groups traverse only one mean free path. Though this assumption is quite reliable for group *A*, it is more doubtful for group *D* (see § 12). However, the fact that we have found approximately the same value for λ_D and λ_A can be considered an argument for the validity of this assumption.

8. - MEAN FREE PATH OF THERMAL NEUTRONS.

In the preceding paragraphs, we have found the value of the mean free path of the groups *D* and *A*. The value found depends on the assumption that the neutrons of these groups traverse only one mean free path (see § 12).

In order to check this assumption, one could measure directly the mean free path of these groups. Up to now, we have not been able to perform such a measurement because of feeble intensity. However, we were able to measure directly the mean free path λ of thermal neutrons in paraffin.

This result, plus the measured value of $\lambda^2 N$ of the preceding paragraph, allows one to calculate the average number N of mean free paths of a thermal neutron. We must remember that the albedo measurements also permit one to calculate the value of N (see § 6).

The measurement of the mean free path λ can be made using a source and a detector of thermal neutrons placed at a distance as large as possible with respect to their dimensions, and interposing between them various thicknesses of paraffin, the dimensions of which are just sufficient to screen the detector from the source. In ideal geometric conditions, when the solid

angles under which the detector is seen from the source, and the source from the detector are negligibly small, the activity of the detector would be proportional to $e^{-x/\lambda}$ where x is the thickness of the scatterer of paraffin.

In practice, in order not to get too small an intensity, we were very far from these ideal conditions, and therefore it is necessary to correct the results in order to take into account the imperfection of the geometry.

The disposition used was as follows:

Source. - A paraffin cylinder of 12 cm diameter and 13 cm in height contained the source of Rn + Be, 2 cm below the center of the upper face. This cylinder was completely covered with a cadmium sheet of 0.5 g/cm²; in the center of the upper face there was a window of 5 × 5.5 cm² in the cadmium, which could be opened or closed. If we measure the activity of a detector of slow neutrons, placed outside such a paraffin block, once with open window and once with closed window, and we take the difference of the two activities so measured, we will obtain the part of the activity due only to neutrons C coming out through the window. This difference is therefore equivalent to the activity that would be due to a source of only neutrons C having the same position and dimensions as the window. In this sense we will speak in the following paragraphs of source of C neutrons, or simply source C.

Detector. - In order to be able to have reasonably good geometrical conditions, and sufficient intensity, we have constructed⁽¹⁸⁾ a few small cylindrical ionization chambers of 3.5 cm inside diameter and 10 cm in length, full of oxygen at a pressure of 75 atmospheres. The element which must be irradiated (Rh 0.125 g/cm²) was placed, as a cylindrical sheet of 5 cm length and 3.5 cm diameter, inside the chamber, and was itself the electrode at high potential. The other electrode, connected to the electrometer, was a metal rod placed on the axis of the chamber. The wall of the chamber was of steel 4 mm in thickness and it practically absorbed none of the slow neutrons which, going through the wall of the chamber, could impinge on the detector.

This arrangement has the advantage, with respect to the methods we used up to now, that due to the high pressure, almost all the energy of the β -rays is spent inside the chamber; besides the electrode has a large useful surface and the geometrical conditions are very good. In fact, with this disposition it is possible to obtain almost the same sensitivity of observation as made with counters, and it has the advantage of the greater stability of the ionization chambers.

The chamber connected to the electrometer was irradiated for 2 minutes, and 15 seconds after having taken away the source, we started the readings; i.e., we measured the number of scale divisions covered in 2 minutes.

We have performed two series of measurements: In the first one the distance of the source C from the axis of the ionization chamber was 20 cm;

(18) E. AMALDI and E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 393 (1936).

in the second one, 10 cm; in both series the paraffin scatterers were put at half distance between the source C and the detector. In order to avoid random diffusions, the ionization chamber and all the path between the source C and the detector was screened by a cadmium layer of 0.5 g/cm².

In Table X are given in arbitrary units the results of the two series of measures (each value is the average of three readings); the error is about one unit.

TABLE X.

Measurements of activity for different thicknesses (x) of paraffin with detector at 10 cm and 20 cm from the source.

x	20 cm		10 cm	
	without Cd	with Cd	without Cd	with Cd
0	45.1	23.6	175	92.5
0.047	40.5	22.1	162	89.5
0.099	36.8	21.7	158	90
0.203	29.9	19.3	140.5	87
0.38	24.8	17.8	127	86
0.68	21.2	16.7	116.5	87

In the first column are given the thicknesses of the scatterers of paraffin (density 0.9) in centimeters. In columns two and three are given the measurements of activity at the distance of 20 cm, with the cadmium window of the source opened and closed. The activity due only to the neutrons C coming out from the window is, as we have said above, the difference of the values of these columns. Columns four and five are similar to columns two and three, for the case that the distance between the source and the detector is 10 cm.

In order to deduce from these measurements the value of the mean free path of the thermal neutrons, it is necessary to take into account the corrections due to the imperfections of the geometry, which are especially large in the measurements at 10 cm distance. Calculation of the corrections for thick scatterers are rather unreliable; instead, it is possible to obtain a fairly accurate evaluation of the correction for thin scatterers.

For the distance of 20 cm and a thin scatterer, the correction was calculated as follows: the cross section of the detector was 17.5 cm², and the area of the scatterer was 22.3 cm²; the neutrons that reach the detector are in part those that did not undergo collision in the scatterer, and in part those that had collided once in the scatterer (the case of multiple scattering can be neglected when the thickness x of the scatterer is small).

The first number of neutrons is evidently proportional to the area (17.5 cm^2) of the detector, and to the probability $e^{-x/\lambda}$ that a neutron did not collide in the scatterer. For small x , the number of these neutrons is proportional to

$$17.5 (1 - x/\lambda).$$

The small effect due to the obliquity of the neutrons' path in the scatterer has been neglected.

On the other hand, the number of neutrons that strike the scatterer is proportional to 4 times its area, because its distance from the source is one-half the distance of the detector from the source. This number is hence proportional to

$$4 \cdot 22.3 = 89.2.$$

The fraction x/λ of these neutrons has a collision in the scatterer; assuming that the C neutrons are scattered isotropically by the paraffin hydrogens (see § 13 and *F.*, §§ 10 and 11), we find that the fraction of the scattered neutrons that impinge on the detector is equal to the ratio of the area of the detector to the area of a sphere with radius equal to the distance between the scatterer and the detector (10 cm).

The total number of scattered neutrons which hit the detector is hence proportional to

$$89.2 \cdot (x/\lambda) \cdot (17.5/4 \pi 10^2).$$

Adding this number to the number of neutrons that hit the detector without being scattered by the scatterer, we obtain the total number of neutrons that impinge on the detector as a function of x . This number is proportional to

$$17.5 (1 - 0.929 (x/\lambda) + \dots).$$

Therefore, assuming as 1 the activity for $x = 0$, we find that the activity of the detector as a function of the thickness x of the scatterer is given by

$$1 - 0.929 (x/\lambda) + \dots$$

From this relation we obtain that the tangent of the diffusion curve for $x = 0$ cuts the abscissae axis at

$$x_1 = (\lambda/0.929) \text{ cm.}$$

From a graph of the experimental data we have found, by means of the method of the secants, the tangent for $x = 0$; this cuts the axis of the abscissae at the point

$$x_1 = 0.29 \text{ cm.}$$

Thus we find

$$\lambda = 0.29 \cdot 0.929 = 0.27 \text{ cm.}$$

We have also verified that all the entire experimental diffusion curve could be brought to coincide, also for thick scatterer, with the calculated curve (calculation, of which we do not give details, is performed by means of the methods explained in *F.*, § 5).

A little more complicated is the calculation of the corrections for the experiments at 10 cm, because in this case one cannot neglect the obliquity of the neutrons.

The calculation was performed with a numerical procedure from which we have found as expression of the initial shape of the diffusion curve

$$1 - 0.84(x/\lambda) + \dots$$

From the experimental curve we have found, as above,

$$x_1 = 0.84 \text{ cm}$$

so that from this measurement we have

$$\lambda = 0.84 \cdot 0.4 = 0.34 \text{ cm.}$$

From these two combined measurements we can obtain, as the more probable value of the mean free path of thermal neutrons (see § 13),

$$\lambda = 0.3 \text{ cm.}$$

9. GROUPS AS A FUNCTION OF THE DISTANCE FROM THE SOURCE; ENERGY RATIOS.

In a preceding work ⁽¹⁹⁾ we have measured the activity of a rhodium detector in a water tank as a function of the distance from the source. The data given there correspond to a mixture of groups *C* and *D*, which are both efficient in activation of rhodium. It is evidently interesting to study, as a function of the distance from the source, the behavior of each single group.

The measurements were performed in a cylindrical water tank 95 cm deep and 90 cm in diameter. As detectors, we used:

For groups *C* and *D*: rhodium (0.36 g/cm², area 5 × 5.5 cm²): this detector, screened by 0.5 g/cm² of cadmium, is sensitive only to the *D* neutrons; instead the difference between the activities measured without and with cadmium gives the activity due only to group *C*. A detector of silver of 0.057 g/cm² and 5 × 5 cm² area, screened by cadmium, was used as a detector of groups *A* + *B*, which were not studied separately. Finally, for the group *I* we have used a detector of 0.068 g/cm² of PbI₂, screened by cadmium, the area of which was 5 × 5 cm².

The activities of the detectors were measured on both sides at various distances from the source; the sum of the two activities is proportional to the number of neutrons of the various groups which enter the detector (see § 11).

In order to keep as small as possible the errors due to the finite dimensions of the tank, the measurements were performed, maintaining in the center of the water cylinder the mean point between the source and the detector.

(19) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI and E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », *A* 149, 522 (1935).

The dimensions of our detectors, and also the bulb containing the Rn + Be, are not small enough that one can consider the distance between the centers of the source and the detectors equal to the distance between these two objects, especially for small distances. Therefore we have used average distances. The experimental results for groups *C*, *D*, *A + B*, and *I* are given in Tables XI, XII, XIII, XIV.

TABLE XI.

Group C (difference of the activity of Rh detector without and with cadmium).

<i>r</i> (cm) . .	2.5	3.6	5.4	7.3	10.2	15.1	20.1	25	30	35	40
Activity . .	2121	1898	1441	1006	523	167	58	23	9	3.3	1.7

TABLE XII.

Group D (Rh detector screened by cadmium).

<i>r</i> (cm) . . .	2.5	3.6	5.4	7.3	10.2	15.1	20.1
Activity . . .	306	252	166	96	40	10.6	3.8

TABLE XIII.

Groups A + B (Ag detector screened by cadmium).

<i>r</i> (cm)	2.5	3.6	5.4	7.3	10.2	15.1
Activity	144	119	73	39.6	15.7	4.3

TABLE XIV.

Group I (PbI₂ detector screened by cadmium).

<i>r</i> (cm)	2.62	3.36	5.1	7.0	9.9
Activity	24.9	19.7	12.0	6.28	2.46

The numbers are the sum of the activities measured on both sides of the detectors. The data on groups *C*, *D* and *A + B* are obtained as average values of three series of measurements on each side; for group *I*, we have

made only one series of measurements on each side, since the period of iodine is long enough to get sufficiently accurate results.

In Fig. 7 the activations multiplied by r^2 (r = distance from the source) are plotted against r . The data are taken from Tables XI, XII, XIII, XIV; the units of the ordinates have been chosen so that each curve incloses the same area.

Although the differences among the curves D, A + B, and I are small, the accuracy of the measurements is sufficiently high to distinguish among them. By inspecting these curves, one can see that the activity due to the various groups decreases as a function of r according to different laws; the activity decreases more rapidly for the groups in the following order: C, D, A + B, I. This fact enables us to dispose the groups in order of the increasing energy. We notice that neutrons of lower energy have, as an average, collided more times after they have been emitted, than neutrons of high energy; on the other hand, neutrons that have collided more times will as an average have diffused to a larger distance from the source. It follows that groups for which the intensity decreases more rapidly as a function of r , are those of greatest energy. The order of increasing energy is therefore, for the groups that we have investigated, the following:

$$C, D, A + B, I.$$

These considerations can be made quantitative, as follows: a convenient parameter, in order to characterize the rapidity of the decrement of the various groups as a function of the distance, is the mean value $(r^2)_{av}$ of the distances from the source for the neutrons of the various groups. $(r^2)_{av}$ was calculated for each group by

$$\frac{\int_0^{\infty} f(r) r^2 dr}{\int_0^{\infty} f(r) dr}$$

where $f(r)$ is the curve of Fig. 7 referring to the group under consideration. The values of $(r^2)_{av}$ are given in Table XV.

TABLE XV.

Mean values of r^2 .

Group	$(r^2)_{av}$ (in cm^2)
C	326.7
D	276.6
A + B	270.6
I	262.2

Although the curves of the activities as a function of the distance have been measured very accurately, we were not able to measure the intensity of groups *D*, *A + B*, and *I* up to a long distance. In the calculation for $(r^2)_{av}$ we had therefore to extrapolate the intensities of these groups for great distances. These extrapolations are relatively reliable as for great distances the law of decrease becomes quite similar for all the groups so that the end part of the curves of Fig. 7 can be represented satisfactorily by an exponential with coefficient 0.106 cm^{-1} .

Nevertheless, a considerable error might be due to this extrapolation. It can be proved (see *F.*, § 2) that for groups of energy larger than the

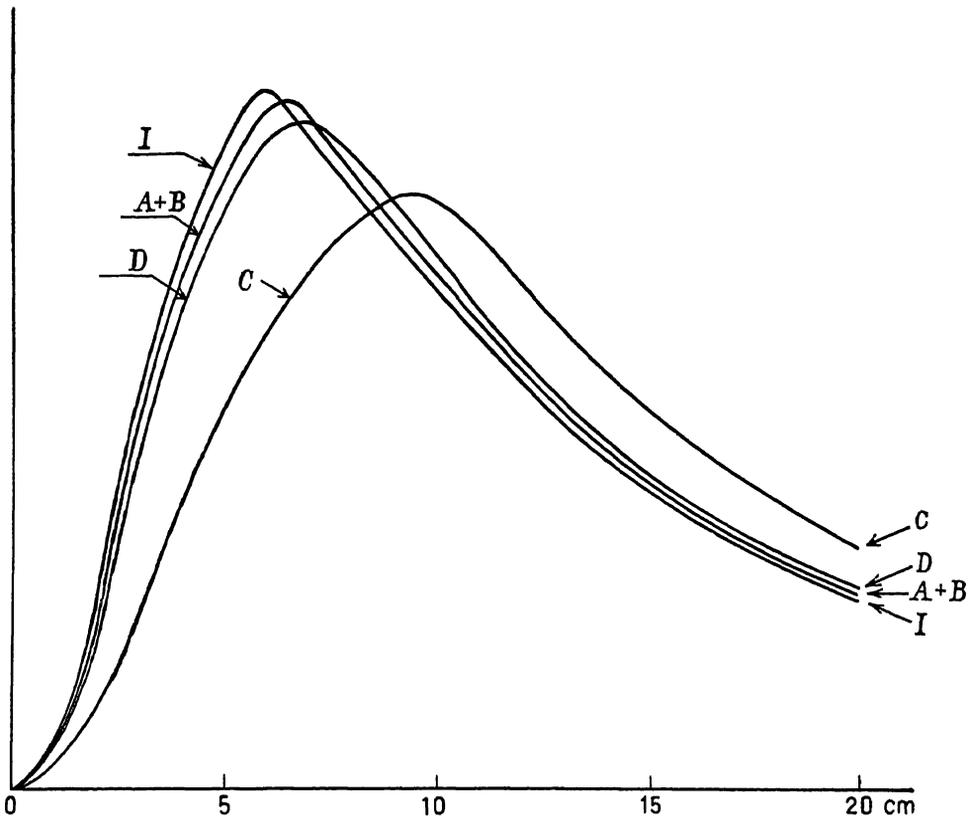


Fig. 7. - Ordinates = activation $\times r^2$. Abscissae = r . The units of the ordinates are chosen so that each curve includes the same area.

quantum $h\nu$ of the frequency of the elastic bond of hydrogen in paraffin (in practice, for groups of energy larger than 1 volt) the difference $(r'^2)_{av} - (r''^2)_{av}$ in the average square distances of two groups is connected to the ratio W''/W' of the corresponding energies by the equation

$$(19) \quad \log \frac{W''}{W'} = \frac{(r'^2)_{av} - (r''^2)_{av}}{6\lambda_g^2},$$

λ_g being the mean free path of the neutrons of the two groups in paraffin. The assumption has been made that λ_g is equal for the two groups (see § 7).

The preceding equation can easily be understood qualitatively, but for the numerical factor in the denominator; the left-hand side represents the average number of impacts necessary for the reduction of the energy from W'' to W' . On the other hand, the mean square of the displacement of a neutron in a free path is $2\lambda_g^2$ (the factor 2 is due to having performed mean square and not the square of the mean). If the orientations of successive free paths were incoherent, $(r^2)_{av}$ would then increase by $2\lambda_g^2$ for each impact, and then $\log W''/W'$ impacts would produce an increase by $2\lambda_g^2 \log W''/W'$; this assumption would then give a formula similar to (19) with a factor 2 instead of 6 in the denominator. The factor 6 is obtained by taking into account the coherence of successive free paths, and also the fluctuations in the number of impacts necessary for reducing the energy from W'' to W' .

We can use (19) in order to determine the energy ratio of two groups (except group C, for which this formula does not hold). This method is, however, very inaccurate, since small errors in λ_g and $(r^2)_{av}$ affect the ratio W''/W' considerably.

As we measured $(r^2)_{av}$ in water, and not in paraffin, we shall have to put for λ_g the mean free path in water; we can deduce this from the value in paraffin (1.1 cm, for nonthermal neutrons, see § 7) by assuming the mean free path to be inversely proportional to the concentration of hydrogen; we find then $\lambda_g = 1.27$ cm.

Assuming this value, we find from (19) that the difference in $(r^2)_{av}$ corresponding to a ratio ϵ in the energies is $6\lambda_g^2 = 9.7$ cm².

From Table XV we obtain the following ratios of the energies for the groups I, A + B and D:

$$W_I : W_{A+B} : W_D = 4.4 : 1.85 : 1.$$

It has been already mentioned that the error in these ratios can be very large.

It is perhaps more appropriate to deduce from (19) the values of the mean free path in water by assuming that the energies of the groups are inversely proportional to the square of their absorption coefficients in boron⁽²⁰⁾ (see also § 13).

Taking the following absorption coefficients in boron

$$K_I = 1 \quad ; \quad K_B = 2.3 \quad ; \quad K_A = 3 \quad ; \quad K_D = 4.7 \quad ; \quad K_C = 38 \text{ cm}^2/\text{g}$$

we obtain the following energy ratios:

$$W_I : W_B : W_A : W_D : W_C = 1440 : 270 : 160 : 65 : 1.$$

Assuming⁽²¹⁾ $W_C = kT = 0.025$ volts, we obtain

$$W_I = 36 \quad ; \quad W_B = 7 \quad ; \quad W_A = 4 \quad ; \quad W_D = 1.6 \text{ volts.}$$

From these values and (19), we find the mean free path in water

$$\lambda_g = 0.87 \text{ cm}$$

(20) O. R. FRISCH and G. PLACZEK, «Nature» (London), 137, 357 (1936); D. F. WEEKES, M. S. LIVINGSTON and H. A. BETHE, «Phys. Rev.», 49, 471 (1936).

(21) H. H. GOLDSMITH and F. RASETTI, «Phys. Rev.», 50, 328 (1936) show that it is more correct to use kT instead of $3kT/2$ as thermal energy in this calculation.

instead of 1.27 cm. The difference is within the limits of the experimental error.

We notice further that $(r^2)_{av}$ for the *C* group given in Table XV is considerably different from the values of $(r^2)_{av}$ for the other groups. For instance,

$$(r_C^2)_{av} - (r_D)_{av} = 50 \text{ cm}^2.$$

This difference is partly due to the large number of free paths of the neutrons when their energy is already reduced to the thermal energy; the amount due to this process of diffusion is (see § 7)

$$2 \lambda^2 N = 26 \text{ cm}^2.$$

The remaining 24 cm² correspond to the slowing down of the neutrons from the energy corresponding to the *D* group to the energy of thermal agitation. This process cannot be easily calculated, because it is complicated by the effect due to the chemical bond of hydrogen (see *F.*, § 19).

10. PASSAGE OF THE NEUTRONS FROM ONE GROUP TO ANOTHER.

In the preceding section, we arranged the groups in order of decreasing energy. It is now obvious that a neutron of a group of high energy, after some impacts, will have a smaller energy, and may thus go over into a group of less energy. We must, to be more precise, expect that the neutrons of all the groups, after a certain number of impacts, become thermal neutrons.

We tried, therefore, to observe the transformation of *D* neutrons into *C* neutrons ⁽²²⁾.

The principle on which these experiments are based can be clearly understood if we assume that we have a detector *R* that can be activated only by *C* neutrons and an absorber *A* for the *D* neutrons only. We put the detector *R* on the center of the upper face of a paraffin cylinder, containing the source *S*; if the absorber is inserted between the upper face of the paraffin and the detector, no reduction of the activity of the detector will occur, since the *C* neutrons that come out of the paraffin are not absorbed by *A*. If we put the absorber *A* inside the paraffin, 1 or 2 cm below the upper face, it can happen that the absorber captures some of the *D* neutrons which could be transformed into *C* neutrons by impacts in the paraffin before reaching the detector.

If *D* neutrons can be really transformed into *C* neutrons, we must expect that the absorber *A* produces no effect when put between the paraffin and detector, but that it reduces the activity of *A* when put 1 or 2 cm inside the paraffin.

The experiment cannot be performed in this ideal way, because we have no detector of group *C* only, and no absorber of group *D* only. We have, therefore, used as detector a rhodium plate, 0.36 g/cm² thick; about 70 per cent of its activity is due to the *C* group and the rest to the *D* group.

(22) E. AMALDI, E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 56 (1936).

In order to measure only the activity due to the *C* group, all measurements were performed without and with a cadmium absorber 0.54 g/cm^2 thick, that was put immediately below the rhodium plate. The difference in activities without and with cadmium gives the activity due to the *C* group only.

As absorber for the *D* group, we used an indium plate $1.83 \text{ g}/28.5 \text{ cm}^2$; the absorption coefficient of indium for the *D* group is $3.4 \text{ cm}^2/\text{g}$, and for the *C* group $0.7 \text{ cm}^2/\text{g}$. It follows that the absorption of *C* neutrons in our indium plate is far from negligible, the more so if we keep in mind the high numerosity and albedo of this group. In order to correct for this, we prepared a plate of Sn—Cd alloy that was equivalent to the indium plate as absorber for the *C* group, and practically did not absorb the *D* neutrons. Taking the difference of the activities produced by group *C* in the detector with the indium plate or the cadmium plate, we obtain the effect due only to the absorption of the *D* group by indium.

In Table XVI are collected the activities induced in the rhodium plate with different set-ups; the different arrangements are denoted by a notation similar to that used in § 6; the number added in parentheses after the symbol P of paraffin, gives in centimeters the thickness of paraffin layers; since we used two different cadmium sheets, one of 0.54 g/cm^2 thickness for complete absorption of group *C*, and the other 0.0036 g/cm^2 thickness equivalent to the indium sheet as absorber in the *C* group, we denoted these two absorbers, respectively, with Cd and cd. The figures given in the table are averages of ten readings.

TABLE XVI.

Activities induced in Rh plate under different arrangements.

S = source, P = paraffin (cm thick), R = detector.

S P (3.5) R	280.4 ± 0.7
S P (3.5) In R	230.2 ± 0.7
S P (3.5) In Cd R	45.6 ± 0.4
S P (3.5) Cd R	68.7 ± 0.5
S P (3.5) cd R	254.8 ± 0.7
S P (2.5) cd P (1) R	253.0 ± 0.7
S P (2.5) In P (1) R	241.5 ± 0.7
S P (2.5) cd P (1) Cd R	71.1 ± 0.5
S P (2.5) In P (1) Cd R	64.9 ± 0.5
S P (1.5) cd P (2) R	254.0 ± 0.7
S P (1.5) In P (2) R	248.9 ± 0.7
S P (1.5) cd P (2) Cd R	69.2 ± 0.5
S P (1.5) In P (2) Cd R	68.1 ± 0.5

The first five measurements are performed in order to control the identity of the thin cadmium (cd) and the indium (In) as absorbers of the C neutrons. Their result is that the absorption of the indium plate is probably slightly larger than the absorption of the cadmium sheet; the difference $280.4 - 68.7 - (230.2 - 54.6) = 27.1 \pm 1.2$ represents the activity of the rhodium detector due to group C that is absorbed by the indium plate; the difference $280.4 - 254.8 = 25.6 \pm 1$ is the analogous absorption of the thin cadmium sheet.

The next four measurements are performed with the absorber (Cd or In) 1 cm inside the paraffin. The difference $253.0 - 71.1 = 181.9 \pm 0.9$ is the activity of the detector due to the group C with the absorber Cd 1 cm inside the paraffin. The difference $241.5 - 64.9 = 176.6 \pm 0.9$ is the similar activity with the indium absorber. The difference between these two activities is 5.3 ± 1.2 and is considerably larger than the difference that we might expect from the small difference between the two absorbers when placed close to the detector.

The next four measurements are analogous to these last, with the only difference that the absorbers are 2 cm below the paraffin surface. Also in this set of measurements there is a difference analogous to that observed in the preceding set; this difference is now 4.0 ± 1.2 .

By discussing together all these data, one might conclude that the observed effect has a sign corresponding to a transformation of D neutrons into C neutrons, and is 2.3 times larger than the quadratic error.

Although we have a serious presumption of a real effect in this sense, we cannot deduce from this experiment a final conclusion.

An evaluation of the effect that one must expect in this experiment shows that it is really of the order of magnitude of the observed effect; the evaluation was made as follows:

We have measured the induced activities in the indium sheet of the above experiment, placed inside the paraffin 2 cm below the upper face, separately in group C and D, and we have found, respectively, 257 and 47.5. These numbers are proportional to the numbers of neutrons of the two groups absorbed by our indium sheet.

Let p_1 be the probability that a neutron C which is in paraffin in the place of the indium absorber comes out from the upper face and is captured by the rhodium detector; similarly, let p_2 be the probability that a neutron D which is in the place of the indium sheet, comes out from the upper face transformed into a C neutron, and is captured by the rhodium.

The decrements of the activities of the rhodium sheet in group C, due, respectively, to the absorption by indium sheet of neutrons D and C are in the ratio $47.5 p_2 / 257 p_1$. Assuming p_1 and p_2 equal or at least of the same order of magnitude, we find that these decrements are about in the ratio $47.5/257$, and, since the decrement due to the absorption of C neutrons is 26.9 (see Table XVI), the effect which we must expect in the preceding experiment is equal to 5, and therefore of the same order of magnitude as the really observed effect.

Similar experiments were performed by Preiswerk and von Halban⁽²³⁾, who found a genetic relation between groups *I* and *A*.

11. BEHAVIOR OF THE GROUPS IN THE NEIGHBORHOOD OF THE SURFACE OF THE PARAFFIN.

In § 9, we have studied the activity due to the various groups inside a water tank so large that we could neglect the disturbances due to the limitations of size. We will now study the behavior of the activity due to different groups close to the surface of the paraffin.

First, we shall consider the behavior of group *C*. From the theory of diffusion of thermal neutrons, it follows that, independently of the position of the source, the density of thermal neutrons close to the surface of the paraffin decreases toward the outside (see *F.*, § 6, formula 57); one can furthermore show that if we indicate with x the depth below the surface of the paraffin, the density $n(x)$ is, for small x , approximately proportional to

$$x + \lambda/\sqrt{3},$$

so that if we extrapolate the curve of $n(x)$ towards the outside of the paraffin ($x < 0$), $n(x)$ is zero at a distance from the surface of the paraffin equal to

$$x_0 = -\lambda/\sqrt{3}.$$

This is just the behavior of the density of thermal neutrons close to the surface which determines the law of angular distribution (5) of the outgoing *C* neutrons. If the density would be constant close to the surface of the paraffin, one would find the cosine law.

In order to measure $n(x)$, it is necessary to use a detector of group *C* thin enough not to disturb the neutrons' distribution. Its activity will then be proportional to the density $n(x)$ of thermal neutrons.

We have used two detectors which were obtained by electrolytic deposit of rhodium on a nickel plate (which served only as an inactive carrier) of 29 cm² area; the weights of rhodium deposited on the two detectors were respectively 0.087 and 0.169 g. Taking into account the absorption coefficient of rhodium for the *C* group (0.7 cm²/g) $K\delta$ for these two detectors is equal, respectively, to 0.002 and 0.004; to these values there corresponds a mean probability ζ for the capture of a thermal neutron which traverses the detector, of about 0.004 and 0.008, respectively (see § 6). These probabilities are very small, and therefore the detectors used can be considered as thin.

The measurements have been performed using a paraffin cylinder 24 cm in diameter and 10 cm in height, containing the source 3.2 cm below the center of the upper face. The layer of paraffin of 3.2 cm thickness be-

(23) PREISWERK and VON HALBAN, «C. R.», 202, 840 (1936).

tween the source and the upper surface was cut into sheets in order to be able to put the detector at various depths.

In order to find the activity due to the group *C* only, we have always made the difference between the activities of the detectors without and with two cadmium screens 0.44 g/cm^2 thick, between which could be placed the detectors.

In Fig. 8 the activity due only to the *C* group of our two detectors is plotted against the depth x . We give also the curve extrapolated towards negative values of x . The intersection, with the axis of the abscissa is close to the point

$$x_0 = -0.18 \text{ cm.}$$

From this value we find

$$\lambda \equiv 0.31 \text{ cm}$$

in good agreement with the values obtained from the direct measurements (see § 8).

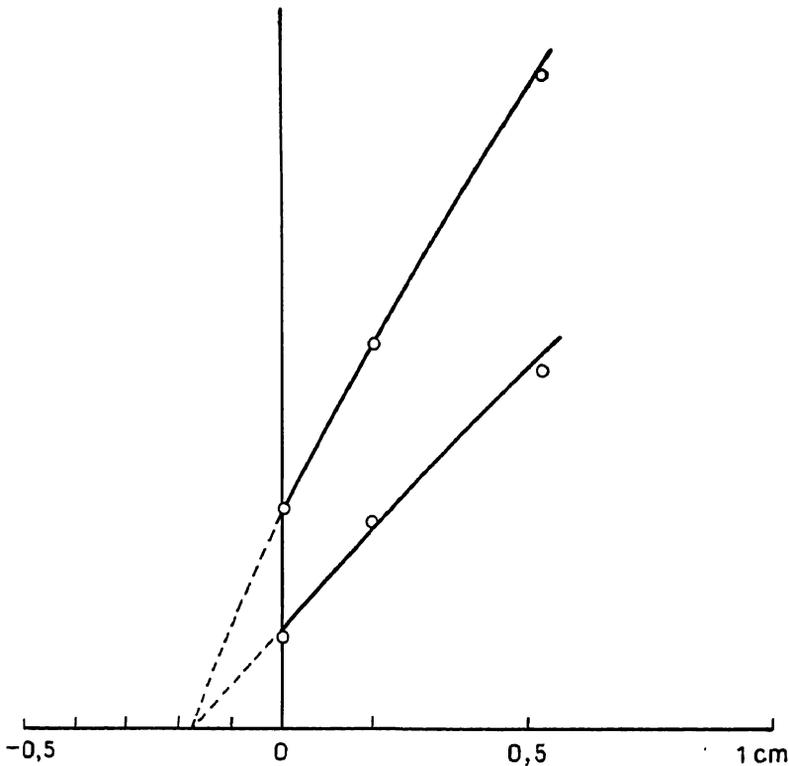


Fig. 8. - Activity of *C* group plotted against the depth (x) in paraffin.

We have already noticed that this experiment has a very simple interpretation, provided the detector is very thin. Instead, a thick detector disturbs strongly the density of thermal neutrons, so that the curve of the activity as a function of x is very different.

Thus, using a rhodium detector 0.36 g/cm^2 thick, and adding the activities due to *C* group measured on both sides, in order to get data comparable to that of the preceding experiment, we have found that the curve of the activity, extrapolated toward negative values of x , cuts the x axis at

$$x_0 = -0.4 \text{ cm},$$

i.e., at a distance more than double than in the case of thin detectors.

In this experiment, we have added the activities measured on both sides of the detector, since this sum is proportional to the total number of thermal neutrons which entered the detector. Let N_1 and N_2 be the numbers of neutrons which enter the detector, respectively, through the face 1 and face 2; the activities measured on the faces 1 and 2 are, respectively, given by

$$(20) \quad \begin{aligned} A_1 &= N_1 a + N_2 b, \\ A_2 &= N_1 b + N_2 a, \end{aligned}$$

where a and b are constants characteristic of the detector, which depend on its absorption coefficients for neutrons and electrons, and on its thickness. The ratio a/b can be obtained by measuring the ratio A_1/A_2 when the detector is placed outside the paraffin so that $N_2 = 0$.

For the rhodium detector, 0.36 g/cm^2 thick, $a/b = 4/3$ in the *C* group, and $2/1$ in the *D* group. This difference depends on the larger absorption coefficient for *D* neutrons. For a thin detector, one would have $a = b$.

Summing up the two equations in (20), we find

$$A_1 + A_2 = (a + b)(N_1 + N_2),$$

and therefore the sum of the activities measured on both sides of a detector is always proportional to the total number $N_1 + N_2$ of neutrons which traverse the detector.

By (20) we find

$$(21) \quad N_1 = \frac{a A_1 - b A_2}{a^2 - b^2} \quad ; \quad N_2 = \frac{a A_2 - b A_1}{a^2 - b^2}.$$

Therefore, measuring A_1 and A_2 , and the ratio a/b , we can find values proportional to N_1 and N_2 (this method was used in § 7 in order to measure separately N_1 and N_2). In Table XVII are given the values of N_1 and N_2 measured with our rhodium detector, 0.36 g/cm^2 thick for groups *C* and *D* separately. In order to be able to compare these two sets of data, we have taken as 1 in both groups the value of N_1 for $x = 0$. The source in these experiments was at $x = 2.4 \text{ cm}$. The data on group *C* do not permit simple interpretation, since the detector cannot be considered as thin.

Instead, in group *D* the detector, although thick, does not disturb the distribution of the *D* neutrons, since the neutrons of this group traverse on the average only one mean free path (see §§ 6, 7, 12), and therefore each of them hits only once against the detector.

By extrapolation of the shape of the curve $N_1 + N_2$ for *D* group towards negative values of x , we find the intersection with the x axis at

$$x_0 = -0.9.$$

The fact that this intersection occurs much farther from the surface of the paraffin than for group *C* ($x_0 = -0.18$ cm with thin detector) is due on one hand to the greater mean free path (see § 7), and on the other hand to the coherence of the orientation of successive free paths, which is very large for neutrons of energy larger than the quantum of the elastic bond of hydrogen in paraffin.

TABLE XVII.

Number of neutrons that enter faces (1) and (2) of detectors.

x = thickness of paraffin.

x	Group <i>C</i>		Group <i>D</i>	
	N_1	N_2	N_1	N_2
0	1	0	1	0
0.16	1.10	0.28	1.07	0.07
0.34	1.15	0.63	1.17	0.14
0.53	1.28	0.91	1.25	0.28
0.87	1.60	1.19	1.31	0.45
1.87	2.19	2.00	1.35	1.00

By comparing columns two and four, Table XVII, we notice that the shape of the curve N_1 close to the surface, for our detector, is not very different in groups *C* and *D*; instead, at greater depth the *C* group increases much more rapidly than group *D*. One can justify this behavior by taking into account the increase of the albedo of the layer of paraffin, superimposed on the detector, as a function of its thickness.

12. WIDTH OF THE ENERGY BANDS CORRESPONDING TO THE GROUPS. TOTAL NUMBER OF NEUTRONS.

We shall discuss in this section a method for determining the width of the bands⁽²⁴⁾ of energy which correspond to the various groups; more precisely, the ratio W_{\max}/W_{\min} of the maximum to the minimum energy which limits a band. In the calculation the bands were assumed to be sharply defined. It would be possible to perform a similar calculation, assuming for the band a resonance form; however, this seems scarcely worth while, owing to the small accuracy of the experimental data.

(24) E. AMALDI and E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7 (1), 310 (1936).

In the last part of this section we will give an evaluation of the total number of neutrons emitted by the source of Rn + Be.

The method for determining the width of the band which corresponds to a group g of energy larger than 1 volt, is based on the comparison of the two following values: the activability A_g of a detector due to the neutrons of the considered group g , and the activability B_e of the same detector due to the thermal neutrons and obtained by screening the detector on one side with a cadmium sheet thick enough to absorb completely the thermal neutrons hitting on it. B_e can naturally be obtained as the difference of the activabilities of our detector with a cadmium sheet on one face only or on both sides.

If the distribution of the fast neutrons inside a large block of paraffin were uniform, it is clear that A_g and B_e would have values independent of the position and orientation of the detector. However, the source of fast neutrons is small and therefore we must compare the mean values of A_g and B_e averaged over all positions and orientations inside the paraffin; i.e. we must compare

$$\int \bar{A}_g d\tau \quad ; \quad \int \bar{B}_e d\tau,$$

where the integrands \bar{A}_g and \bar{B}_e are the mean values of the activabilities of the detector measured with the two opposite orientations; these mean values are practically identical with the average taken over all directions. By using the said integrals we eliminate all the complication arising from the nonuniform distribution of the neutrons.

We suppose now that in the paraffin around our detector, q fast neutrons are produced per cubic centimeter and per second. These neutrons are slowed down in such a way that we shall have in the neighborhood of our detector neutrons of all velocities.

It can be shown (see *F.*, § 1) that for energies larger than 1 volt, the number of neutrons having velocity between v and $v + dv$ is

$$(22) \quad (2 q \lambda (v)/v^2) dv.$$

From this we can easily calculate the activity A_g as a function of the energy W_{\max} and W_{\min} limiting the energy band g , of the mean free path λ_g and the absorption coefficient K_g of the detector for the group g and of the surface s and thickness δ of the detector. We find (see *F.*, § 8)

$$(23) \quad A_g = \eta s q \lambda_g K_g \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} \times \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx \right\},$$

where μ is the absorption coefficient of the β -rays of the detector in the detector itself and $b(K_g x)$ is the function (4); η is the efficiency of the ionization chamber for the β rays of the detector. The last factor in (23) represents the effect of the absorption of the neutrons and of the β -rays in the detector. This factor would be equal to δ for a very thin detector.

Also the activity B_e due to the thermal neutrons can be calculated in terms of the diffusion length $(D\tau)^{1/2} = (\lambda^2 N/3)^{1/2}$ (see § 7), of the absorption

coefficient K_c of the detector; taking into account the angular distribution (5) of the neutrons impinging on the detector, we find

$$(24) \quad B_c = \eta s q \lambda (N)^{1/2} K_C \int_0^{\delta} c(K_C x) e^{-\mu x} dx$$

where $c(K_C x)$ is the function (6). We have disregarded the variation of the absorption coefficient of our detector for thermal neutrons of different velocities. For a very thin detector, the integral is equal to δ .

We must now integrate (23) and (24), as already mentioned, and we obtain

$$(25) \quad \int A_g d\tau = \eta s Q K_g \lambda_g \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} \\ \times \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx \right\}, \\ \int B_c d\tau = \eta s Q K_C \lambda (N)^{1/2} \int_0^{\delta} c(K_C x) e^{-\mu x} dx,$$

where $Q = \int q d\tau$ is the total number of neutrons emitted by the source per second. From (25) we obtain

$$(26) \quad \log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{K_C \lambda (N)^{1/2}}{K_g \lambda_g} \frac{\int A_g d\tau}{\int B_c d\tau} \times \frac{2 \int_0^{\delta} c(K_C x) e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu x} dx + \int_0^{\delta} b(K_g x) e^{-\mu(\delta-x)} dx}.$$

We performed the experiments on the groups D , A , and I . For D group we used a rhodium detector (0.36 g/cm^2); for the group A a silver detector (0.057 g/cm^2); and for group I a lead iodide detector (0.76 g/cm^2); since the small absorption coefficient of iodine in the C group is not too well known, we used the rhodium data also in the calculation of B_c for the I group, assuming equal efficiency of the chamber for β -rays of rhodium and iodine. In order to calculate the integrals

$$\int \bar{A}_g d\tau, \quad \int \bar{B}_c d\tau$$

we determined \bar{A}_g and \bar{B}_c for a fixed distance, and deduced the values for all the distances by using the curves of Fig. 7.

In the following equations, the numerical values are written in the same order in which the various magnitudes appear in formula (26)

Group D

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0.7}{1.8} \frac{\sqrt{13}}{1.1} \frac{4.58 \cdot 10^5}{1.5 \cdot 10^6} \frac{2 \cdot 0.108}{0.087 + 0.052} = 0.60,$$

Group A

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0.25}{20} \frac{\sqrt{13}}{1.1} \frac{7.8 \cdot 10^4}{2.04 \cdot 10^5} \frac{2 \cdot 0.048}{0.021 + 0.019} = 0.038,$$

Group I

$$\log \frac{W_{\max}}{W_{\min}} = \frac{0.7}{0.38} \frac{\sqrt{13}}{1.1} \frac{4.16 \cdot 10^4}{1.5 \cdot 10^6} \frac{2 \cdot 0.108}{0.085 + 0.049} = 0.27.$$

From these values we may derive the ratios W_{\max}/W_{\min} for each group; we shall call the magnitude $\log W_{\max}/W_{\min}$ logarithmic width; this magnitude has a simple physical meaning because it represents the average number of impacts of a neutron while it belongs to a given group. For example, group *A* that has a logarithmic width 0.04 is such a narrow energy band that only 4 percent of the neutrons pass through it during the process of slowing down. In the case of group *A*, the detector used cannot be considered as thin with respect to the absorption of the neutrons; if one would take into account the resonance form of the band, one would find, by a simple numerical evaluation, that the logarithmic width of group *A* as calculated from (26) is too large by a factor of about 2. For the other detectors, this correction is much smaller.

The logarithmic width of group *I*, and even more of group *D*, is considerably larger, as shown also by the larger numerosity (see § 5) of these groups. Even for group *D*, the probability that a neutron belongs to the group for more than one free path is relatively small and amounts to 0.27. These facts explain our results that the albedo of all nonthermal groups is practically zero.

Instead, one might expect a small difference in the behavior of groups *D* and *A* with respect to the diffusion experiments described in § 7. The fact that we failed to find any such difference might, however, be explained by inaccuracy of our measurements, as the expected difference is fairly small.

If we assume that the energy of the groups are those deduced in § 9 by the boron method, we obtain for the width of group *D*, *A* and *I*:

$$I \quad ; \quad 0.15 \quad ; \quad 10 \text{ volts.}$$

Finally, we can use the second of (25) in order to calculate the total number Q of the neutrons emitted from the source. In (25), B_e is the initial activity of the detector used. In order to get the activability (3), it is necessary to multiply B_e given in (25) by the factor

$$1000/I \cdot U = 1000/I \cdot 840 \eta_U.$$

So that we find

$$(27) \quad \frac{Q}{I} = 0.84 \frac{\eta_U}{\eta} \frac{\int_0^{\delta} B_e d\tau}{s\lambda(N)^{3/2} K_C \int_0^{\delta} c(K_C x) e^{-\mu x} dx}.$$

In this formula, the same elements enter which we have used in the calculation of the logarithmic width. Using, for instance, the data on the activation of the rhodium, we find

$$Q/I = 160,000 (\eta_U/\eta).$$

Assuming $\eta = \eta_U$ we have that one of our neutronic units corresponds to 160,000 neutrons per second, and taking into account that 1 neutronic unit corresponds to about 6 mc of Rh + Be, we have finally

$$27,000 \text{ neutrons per s and per mc.}$$

This value is considerably larger than the values found with different methods⁽²⁵⁾; this fact can be only partially accounted for by a difference between η and η_U .

13. SUMMARY AND DISCUSSION.

From the results we have explained, it seems that one must conclude that in elements which are sensitive to slow neutrons, the capture cross section is often an irregular function of the energy of slow neutrons, with sharp maxima representing some sort of absorption bands.

The analysis of the absorption curve of the various elements with several detectors enables us to identify several absorption bands (groups *A*, *B*, *C*, *D*, *I*).

There are several reasons for believing that group *C* (radiation strongly absorbed by cadmium) corresponds, at least for its largest part, to neutrons having a velocity of thermal agitation, while the other groups correspond to larger velocities.

The most direct proof of this statement is the experiment with a velocity selector of cadmium⁽²⁶⁾ (so as to observe just group *C*) that enabled a direct measurement of the velocity of the *C* neutrons that was found equal to the thermal velocity.

The same result can be derived from the experiments by Preiswerk and von Halban and others⁽²⁷⁾, who found that the radiation filtered by cadmium is not sensitive to temperature variations; this shows that the neutrons not belonging to group *C* have energy larger than thermal agitation energy.

Finally, our albedo measurements (see § 6) show that only the *C* neutrons can traverse many free paths while belonging to this group. This fact can be easily understood on the assumption that the *C* group consists of neutrons in thermal equilibrium, since then successive impacts do not alter the average energy; instead, a neutron belonging to an energy band $\gg kT$, has a high probability of getting out of the band after one impact.

In all the cases investigated by us, a large percentage of the activity (in most cases larger than 50 percent) is due to thermal neutrons; this does not mean, however, that the absorption coefficient for thermal neutrons is, as a rule, larger than the absorption coefficient for neutrons having an energy of some volts. This fact can be explained to some extent by the large number of thermal neutrons that get out of a paraffin block containing the source (see Table VI).

The problem of determining the energy bands corresponding to the known neutrons groups can be attacked by the following method, first used by Frisch

(25) Cf., e. g., R. JAECKEL, «Z. Physik», 91, 493 (1934); F. A. PANETH and H. LOLEIT, «Nature» (London), 136, 950 (1935).

(26) J. R. DUNNING, G. B. PEGRAM, G. A. FINK, D. P. MITCHELL and E. SEGRÈ, «Phys. Rev.», 48, 704 (1935); «Rend. Lincei», 23, 340 (1936).

(27) P. PREISWERK and H. VON HALBAN, «Nature» (London), 136, 1027 (1935); F. RASETTI and G. FINK, «Phys. Rev.», 49, 642 (1936).

and Placzek and by Weekes, Livingston and Bethe. They assumed that the capture cross section of a slow neutron in boron is inversely proportional to the velocity v of the neutron. Assuming this, we obtained from our measurements the following energies:

Group	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>I</i>
Volts	0.037	1.6	4	7	36.

The error in this type of measurements can be, however, fairly large.

A quite independent determination of the energy order of the groups, and also an estimate of the energy ratio (this last only for nonthermal groups) was given by us in § 9 by considerations based on the behavior of the intensity of the various groups as a function of the distance from the source. The energy order found by us coincides with the one deduced from the boron absorption, and the values of the energy ratios found by us, although smaller than the ratios obtained by the boron method, are not inconsistent because of the fairly large error involved in these determinations.

Our method, although very inaccurate, has the advantage of being very direct.

We were also able to derive, by analogous methods, the width of the energy bands (more exactly, the relative width $\Delta W/W$) for the nonthermal groups; we found that the narrowest band is group *A* (radiation strongly absorbed by silver), for which $\Delta W/W = 0.04$. The other groups (see § 12) are somewhat wider; nevertheless, the probability that a neutron remains in the same group after one free path is fairly low.

Connected to the width of the absorption bands, is the numerosity of the various groups, which corresponds essentially to the number of neutrons coming out per second from the surface of a paraffin block containing the source (see § 5). The most numerous group of all is the thermal one (numerosity 40), while the least numerous is group *A* (numerosity 0.5), which, as we have seen, is the narrowest.

These facts are qualitatively in agreement with the consideration of Bohr and Breit and Wigner.

Some further information on the properties of these absorption bands can be obtained by comparing the behavior of two periods of the same element, both sensitive to slow neutrons. We were able to investigate in this respect only silver, rhodium, indium and bromine. Only in the case of silver we found a different behavior for the two periods of this element. In all the other cases, no difference was found within the limits of our accuracy. It may be noticed that rhodium, indium and bromine are the three cases for which the number of observed periods produced by slow neutrons is larger than the number of known isotopes.

Sections 6 to 11 are devoted to a study of the diffusion properties of slow neutrons in hydrogenated substances. The diffusion process can be analyzed in two successive phases. First (slowing down phase), the neutron loses energy by means of successive impacts until it reaches the energy of thermal agitation; afterwards (diffusion phase), the energy does not decrease

further on the average and the neutron is scattered until it is captured by the protons or other nuclei.

During the phase of slowing down, the mean free path decreases very soon to a value of the order 1 cm, afterwards it remains approximately constant until the energy of the neutron is comparable with the quantum $h\nu$ of the frequencies of the elastic bond of the hydrogen atom in paraffin.

We can say that all the studied groups except the thermal one, belong to the interval of energy where the mean free path λ_g in paraffin is about 1 cm.

From the theory of the impact of slow neutrons and hydrogen atoms, taking into account the chemical bond of these last (see *F.*, §§ 10 and 11), one finds that when the energy of the slow neutrons passes from values larger than $h\nu$ to values smaller, the mean free path decreases and tends to a limit equal to $\lambda_g/4$. This variation of the mean free path is connected also to a different angular distribution of the neutrons after an impact; when $W \gg h\nu$ the angle between the directions of the motion of the neutrons before and after the impact is always sharp, while for $W \ll h\nu$ the angular distribution after an impact tends to become isotropic.

In agreement with this theoretical result, one observes a really remarkable decrease of the mean free path in going from the nonthermal to the thermal group.

For this last, one can take $W/h\nu$ equal to about 1/10; although this value is pretty small, one cannot consider the thermal neutrons as neutrons of energy practically zero. Thus one finds (see *F.*, formula 102) that for $W/h\nu = 1/10$ the mean free path is

$$(28) \quad \lambda = \lambda_g/3.3$$

while at the limit for $W = 0$, one would have $\lambda = \lambda_g/4$.

We can also evaluate how much the coherence is conserved between the directions of the motion of a thermal neutron before and after an impact. As a quantitative expression of the coherence, we can take $(\cos \theta)_{av}$, i.e., the mean value of the cosine of the diffusion angle of the neutrons after an impact; $(\cos \theta)_{av} = 1$ means complete coherence, while for an isotropic diffusion, $(\cos \theta)_{av} = 0$. For the neutrons of energy larger than 1 volt, we find $(\cos \theta)_{av} = 2/3 = 0.67$; for the thermal neutrons, assuming $W/h\nu = 1/10$, we deduce (see *F.*, formula 103) $(\cos \theta)_{av} = 0.067$, i.e., one-tenth of the preceding value.

These results justify the approximations that were made sometimes in this work, in considering the diffusion of thermal neutrons as isotropic. We must, however, notice that in such a way we have introduced a small error which is in the sense that the diffusion length, given by (12), is too small, while the albedo, given by (11), is too large. It would also be possible to calculate these corrections, if one knew the value of $(\cos \theta)_{av}$; this value is, however, subordinate to the knowledge of $W/h\nu$ of which we can give only the order of magnitude.

In §§ 6-11 five different magnitudes have been measured, which can be expressed by means of only two, using the relations obtained from the theory of the diffusion of the neutrons (see *F.*).

These five magnitudes are: the mean free paths λ and λ_g of thermal neutrons (see § 8) and of neutrons of groups D and A (see § 7); the albedo β of thermal neutrons (see § 6); the diffusion length l of thermal neutrons (see § 7); and the length $|x_0|$ relative to the thermal neutrons, considered in Section 11, which is bound to λ by the relation

$$|x_0| = \lambda/\sqrt{3}.$$

By means of (28), (11), (12), and (29), the five above-mentioned magnitudes can be expressed as functions of λ and N (number of mean free paths traversed on the average by thermal neutrons).

TABLE XVIII.

Comparison of measured and calculated values.

$\lambda =$ and $\lambda_g =$ mean free paths of thermal neutrons and of neutrons of group D and A , respectively. $\beta =$ albedo for thermal neutrons, $l =$ diffusion length, $|x_0| = \lambda/\sqrt{3}$.

λ	0.3	0.30
λ_g	1.1	1.0
β	0.82	0.83
l	2.1	2.05
$ x_0 $	0.18	0.174

In Table XVIII we compare the measured values of these five magnitudes with the values calculated by means of the above-mentioned formulæ, assuming

$$\lambda = 1.0 \text{ cm} \quad ; \quad N = 140.$$

As we see, the agreement is good.

From these values of λ and N , we find the following values for thermal neutrons in paraffin:

elastic cross section with hydrogen	$\sigma_e = 43 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$
capture cross section	$\sigma_c = 0.31 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$
mean life	$\tau = 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$

This last value is in very good agreement with the measure of τ performed with a mechanical set-up⁽²⁸⁾ and with the theoretical value deduced from the theory given in $F.$, § 12, based on the assumption that the capture of slow neutrons by protons is due to the emission of a γ -quantum by magnetic

(28) E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO and E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 6 (1), 581 (1935).

dipole radiation. ⁽²⁹⁾ It is shown there that according to whether the ^3S state of the deuteron ($\pm 120,000$ volts) is assumed to be real or virtual, the theoretical value of τ is 6.5×10^{-4} or 2.6×10^{-4} . The satisfactory agreement of this last value with the experimental result, seems to indicate that the ^3S state is virtual.

We express our warmest gratitude to the Istituto di Sanità Pubblica of Rome and in particular to Professor G. C. Trabacchi for having supplied us with the radon sources used in this research. Our thanks are also due to the Consiglio Nazionale delle Ricerche of Italy for a grant.

(29) A preliminary account of this theory has been given by E. FERMI, « Phys. Rev. », 48, 570 (1935).

119 a.

SUL MOTO DEI NEUTRONI
NELLE SOSTANZE IDROGENATE

« Ric. Scientifica », 7 (2), 13-52 (1936).

In questo lavoro verranno discusse, dal punto di vista teorico, alcune proprietà dei neutroni lenti. Nella prima parte il rallentamento e la diffusione dei neutroni nelle sostanze idrogenate verranno studiate prescindendo da una analisi meccanico-quantistica del processo di urto, elastico o no, tra i neutroni e i protoni della sostanza idrogenata. Allo studio del meccanismo dell'urto sarà dedicata invece la seconda parte. In questo lavoro verranno anche date le giustificazioni matematiche di diverse formule che sono state usate da Amaldi e Fermi [1] nella interpretazione di alcune misure sopra i neutroni lenti. Questi lavori, ai quali dovremo spesso far riferimento nel seguito per illustrare le connessioni tra le teorie svolte e l'esperienza, verranno indicati con *AF*.

PARTE I

DIFFUSIONE E RALLENTAMENTO DEI NEUTRONI.

Quando un neutrone viene proiettato da una sorgente in un ambiente ripieno di una sostanza idrogenata (in pratica quasi sempre paraffina o acqua; per brevità nel seguito parleremo normalmente di paraffina) esso subisce un rapido processo di rallentamento dovuto agli urti contro gli atomi di idrogeno [2]. Si dimostra elementarmente che, ad ogni urto, il logaritmo dell'energia del neutrone decresce in media di una unità (riduzione della energia a $1/e$) per modo che, dopo una ventina di urti, l'energia del neutrone, dal valore iniziale di alcuni milioni di volt, si riduce alla energia di agitazione termica. Nel processo di diffusione dei neutroni nella sostanza idrogenata dovremo dunque distinguere:

a) una fase di rallentamento, durante la quale l'energia del neutrone si riduce dal valore iniziale alla energia di agitazione termica;

b) una fase di diffusione termica, durante la quale il neutrone, avendo ormai raggiunta l'energia di agitazione termica, in media non perde più energia negli urti successivi contro gli atomi di idrogeno, e prosegue il suo moto di diffusione fino a quando non esce dalla sostanza idrogenata oppure vien catturato dall'idrogeno o da qualche altro degli atomi presenti nell'ambiente.

1. *La fase di rallentamento.* - Nello studio del processo di rallentamento ammetteremo in un primo tempo che gli atomi di idrogeno si possano considerare come fermi, e che si possa anche prescindere dal fatto che gli idrogeni non sono liberi, ma sono vincolati da forze di legame chimico. Queste ipotesi saranno evidentemente legittime fino a che l'energia w del neutrone è ancora notevolmente maggiore dell'energia dei legami chimici; più precisamente la condizione di validità è che sia $w \gg h\nu$, ν essendo la frequenza degli atomi di idrogeno dovuta al legame chimico. L'ordine di grandezza di queste frequenze, nelle comuni sostanze idrogenate, è da 1000 a 4000 cm^{-1} , per modo che potremo senz'altro ritenere la nostra ipotesi ammissibile finché l'energia del neutrone non discende al di sotto di un volt. Il processo ulteriore di rallentamento da questo limite fino alla energia di agitazione termica ($\sim 1/30$ di volt) è complicato da effetti dovuti al legame chimico dell'idrogeno e sarà discusso nel seguito.

Fino a che l'energia del neutrone è superiore a un volt, ammetteremo che la direzione del movimento del neutrone dopo un urto sia distribuita con probabilità uniforme in tutte le direzioni, purché il moto venga riferito a un sistema in cui è fermo il baricentro del neutrone e del protone che si urtano. Riferendosi invece allo spazio consueto, in cui il protone è inizialmente fermo, e tenendo conto del fatto che neutrone e protone hanno eguale massa, si riconosce subito, con una immediata applicazione dei principi della conservazione della energia e della quantità di moto, che l'angolo ϑ formato tra le traiettorie del neutrone prima e dopo l'urto è sempre acuto; più precisamente si trova, chiamando w e w' le energie del neutrone prima e dopo l'urto, la relazione

$$(1) \quad \frac{w'}{w} = \cos^2 \vartheta.$$

Dalla ipotesi che abbiamo ammessa sulla distribuzione della direzione del movimento dopo l'urto segue poi subito che la probabilità che per effetto dell'urto, l'energia si riduca ad un valore compreso tra w' e $w' + dw'$ è

$$(2) \quad d\phi = \frac{dw'}{w}.$$

Vogliamo prima di tutto determinare il numero di neutroni dotati di velocità compresa entro i limiti v e $v + dv$ che sono compresi entro un blocco di paraffina di dimensioni praticamente infinite in cui sia contenuta una sorgente di neutroni veloci che produca Q neutroni al secondo animati da una velocità iniziale v_0 .

La distribuzione di velocità in queste circostanze potrebbe ottenersi come caso particolare da quella che è stata da noi dedotta in un'altra pubblicazione [3]. Nel caso presente la si può tuttavia ricavare anche direttamente come segue:

Sia $\mathcal{N}(v) dv$ il numero cercato dei neutroni aventi velocità tra v e $v + dv$, presenti in tutta la massa della paraffina. Questo numero tende a diminuire in quanto che alcuni degli $\mathcal{N}(v) dv$ neutroni subiscono degli urti e conseguentemente la loro velocità diminuisce; tende a crescere perché alcuni dei neutroni di velocità maggiore di v , in seguito a un urto, possono

assumere una velocità tra v e $v + dv$. In condizioni stazionarie la diminuzione dovrà essere compensata dalla crescita. Tenendo presente la (2), che introducendo la velocità in luogo dell'energia, si scrive:

$$(3) \quad dp = \frac{2v' dv'}{v^2}$$

ed osservando che la probabilità che un neutrone subisca un urto nell'unità di tempo è

$$(4) \quad \frac{v}{\lambda(v)}$$

$\lambda(v)$ essendo il cammino libero medio, si trova dunque, come condizione di stazionarietà:

$$\frac{v}{\lambda(v)} \mathcal{N}(v) dv = \frac{2v dv}{v_0^2} Q + 2v dv \int_v^{v_0} \frac{1}{u^2} \mathcal{N}(u) \frac{u}{\lambda(u)} du$$

cioè

$$(5) \quad \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = \frac{2Q}{v_0^2} + 2 \int_v^{v_0} \frac{1}{u} \frac{\mathcal{N}(u)}{\lambda(u)} du.$$

Derivando questa equazione rispetto a v si ricava:

$$\frac{d}{dv} \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = - \frac{2}{v} \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)}$$

che, integrata, ci dà:

$$v^2 \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = \text{cost.}$$

La costante, che si determina risostituendo in (5), risulta eguale a $2Q$. Otteniamo dunque:

$$(6) \quad \mathcal{N}(v) = \frac{2Q\lambda(v)}{v^2}.$$

Questa legge di distribuzione è valida naturalmente solo per energie maggiori di un volt. Nel § 8 ne vedremo l'applicazione ai metodi per determinare la larghezza delle bande di energia che costituiscono i vari gruppi di neutroni lenti.

2. Ampiezza della diffusione dei neutroni durante il rallentamento. -

La (6) ci dà il numero totale dei neutroni appartenenti a un dato intervallo di energia; essa non ci dice però nulla circa la distribuzione spaziale dei neutroni stessi. Si abbia una sorgente S di neutroni veloci (energia iniziale w_0) nel centro di un blocco di paraffina di dimensioni grandissime. Via via che i neutroni subiscono urti contro gli atomi di idrogeno, essi perdono energia; così che, in media, i neutroni che hanno subito più urti avranno una energia minore. D'altra parte i neutroni che hanno subito più urti sono quelli la cui distanza media dalla sorgente è più grande; segue dunque che la distanza media dei neutroni di una data energia dalla sorgente sarà tanto maggiore quanto più piccola è la loro energia.

Ci proponiamo di calcolare la media \bar{r}^2 dei quadrati della distanza dalla sorgente in funzione della energia (limitandoci sempre al caso di energie maggiori di un volt). Nel calcolo terremo conto solamente degli urti contro gli atomi di idrogeno; ciò è legittimo, quando la sostanza idrogenata sia acqua o paraffina, poiché può valutarsi che in questo caso, per neutroni veloci, la percentuale di urti contro l'idrogeno sia già del 90%; mentre per neutroni lenti essa sale notevolmente al di sopra di questo valore. Del resto, alla fine del paragrafo, daremo anche, senza dimostrazione, le formule per il caso che si tenga conto anche degli urti contro atomi pesanti presenti nella sostanza idrogenata in cui diffondono i neutroni.

Il calcolo di \bar{r}^2 è complicato dalla circostanza che la direzione del moto di un neutrone dopo un urto non è indipendente da quella che esso aveva prima, essendo sempre acuto l'angolo formato tra le due direzioni. Siano $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ i percorsi del neutrone durante i primi $n + 1$ cammini liberi; lo spostamento totale è la somma vettoriale

$$(7) \quad r = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n.$$

Supponiamo che, con l' n -esimo urto, l'energia prenda il valore assegnato w_a , e proponiamoci di calcolare \bar{r}^2 in funzione di w_a . Nell'eseguire i calcoli conviene introdurre una scala logaritmica per le energie; in luogo dell'energia w useremo la variabile

$$(8) \quad x = \log \frac{w_0}{w}$$

che spesso rappresenteremo graficamente come ascissa di un punto su una retta. Il cammino libero medio, che dipende dalla energia, potrà anche scriversi come funzione di x , $\lambda = \lambda(x)$. Durante il movimento del neutrone la sua energia, dal valore iniziale w_0 , prende, per effetto dei successivi urti, energie sempre più piccole

$$w_0 > w_1 > w_2 > \dots > w_{n-1} > w_a$$

e in corrispondenza la x prenderà i valori

$$0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = \log \frac{w_0}{w_a}.$$

I punti di ascisse x_1, x_2, \dots sono distribuiti con una legge assai semplice. Infatti la (2) equivale a dire che la probabilità che

$$(9) \quad \xi_r = x_r - x_{r-1}$$

abbia valore compreso tra ξ_r e $\xi_r + d\xi_r$ è

$$e^{-\xi_r} d\xi_r.$$

Questa legge di probabilità per l'intervallo tra due punti successivi in una distribuzione di punti sopra una retta, è quella che si ottiene quando i punti sono distribuiti indipendentemente uno dall'altro e in modo tale che la probabilità che uno di essi cada in un assegnato intervallo dx della retta sia eguale a dx . Tale sarà dunque la legge di distribuzione dei punti x .

Sia ϑ_r l'angolo formato tra i cammini liberi successivi λ_{r-1} e λ_r ; si ha dalle (1) (8) (9)

$$(10) \quad \cos \vartheta_r = e^{-\frac{x}{a} \xi_r} = e^{-\frac{x}{a} (x_r - x_{r-1})}.$$

Poniamo inoltre

$$(11) \quad a = \log \frac{w_0}{w_a};$$

a rappresenta il numero medio degli urti necessari per ridurre l'energia da w_0 a w_a . Faremo la media di r^2 in due stadi successivi.

I) Supporremo dati i punti

$$(12) \quad x_1, x_2, \dots, x_{n-1};$$

e medieremo rispetto a tutte le possibili grandezze dei cammini liberi e a tutte le direzioni compatibili con (10) e (12).

II) Medieremo poi rispetto a tutti i possibili valori delle (12) e di n .

I) Elevando al quadrato la (7) si trova

$$(13) \quad r^2 = \sum_0^n \lambda_r^2 + 2 \sum_{r=0}^{n-1} \sum_{s=r+1}^n \lambda_r \lambda_s \cos \widehat{\lambda_r \lambda_s}.$$

Di questa espressione dobbiamo fare la media ammettendo date le (12). Si trova senza difficoltà, tenendo presente (10),

$$\overline{\lambda_r^2} = 2 \lambda^2(x_r) \quad ; \quad \overline{\lambda_r} = \lambda(x_r)$$

$$(14) \quad \overline{\cos \widehat{\lambda_r \lambda_s}} = \cos \vartheta_{r+1} \cos \vartheta_{r+2} \dots \cos \vartheta_s = e^{-\frac{x}{a} (x_s - x_r)}$$

e quindi

$$(15) \quad \overline{r^2} = 2 \sum_0^n \lambda^2(x_r) + 2 \sum_{0 \leq r < s \leq n} \lambda(x_r) \lambda(x_s) e^{-\frac{x}{a} (x_s - x_r)}.$$

In questa formula la media si intende fatta per dati valori delle (12).

II) Dobbiamo ora mediare rispetto ai valori delle x e di n . Tenendo presente che la probabilità che una delle x cada nell'intervallo dx (tra 0 ed a) è eguale a dx , si trova subito

$$\sum_0^n \lambda^2(x_r) = \lambda^2(0) + \int_0^a \lambda^2(x) dx + \lambda^2(a).$$

Similmente si ha:

$$\sum_1^n \lambda(0) \lambda(x_s) e^{-\frac{x_s}{a}} = \lambda(0) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{a} x} dx + \lambda(0) \lambda(a) e^{-\frac{x}{a} a};$$

$$\sum_1^{n-1} \lambda(x_r) \lambda(a) e^{-\frac{x}{a} (a-x_r)} = \lambda(a) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{a} (a-x)} dx.$$

Resta da calcolare la media di

$$\sum_{1 \leq r < s \leq n-1} \lambda(x_r) \lambda(x_s) e^{-\frac{x}{a} (x_s - x_r)}.$$

Per questo effettuiamo dapprima la media rispetto ai valori possibili di x , compreso tra i limiti x_r ed a ; essa è:

$$\sum_r \lambda(x_r) \int_{x_r}^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(x-x_r)} dx = \sum_r \lambda(x_r) \int_0^{a-x_r} \lambda(x_r+x) e^{-\frac{x}{2}x} dx.$$

Mediando da ultimo rispetto ai valori di x troviamo infine:

$$\int_0^a \lambda(\xi) d\xi \int_0^{a-\xi} \lambda(\xi+x) e^{-\frac{x}{2}x} dx.$$

Combinando queste varie medie otteniamo il risultato cercato:

$$\begin{aligned} (16) \quad \bar{r}^2 &= 2\lambda^2(0) + 2\lambda^2(a) + 2 \int_0^a \lambda^2(x) dx + 2\lambda(0) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}x} dx \\ &+ 2\lambda(0)\lambda(a) e^{-\frac{a}{2}} + 2\lambda(a) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(a-x)} dx \\ &+ 2 \int_0^a \lambda(\xi) d\xi \int_0^{a-\xi} \lambda(\xi+x) e^{-\frac{x}{2}x} dx. \end{aligned}$$

Questa formula ci descrive come la distanza quadratica media dei neutroni dalla sorgente che li ha emessi va crescendo man mano che la energia decresce (e cioè a cresce). Da essa si ricava:

$$\begin{aligned} (17) \quad \frac{d\bar{r}^2}{da} &= 4\lambda^2(a) + 4\lambda(a)\lambda'(a) + \lambda(0) [\lambda(a) + 2\lambda'(a)] e^{-\frac{a}{2}} \\ &+ [\lambda(a) + 2\lambda'(a)] \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(a-x)} dx. \end{aligned}$$

Il cammino libero medio $\lambda(0)$ dei neutroni veloci emessi da una sorgente di emanazione + berillio nella paraffina è eguale a 5 o 6 cm. Diminuendo l'energia esso decresce fino a ridursi probabilmente a circa 1 cm quando l'energia, pur essendo maggiore di 1 volt, ha già un valore tale (probabilmente non oltre 1000 volt) che il neutrone si possa chiamare lento. In questo ultimo intervallo di energia (da 1 a 1000 volt) λ è probabilmente costante (cfr. anche la Parte II). Per esso la (17) si semplifica notevolmente. Possiamo infatti trascurare il terzo termine del secondo membro che contiene il fattore piccolissimo $e^{-\frac{a}{2}}$ e sostituire l'integrale, i cui valori sono concentrati vicino al limite superiore, con

$$\int_{-\infty}^a \lambda(x) e^{-(a-x)/2} dx = 2\lambda(a);$$

otteniamo con ciò, ponendo anche, per quanto si è detto, $\lambda'(a) = 0$.

$$(18) \quad \frac{d\bar{r}^2}{da} = 6\lambda^2(a).$$

Questa formula è stata applicata (cfr. *AF*) alla determinazione del rapporto di energia tra due gruppi di neutroni lenti. Siano w' e w'' le loro energie; ammettiamo poi che nell'intervallo di energia da w' a w'' , λ sia costante. Siano infine \bar{r}'^2 ed \bar{r}''^2 le medie dei quadrati della distanza dei neutroni dei due gruppi dalla sorgente. Tenendo presente che, secondo la (11), la variazione della variabile a nel passaggio tra i due gruppi è $\log w''/w'$, si trova dalla (18)

$$(19) \quad \log \frac{w''}{w'} = \frac{\bar{r}'^2 - \bar{r}''^2}{6\lambda^2}.$$

che è la formula usata per determinare w''/w' .

Se ammettiamo che il cammino libero medio, nell'intervallo di energia dei gruppi in esame, sia di 1 cm, risulta dalla formula precedente che ad una differenza di 6 cm² nelle medie dei quadrati delle distanze dalla sorgente, corrisponde un rapporto e tra le energie di due gruppi. Per una discussione dettagliata di questo argomento, fatta in base ai risultati sperimentali, vedi *AF*.

Con un procedimento simile a quello seguito per dedurre la (16), si può facilmente ottenere una formula analoga valida nel caso che i neutroni diffondono e vengano rallentati in un mezzo contenente, oltre che atomi di idrogeno, anche degli atomi pesanti. Conservando le notazioni (8) e (11), indicheremo con $\rho(x)$ il rapporto che si ha, per neutroni di energia corrispondente a x , tra le probabilità di urto contro uno degli atomi pesanti o contro uno degli atomi di idrogeno. Ammettiamo inoltre che gli urti contro gli atomi pesanti si possano considerare come perfettamente elastici; che data la massa degli atomi urtati la energia trasferita a questi nell'urto possa trascurarsi, e che infine la direzione della velocità dopo un urto contro un atomo pesante sia distribuita con legge di probabilità uniforme in tutte le direzioni, perdendo ogni coerenza con la direzione del movimento prima dell'urto. Si trova allora che la media dei quadrati della distanza dalla sorgente per neutroni di energia w_a è ⁽²⁾:

(1) N.d.R. Questa equazione è errata, probabilmente per ragioni tipografiche. L'espressione corretta è stata dedotta da vari Autori ed è riportata nell'articolo di R. E. MARSHAK («*Rev. Mod. Phys.*», 19, 185 (1947)). Invece del parametro $\rho = \frac{\mathcal{U}_{ep} \sigma_{ep}}{\mathcal{U}_H \sigma_H}$, Marshak usa il parametro $c = \frac{\mathcal{U}_H \sigma_H}{\mathcal{U}_H \sigma_H + \mathcal{U}_{ep} \sigma_{ep}}$. Con $c = \frac{1}{1+\rho}$ e $\bar{r}^2 = 6L_s^2$, l'equazione (108) a p. 211 dell'articolo di Marshak diventa

$$\begin{aligned} \bar{r}^2 = & 2\lambda^2(0) [1 + \rho(0)] + 2\lambda^2(a) [1 + \rho(a)] + 2\lambda(0) \lambda(a) e^{-\int_0^a \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'} \\ & + 2 \int_0^a \lambda^2(x) [1 + \rho(x)] dx + 2\lambda(a) \int_0^a \lambda(x) dx e^{-\int_0^a \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx''} \\ & + 2\lambda(0) \int_0^a \lambda(x) dx e^{-\int_0^x \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'} + 2 \int_0^a \lambda(x) dx \int_0^x \lambda(x') dx' e^{-\int_0^x \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x'')} \right] dx''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (20) \quad \bar{r}^2 = & 2\lambda^2(0) [1 + \rho(0)] + 2\lambda^2(a) [1 + \rho(a)] + 2 \int_0^a \lambda^2(x) [1 + \rho(x)] dx \\
 & + \frac{2\lambda(0)}{1 + \rho(0)} \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}} dx e^{-\int_0^x \rho(\xi) d\xi} + 2\lambda(a) \int_0^a \frac{\lambda(x)}{1 + \rho(x)} e^{-\frac{x}{2} - \int_x^a \rho(\xi) d\xi} dx \\
 & + 2 \int_0^a \frac{\lambda(x) dx}{1 + \rho(x)} \int_0^{a-x} \lambda(x + \xi) e^{-\frac{\xi}{2} - \int_0^{\xi} \rho(x + \xi) d\xi} dx.
 \end{aligned}$$

Questa formula, naturalmente, si riduce alla (16) quando si trascuri l'effetto degli urti contro gli atomi pesanti, ponendo in essa $\rho(x) = 0$.

3. *I neutroni termici.* - Ci siamo fino ad ora occupati di neutroni appartenenti all'intervallo di energia dalla massima fino a un volt, e cioè sempre superiore non solo alla energia del moto di agitazione termica ($\sim 1/30$ di volt), ma anche al quanto $h\nu$ delle forze chimiche che legano gli atomi di idrogeno alla sostanza (da $1/2$ a $1/10$ di volt). In questo intervallo di energia abbiamo potuto prescindere dai moti di agitazione termica e dal legame chimico dell'idrogeno. Quando però, con urti successivi, l'energia del neutrone scende al di sotto di un volt, la legge con cui avviene l'ulteriore rallentamento diventa alquanto più complicata (cfr. Parte II); si deve tuttavia ritenere che, dopo una decina di urti, essa sia ridotta alla energia della agitazione termica. Esisterà dunque un notevole numero di neutroni aventi la energia di agitazione termica e la cui distribuzione di velocità sarà più o meno approssimativamente quella Maxwelliana. Il numero di questi neutroni termici è limitato dal fatto che, mentre se ne producono continuamente per rallentamento dei neutroni più veloci, se ne vengono anche continuamente a distruggere, in massima parte, probabilmente, per cattura da parte dei nuclei di idrogeno e formazione di deuterio (cfr. anche Parte II). Rappresenteremo l'effetto di questo processo di cattura introducendo una vita media τ dei neutroni termici; per modo che, se la sorgente produce Q neutroni termici al secondo entro un blocco praticamente illimitato di paraffina, il numero totale dei neutroni termici presenti a un dato istante sarà

$$\mathcal{N}_T = Q\tau.$$

Anche rispetto agli urti elastici il comportamento dei neutroni termici è verosimilmente diverso da quello dei neutroni di energia superiore a un volt. Ragioni teoriche (cfr. Parte II) inducono infatti a ritenere che, quando l'energia w del neutrone passa da valori grandi a valori piccoli rispetto ad $h\nu$ (ν = frequenza del legame chimico dell'idrogeno nella paraffina) il cammino libero medio si riduca nel rapporto 4 : 1, mentre la legge di distribuzione angolare dei neutroni dopo un urto tenda, al limite per w molto piccolo, a diventare isotropa. Benché per neutroni termici $w/h\nu$ sia abbastanza piccolo (circa $1/10$) non sono ancora interamente raggiunte le condizioni di applicabilità delle leggi limite indicate (cfr. § 11). Ciò nonostante nei para-

grafi 3, 5, 6, 7 sulla diffusione dei neutroni termici semplificheremo le considerazioni ammettendo che la diffusione sia isotropa; il piccolo errore che così si introduce è evidentemente nel senso di dare un tratto di diffusione troppo corto ed un albedo troppo grande.

Se λ è il cammino libero medio dei neutroni termici nella paraffina (0,3 cm, cfr. *AF*), v la loro velocità media (a temperatura ordinaria $v = 2,5 \cdot 10^5$ cm/s) ed N il numero medio dei cammini liberi percorsi da un neutrone termico prima di venir catturato ($N = 140$; cfr. *AF*, § 13), valgono evidentemente le relazioni:

$$(22) \quad \tau = \frac{\lambda N}{v} \quad ; \quad \vartheta \tau_T = Q \tau.$$

Da esse si ricava $\tau = 1,7 \cdot 10^{-4}$ s (cfr. anche § 12).

Dato il considerevole numero di urti che un neutrone termico subisce in media prima di venir catturato, è chiaro che il suo moto potrà assimilarsi con notevole accuratezza a un moto di diffusione. Si scrive facilmente una equazione differenziale per la densità n dei neutroni termici, in funzione di x, y, z, t . Indicando con $q(x, y, z, t)$ il numero di neutroni termici che si producono per unità di volume e di tempo dal rallentamento di neutroni più veloci, si scrive subito

$$(23) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\lambda v}{3} \Delta n - \frac{1}{\tau} n + q$$

dove, nel secondo membro, il primo termine rappresenta l'effetto della diffusione (si sa infatti dalla teoria cinetica classica che $\lambda v/3$ è il coefficiente di diffusione); il secondo termine esprime l'effetto della distruzione dei neutroni per cattura; il terzo quello della produzione di neutroni termici per rallentamento. Nel caso stazionario, che è evidentemente quello più importante, la (23) si riduce, tenendo presente anche (22), a:

$$(24) \quad n = \frac{\lambda^2 N}{3} \Delta n + \frac{q \lambda N}{v}.$$

A titolo di esempio mostriamo l'applicazione della (24) alla risoluzione del seguente problema:

Si abbia un blocco di paraffina, limitato a sinistra dal piano $x = 0$, il quale occupi tutto lo spazio a destra di questo piano. Trovare la probabilità che un neutrone termico che si trova nella posizione di ascissa positiva a arrivi ad uscire dalla paraffina attraverso al piano $x = 0$, prima di venir catturato. Il problema equivale evidentemente a quest'altro: supponiamo che, in un punto di ascissa a si producano Q neutroni termici al secondo; trovare la frazione di questi che esce dalla paraffina attraverso al piano $x = 0$.

Per risolvere questo problema riduciamoci dapprima dalla equazione (24) con le tre variabili indipendenti x, y, z , ad una contenente la sola variabile indipendente x ; basta per questo moltiplicare i due membri di (24) per $dy dz$ ed integrare rispetto a y e a z tra $-\infty$ e $+\infty$. Ponendo

$$(25) \quad \rho(x) = \iint n dy dz \quad ; \quad f(x) = \iint q dy dz$$

e tenendo presente le relazioni immediate

$$\int \int \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} dy dz = \int \int \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} dy dz = 0,$$

si trova allora

$$(26) \quad \rho(x) - \frac{\lambda^2 N}{3} \frac{d^2 \rho}{dx^2} = \frac{\lambda N}{v} f(x).$$

Nel caso nostro la funzione $f(x)$ è evidentemente nulla per $x \neq a$; mentre per $x = a$ essa è infinita in modo tale che

$$(27) \quad \int f(x) dx = Q$$

quando l'integrale sia esteso a un intervallo contenente a . Segue da queste proprietà di $f(x)$ che, ad eccezione del punto a , $\rho(x)$ soddisfa all'equazione differenziale

$$(28) \quad \rho - \frac{\lambda^2 N}{3} \frac{d^2 \rho}{dx^2} = 0.$$

Per $x = 0$ e per $x = \infty$, la $\rho(x)$ deve evidentemente soddisfare le condizioni

$$(29) \quad \rho(0) = 0 \quad ; \quad \rho(\infty) = 0.$$

Da (26) e (27) risulta poi che nel punto singolare a si ha una discontinuità del valore della derivata di ρ , mentre la funzione stessa resta continua; si ha precisamente:

$$(30) \quad \delta \rho(a) = 0 \quad \delta \left(\frac{d\rho}{dx} \right)_{x=a} = -\frac{3}{v\lambda} Q.$$

L'integrale generale di (28) è dato da una combinazione lineare dei due integrali fondamentali

$$e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} \quad ; \quad e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x}.$$

Tenendo presenti le (29) si trova immediatamente che le espressioni di $\rho(x)$ a sinistra e a destra del punto a sono della forma

$$(31) \quad \begin{cases} \rho(x) = A \left\{ e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} - e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} \right\} & \text{per } 0 < x < a \\ \rho(x) = B e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} & \text{per } x > a \end{cases}$$

in cui A e B sono delle costanti che si determinano subito per mezzo delle (30). Si trova precisamente

$$(32) \quad A = \frac{\sqrt{3N}}{2v} Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a} \quad ; \quad B = A \left(e^{2\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a} - 1 \right).$$

Il numero di neutroni che escono dalla paraffina nell'unità di tempo è dato evidentemente dal prodotto del coefficiente di diffusione $\lambda v/3$ per la derivata di ρ rispetto ad x presa per $x = 0$. Tale numero risulta dunque

$$(33) \quad \frac{\lambda v}{3} \cdot 2A \sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} = Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a}.$$

La probabilità cercata $p(a)$ che un neutrone partente da un punto di ascissa a riesca ad uscire dalla paraffina è evidentemente eguale al rapporto tra l'espressione (33) e Q ; e cioè

$$(34) \quad p(a) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a}.$$

Questa formula è stata usata (cfr. *AF*) per la misura di $\lambda^2 N$.

Si noti che questo risultato, come tutti gli altri che si possono dedurre dalle equazioni differenziali (23) e (24), non è valido esattamente altro che nel caso limite che N sia molto grande e λ molto piccolo, e ciò in modo tale $\lambda^2 N$ si mantenga finito. Si vedrà infatti nei paragrafi seguenti che, in vicinanza della superficie che limita la paraffina, e precisamente entro una distanza da questa dell'ordine di grandezza di λ , la densità dei neutroni presenta delle anomalie.

Per studiarle converrà dapprima semplificare il problema come è indicato nel paragrafo seguente.

4. *Il caso unidimensionale.* - In questo paragrafo semplificheremo lo studio della diffusione riferendoci al caso fittizio che i neutroni siano mobili in una dimensione lungo una retta, invece di essere liberi nello spazio. Il procedimento presenta il vantaggio che, in questo caso semplice, si possono poi senza difficoltà ricavare soluzioni assai approssimate, valide per il caso reale di tre dimensioni.

Nel caso unidimensionale ammetteremo che ad ogni urto (cammino libero medio λ) il neutrone abbia probabilità $1/N$ di essere catturato; se invece l'urto non dà luogo a cattura, il neutrone avrà probabilità eguale di ripartire verso destra o verso sinistra.

Vogliamo prima di tutto cercare per il caso unidimensionale la soluzione esatta di un problema analogo a quello trattato alla fine del paragrafo precedente; precisamente: Si abbia un pezzo di paraffina compreso tra le ascisse 0 ed a ; un neutrone termico parte da un punto di ascissa x entro la paraffina; trovare la probabilità $p(x)$ che il neutrone esca dalla paraffina dalla parte di sinistra. Questo problema, nel caso limite $a = \infty$ è l'analogo unidimensionale di quello studiato nel paragrafo precedente.

Per risolverlo stabiliremo una equazione per $p(x)$ al modo seguente: La probabilità $p(x)$ può analizzarsi nella seguente somma:

I) Probabilità che il neutrone, partendo da x , inizi il suo moto verso sinistra ed esca direttamente dalla paraffina senza aver subito alcun urto. Questa probabilità è

$$\frac{1}{2} e^{-x/\lambda}.$$

II) Probabilità che il neutrone subisca un primo urto tra ξ e $\xi + d\xi$ [e cioè $\frac{1}{2} e^{-|\xi - x|/\lambda} d\xi/\lambda$]; che questo urto sia elastico [e cioè $(N - 1)/N$]; e infine che il neutrone, dopo di esso, finisca per uscire dalla paraffina dalla

parte sinistra [e cioè $p(\xi)$]. La probabilità di questo evento è il prodotto delle probabilità componenti, e cioè

$$\frac{1}{2} e^{-|x-\xi|/\lambda} \frac{d\xi}{\lambda} \cdot \frac{N-1}{N} \cdot p(\xi)$$

ed essa deve integrarsi rispetto a ξ da 0 ad a . Sommando I e II troviamo per $p(x)$ la seguente equazione integrale:

$$(35) \quad p(x) = \frac{1}{2} e^{-x/\lambda} + \frac{N-1}{2\lambda N} \int_0^a p(\xi) e^{-|x-\xi|/\lambda} d\xi.$$

Si verifica facilmente che la soluzione di (35) può mettersi nella forma:

$$(36) \quad p(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x}$$

in cui A , B , ed α sono costanti; basta perciò sostituire (36) in (35); si trova allora che è possibile soddisfare la (35), purché si ponga

$$(37) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = - \frac{(N-1\bar{N}) e^{-a/\lambda \sqrt{N}}}{(\sqrt{N}+1)^2 e^{a/\lambda \sqrt{N}} - (\sqrt{N}-1)^2 e^{-a/\lambda \sqrt{N}}}; \\ B = \frac{(N+\sqrt{N}) e^{a/\lambda \sqrt{N}}}{(\sqrt{N}+1)^2 e^{a/\lambda \sqrt{N}} - (\sqrt{N}-1)^2 e^{-a/\lambda \sqrt{N}}} \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda \sqrt{N}}. \end{array} \right.$$

Queste formule si semplificano notevolmente nel caso che la paraffina sia illimitata dalla parte di destra ($a = \infty$); esse diventano allora:

$$(38) \quad \left. \begin{array}{l} A = 0 \quad ; \quad B = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N}+1} \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda \sqrt{N}} \\ p(x) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N}+1} e^{-x/\lambda \sqrt{N}} \end{array} \right\} \text{ per } a = \infty.$$

Il problema ora risolto ci permette di determinare facilmente, sempre per il caso unidimensionale, il coefficiente di riflessione (albedo) dei neutroni termici che incidono sopra uno strato di paraffina. Supponiamo che sul nostro strato di paraffina, esteso come prima da $x = 0$ ad $x = a$, cada un neutrone termico proveniente da sinistra; chiameremo albedo $\beta(a)$ dello strato di spessore a la probabilità che il neutrone, dopo aver subito uno o più urti, riesca dalla stessa parte da cui è entrato. Per determinare l'albedo osserviamo che la probabilità che il neutrone, entrato nella paraffina, subisca un primo urto tra x ed $x + dx$, e non venga ivi catturato, è data, come sopra, da:

$$\frac{N-1}{N} e^{-x/\lambda} \frac{dx}{\lambda}.$$

Abbiamo visto prima che un neutrone che parte da x ha la probabilità $p(x)$ di uscire dalla paraffina dalla parte sinistra; e quindi la probabilità totale di una uscita a sinistra, e cioè l'albedo, risulta nel nostro caso

$$\beta(a) = \frac{N-1}{N\lambda} \int_0^a p(x) e^{-x/\lambda} dx;$$

da (36) e (37) si ricava, effettuando l'integrazione,

$$(39) \quad \beta(a) = \frac{({}^{N-1}) [e^{a/\lambda} \sqrt{N} - e^{-a/\lambda} \sqrt{N}]}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{a/\lambda} \sqrt{N} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-a/\lambda} \sqrt{N}}$$

$$= \frac{N-1}{N+1 + 2\sqrt{N} \operatorname{cogh} \frac{a}{\lambda \sqrt{N}}}.$$

Ha particolare importanza il caso che lo spessore a della paraffina sia infinito. La albedo risulta in questo caso da (39), o anche direttamente da (38),

$$(40) \quad \beta(\infty) = \frac{\sqrt{N}-1}{\sqrt{N}+1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{N}} + \dots$$

L'ultima espressione, approssimata per N molto grande, è quella che si usa più frequentemente.

Scriviamo ancora l'espressione del coefficiente di trasmissione di uno strato di spessore a , e cioè della probabilità che un neutrone che incide su di esso da sinistra ne riesca dalla destra. Tale coefficiente, con considerazioni analoghe a quelle fatte per ottenere l'albedo, risulta:

$$(41) \quad \gamma(a) = e^{-a/\lambda} + \frac{N-1}{N\lambda} \int_0^a \rho(a-x) e^{-x/\lambda} dx$$

$$= \frac{4\sqrt{N}}{(\sqrt{N}+1)^2 e^{a/\lambda} \sqrt{N} - (\sqrt{N}-1)^2 e^{-a/\lambda} \sqrt{N}}.$$

Per $N = \infty$, $\gamma(a)$ si riduce a:

$$(42) \quad \gamma_\infty(a) = \frac{2\lambda}{a+2\lambda}.$$

In vista di future applicazioni dobbiamo ancora trattare, sempre per il caso unidimensionale, la seguente questione. Trascuriamo il processo di distruzione dei neutroni ($N = \infty$) e supponiamo che Q neutroni termici al secondo si producano in un pezzo di paraffina esteso da $x = 0$ ad $x = \infty$, a distanza dal bordo $x = 0$ grande (in confronto a λ). I neutroni diffonderanno attraverso al bordo e sfuggiranno dalla paraffina; essendo, per ipotesi, trascurabile il processo di distruzione dei neutroni, è chiaro che, nello stato di regime, il flusso di neutroni dall'interno verso l'esterno della paraffina deve essere di Q al secondo. Per mantenere questo flusso costante la densità $n(x)$ dei neutroni deve crescere linearmente in funzione di x ; avremo dunque

$$(43) \quad n(x) = A + Bx.$$

Le costanti A e B si determinano facilmente scrivendo che il flusso dei neutroni attraverso a qualsiasi traguardo x verso sinistra è eguale a Q . Q deve essere dunque eguale alla differenza tra i numeri di neutroni che attraversano in un secondo il punto x verso sinistra e verso destra; si trova cioè

$$Q = \frac{1}{2} \frac{v}{\lambda} \int_0^\infty n(x+\xi) e^{-\xi/\lambda} d\xi - \frac{1}{2} \frac{v}{\lambda} \int_0^\infty n(x-\xi) e^{-\xi/\lambda} d\xi.$$

Introducendo in questa equazione l'espressione (43) di $n(x)$, si verifica subito che essa può soddisfarsi, purché si abbia:

$$(44) \quad Q = \lambda v B$$

$$(45) \quad A = B\lambda.$$

La (43) si scrive dunque

$$(46) \quad n(x) = (\lambda + x) B$$

mentre da (34) ricaviamo il coefficiente di diffusione (unidimensionale)

$$(47) \quad D = \lambda v.$$

Osserviamo in particolare che da (46) risulta che la densità dei neutroni non si annulla sul bordo della paraffina; se si estrapolasse l'andamento di $n(x)$ verso l'esterno della paraffina, si troverebbe invece che la densità $n(x)$ verrebbe ad annullarsi a distanza dal bordo eguale al cammino libero medio λ .

5. *Albedo e probabilità di trasmissione in tre dimensioni.* - Dai risultati esatti ottenuti nel paragrafo precedente per il caso unidimensionale, possono facilmente dedursene altri assai approssimati, validi per il caso reale di una diffusione di neutroni in tre dimensioni.

Consideriamo perciò la proiezione sull'asse delle ascisse del moto di un neutrone termico che subisca successivi urti nella paraffina. Il moto proiezione sarà un moto di avanti e indietro, abbastanza analogo a quello che si avrebbe nel caso unidimensionale. La differenza sta nel fatto che mentre, nel caso unidimensionale, la probabilità di subire un urto dopo un dato percorso segue la legge esponenziale, nel caso della proiezione di un moto tridimensionale invece, la legge corrispondente, pur essendo qualitativamente non molto dissimile da una esponenziale, ne differisce tuttavia. Inoltre poi, naturalmente, il cammino libero medio λ' del moto proiezione è più corto di quello λ del moto vero.

Per scegliere in modo conveniente λ' , possiamo per esempio scrivere per il caso unidimensionale l'equazione della diffusione analoga alla (24); tenendo presente la espressione (47) del coefficiente di diffusione unidimensionale (introducendo λ' e v' in luogo di λ e v esso risulta $D' = \lambda' v'$) essa risulta

$$n - \lambda'^2 N \frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{q\lambda' N}{v'}$$

Il confronto di questa equazione con la (24) ci suggerisce di porre

$$(48) \quad \lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{3}}.$$

Un altro modo per arrivare a questa stessa scelta di λ' consiste nell'osservare che, nel caso tridimensionale, la media dei quadrati $\overline{r^2}$ dello spostamento di un punto che subisca m urti con cammino libero medio λ è

$$\overline{r^2} = 2 \lambda^2 m$$

(il fattore 2 deriva dal fatto che la media dei quadrati del cammino libero è il doppio del quadrato della media del cammino libero stesso). La media dei quadrati della proiezione δx dello spostamento r , è evidentemente $1/3$ di r^2 e cioè

$$\overline{\delta x^2} = \frac{2}{3} \lambda^2 m.$$

D'altra parte in un moto unidimensionale si avrebbe

$$\overline{\delta x^2} = 2 \lambda^2 m.$$

Le due espressioni si eguagliano appunto con la posizione (48).

Concludiamo dunque che la proiezione di un moto di diffusione in tre dimensioni è assai simile a un moto di diffusione unidimensionale con cammino libero medio λ' dato dalla (48); in questo modo, come ora vedremo, gran parte dei risultati del paragrafo precedente possono essere utilizzati con buona approssimazione anche per il caso di tre dimensioni.

Nel paragrafo precedente abbiamo stabilita la espressione della probabilità $p(x)$ che un neutrone termico che parta dalla posizione x esca da uno strato di paraffina di spessore a limitato da due piani di ascissa 0 ed a . Il problema analogo nel caso tridimensionale è il seguente: Si abbia uno strato di paraffina di spessore a limitato da due faccie piane di ascissa 0 ed a : trovare la probabilità $p(x)$ che un neutrone termico, muovendosi inizialmente da una posizione di ascissa x , esca dallo strato di paraffina attraverso la faccia sinistra.

Come espressione approssimata di $p(x)$ potremo prendere la [36], dove A, B, α sono date da formule analoghe alle (37); nelle quali tuttavia, in luogo di λ , deve scriversi λ' , dato da (48). Si ha dunque:

$$(49) \quad \left\{ \begin{array}{l} p(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x} \\ A = \frac{(N - \sqrt{N}) e^{-\alpha a}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{\alpha a} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-\alpha a}} \\ B = \frac{(N + \sqrt{N}) e^{\alpha a}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{\alpha a} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-\alpha a}} \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{3}{N}}. \end{array} \right.$$

Nel caso che lo spessore a della paraffina sia infinito, queste formule si semplificano in modo analogo alle (38) e si trova

$$(50) \quad p(x) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N} + 1} e^{-\sqrt{\frac{3}{N}} \frac{x}{\lambda}} \quad (\text{per } a = \infty).$$

Questa formula deve confrontarsi con la (34) con la quale viene a coincidere (quando si ponga $a = x$) nel caso limite indicato alla fine del § 3. La differenza consiste nel fattore $\sqrt{N}/(\sqrt{N} + 1)$ che rappresenta l'effetto delle perturbazioni in superficie dell'equazione differenziale (24).

La conoscenza di $p(x)$ permette di risolvere facilmente i problemi relativi alla albedo della paraffina nel caso di tre dimensioni. Nel caso particolare che la paraffina sia infinitamente spessa e per il caso limite di N molto grande, il problema della albedo è stato trattato anche da Wick [4], con

un procedimento, che in qualche caso consente di trovare il risultato esatto, in altri casi fornisce un metodo di approssimazione la cui precisione può, in principio, essere arbitrariamente grande. I risultati che qui daremo sono invece soltanto approssimati, pur corrispondendo a casi più generali di quelli trattati da Wick; come si vedrà del resto la approssimazione è in genere assai elevata.

A differenza del caso di una sola dimensione, per il quale la albedo è definita in modo univoco, nel caso di tre dimensioni essa dipende ovviamente dall'angolo di incidenza dei neutroni, essendo tanto più piccola quanto più l'incidenza è normale. Affinché si possa dare alla albedo un significato univoco, sarà dunque necessario indicare l'angolo di incidenza ovvero la legge di distribuzione angolare dei neutroni incidenti, oppure specificare altrimenti come si intenda eseguire la misura del coefficiente di riflessione. Preciseremo così nel § 7 che cosa intendiamo per « albedo sperimentale » che è il valore del coefficiente di riflessione che si ottiene quando ci si metta in condizioni particolarmente convenienti per effettuarne la misura e che verranno allora indicate esattamente; l'importanza della albedo sperimentale deriva dal fatto che dalle misure di albedo si ottiene direttamente questa grandezza e quindi tutti i confronti fra teoria ed esperienza sono fatti in base ad essa. La teoria della albedo sperimentale sarà data nel § 7.

Diamo qui invece le formule per il calcolo della albedo per neutroni in funzione dell'angolo di incidenza ϑ . La albedo di un neutrone che incida sopra uno strato di paraffina di spessore a con un angolo di incidenza ϑ , può evidentemente scriversi come integrale dei prodotti della probabilità

$$\frac{N-1}{N} e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{dx}{\lambda \cos \vartheta}$$

che il neutrone, entrato nella paraffina subisca un primo urto alla profondità tra x ed $x + dx$, e non venga ivi catturato, moltiplicata per la probabilità che il neutrone, dopo aver subito questo primo urto, esca dallo strato di paraffina per la faccia da cui è entrato; quest'ultima probabilità è data da $p(x)$. La albedo cercata è dunque:

$$(51) \quad \beta(a, \vartheta) = \frac{N-1}{N} \int_0^a e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{p(x)}{\lambda \cos \vartheta} dx.$$

Ponendo per $p(x)$ l'espressione (49) l'integrazione si effettua senza difficoltà; per brevità scriviamo il risultato esplicitamente solo nel caso che lo spessore a dello strato di paraffina sia infinitamente grande, nel qual caso $p(x)$ è dato dalla (50). In questo caso si trova da (51), effettuando l'integrazione,

$$(52) \quad \beta(\infty, \vartheta) = \frac{\sqrt{N}-1}{\sqrt{N} + \sqrt{3} \cos \vartheta} = 1 - \frac{1 + \sqrt{3} \cos \vartheta}{\sqrt{N}} + \dots$$

dove l'ultima espressione è valida per N assai grande.

Dalla (52) si può ricavare la espressione della albedo per ogni assegnata legge di distribuzione angolare dei neutroni incidenti; così per esempio se i neutroni incidenti soddisfano alla legge del coseno, la probabilità che un neutrone incidente formi con la normale un angolo compreso tra ϑ e $\vartheta + d\vartheta$

è $2 \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$; e quindi la albedo, quando valga la legge del coseno, risulta:

$$(53) \quad \beta(\infty) = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{N} - 1}{\sqrt{N} + \sqrt{3} \cos \vartheta} 2 \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{N} - 1) \left[1 - \sqrt{\frac{N}{3}} \log \left(1 + \sqrt{\frac{3}{N}} \right) \right] = 1 - \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{3}}}{\sqrt{N}} + \dots$$

Per giudicare il grado di approssimazione del metodo, si può osservare che, nel caso che valga la legge del coseno, Wick (loc. cit.) ha data la espressione asintotica esatta della albedo, ed ha trovato

$$(54) \quad \beta(\infty) = 1 - \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{N}} + \dots$$

Il valore esatto del coefficiente il $1/\sqrt{N}$ è dunque $4/\sqrt{3} = 2,31$; mentre dalla (53) esso risulta $1 + 2/\sqrt{3} = 2,15$. La differenza è soltanto del 7%.

In modo simile si può calcolare il coefficiente di trasmissione attraverso a una lastra di paraffina di spessore a per neutroni termici incidenti con un angolo ϑ . In modo analogo a quello usato per dedurre (51) si trova che esso è dato da

$$(55) \quad \gamma(a, \vartheta) = e^{-\frac{a}{\lambda \cos \vartheta}} + \frac{N-1}{N\lambda \cos \vartheta} \int_0^a e^{-\lambda \cos \vartheta x} p(a-x) dx.$$

Sostituendo per $p(x)$ la (49) l'integrazione si effettua senza difficoltà; diamo il risultato esplicito soltanto per il caso limite $N = \infty$:

$$(56) \quad \gamma_{\infty}(a, \vartheta) = \frac{\lambda}{a + \frac{2\lambda}{\sqrt{3}}} \left[\cos \vartheta + \frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\cos \vartheta - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) e^{-\frac{a}{\lambda \cos \vartheta}} \right].$$

6. *Legge di distribuzione angolare dei neutroni termici emergenti dalla paraffina.* - Dalla superficie di un blocco di paraffina contenente una sorgente di neutroni, escono continuamente verso l'esterno dei neutroni termici. Ci proponiamo di determinarne approssimativamente la legge di distribuzione angolare, la cui conoscenza è necessaria per la riduzione delle misure dei coefficienti di assorbimento e per numerosi altri problemi (cfr. *AV*). Un semplice metodo per dedurre questa legge è il seguente:

Abbiamo dimostrato nel § 4, che, nel caso unidimensionale, la densità dei neutroni in prossimità del bordo $x = 0$ della paraffina si comporta come (46). Anche questo risultato può estendersi approssimativamente al caso di tre dimensioni, purché λ si sostituisca con λ' , dato dalla (48). Concludiamo dunque che la densità $n(x)$ dei neutroni termici in un blocco di paraffina limitato a sinistra dal piano $x = 0$ in vicinanza di questo piano si comporta come

$$(57) \quad n(x) = \text{cost} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right).$$

Questa legge può esprimersi anche dicendo che se si estrapola verso l'esterno della paraffina (e cioè verso i valori negativi della x) l'andamento che la densità dei neutroni ha nell'interno della paraffina, si trova che essa si annullerebbe a distanza $\lambda/\sqrt{3}$ dal bordo della paraffina. Per una verifica sperimentale di questa proprietà confronta *AF*, § 11.

Siccome la frequenza degli urti subiti dai neutroni termici in ogni elemento di volume è evidentemente proporzionale a $n(x)$, troviamo che il numero degli urti elastici dei neutroni termici per unità di tempo entro il volume $d\tau$ è:

$$\mu \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right) d\tau$$

μ essendo una costante. La probabilità che un neutrone che ha subito uno di questi urti esca dalla paraffina attraverso al piano $x = 0$, con una inclinazione sulla normale compresa tra ϑ e $\vartheta + d\vartheta$, e senza subire alcun altro urto, è evidentemente:

$$e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2}.$$

Si trova dunque che il numero dei neutroni che escono da una porzione di area S della superficie che limita la paraffina, con inclinazione tra ϑ e $\vartheta + d\vartheta$ ed avendo subito l'ultimo urto in una posizione di ascissa tra x ed $x + dx$ è:

$$\mu \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right) S dx e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2}.$$

Questa espressione, integrata rispetto ad x da 0 a ∞ ci dà il numero totale dei neutroni termici uscenti dalla superficie S con inclinazione tra ϑ e $\vartheta + d\vartheta$; esso risulta:

$$\frac{\lambda^2 S \mu}{2 \sqrt{3}} (\cos \vartheta + \sqrt{3} \cos^2 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

concludiamo dunque che il numero dei neutroni termici che escono dalla paraffina con direzione entro l'elemento di angolo solido $d\omega$ è proporzionale a:

$$(58) \quad (\cos \vartheta + \sqrt{3} \cos^2 \vartheta) d\omega.$$

La legge di distribuzione angolare dei neutroni termici uscenti dalla paraffina è stata calcolata numericamente da Wick; i suoi risultati concordano in modo assai soddisfacente con la (58).

7. *Albedo sperimentale.* - Il metodo seguito sperimentalmente per la determinazione della albedo (cfr. *AF*) è essenzialmente il seguente. Si abbia un rivelatore R dei neutroni lenti, costituito da una lastra piana assai sottile, capace di attivarsi per assorbimento dei neutroni termici e soltanto di questi. Ammetteremo che il rivelatore sia molto sottile, oltre che geometricamente, anche nel senso che la probabilità che un neutrone termico che lo attraversa venga catturato (probabilità determinata dal prodotto dello spessore per il coefficiente di assorbimento per neutroni termici) sia

assai piccola. Si abbia inoltre una lastra di materiale capace di assorbire totalmente i neutroni termici che la attraversano, e soltanto questi.

Effettuiamo due misure dell'attività che si induce nel rivelatore ponendolo una volta (caso *a*) in una data posizione entro un blocco di paraffina assai grande contenente la sorgente; ed una volta (caso *b*) ponendolo di nuovo nella stessa posizione, ma mettendogli accanto da una parte la lastra assorbente. Siano *A* e *B* le attività misurate nelle posizioni *a* e *b*; ci proponiamo di far vedere che il rapporto *A/B* determina la albedo.

Sia infatti \mathcal{N} il numero dei neutroni termici che attraversano il rivelatore nel caso *b*; nel caso *a* il numero dei neutroni termici che attraversano il rivelatore almeno una volta (contando come uno solo anche un neutrone che attraversi il rivelatore più volte) è eguale a $2\mathcal{N}$, poiché i neutroni che colpiscono il rivelatore possono, nel caso *a* essersi originati da ambo le parti di questo. Inoltre mostriamo che un neutrone che traversa una volta il rivelatore, lo attraversa in media $1/(1-\beta)$ volte, β essendo la albedo. Infatti la probabilità che un neutrone, dopo attraversato una volta il rivelatore, lo attraversi una seconda volta, è evidentemente eguale alla albedo β ; e, quindi il numero medio degli attraversamenti è appunto

$$1 + \beta + \beta^2 + \dots = \frac{1}{1-\beta}.$$

In conclusione dunque il numero degli attraversamenti nel caso *a* risulta:

$$\frac{2\mathcal{N}}{1-\beta}.$$

Ammettendo che le attività *A* e *B* siano proporzionali ai numeri di attraversamenti che si hanno nei due casi *a* e *b*, si trova dunque

$$(59) \quad \frac{A}{B} = \frac{2}{1-\beta}$$

e quindi, dalla misura del rapporto *A/B* si può ricavare la albedo β . Abbiamo già più volte osservato che il concetto di albedo non è univocamente definito, poiché il valore del coefficiente di riflessione dipende dalla distribuzione angolare dei neutroni incidenti. Così per esempio la albedo per neutroni incidenti con la legge del coseno risulterebbe diversa dalla albedo per neutroni incidenti normalmente, oppure incidenti con la legge (58). Possiamo dunque intendere che la relazione (59) precisi una possibile definizione della albedo. Chiameremo la albedo definita dalla relazione (59) « albedo sperimentale » poiché il suo valore è quello che si ricava direttamente dalle misure. Dalla (59) si ricava come espressione della albedo sperimentale

$$(60) \quad \beta_{sp} = 1 - \frac{2B}{A}.$$

Per i dettagli delle misure effettive della albedo sperimentale rimandiamo ad *AF*. Notiamo qui che, dato che la albedo che risulta dalle misure è proprio la albedo sperimentale, è importante stabilire la relazione che esprime questa grandezza in funzione del numero medio *N* degli urti che un neutrone subisce prima di venir catturato dai protoni della paraffina.

Stabiliremo questa relazione nel caso limite, praticamente interessante, di N molto grande.

Sia q il numero di neutroni termici che si producono per secondo e per centimetro cubo nella regione in cui si trova il rivelatore R . Nel caso a , essendo per ipotesi R assai sottile, la distribuzione dei neutroni termici circostanti non sarà perturbata dalla sua presenza. Si osservi ora che il cammino medio totale di ciascun neutrone termico nella paraffina è evidentemente $N\lambda$; e quindi il percorso totale dei neutroni termici prodotti per unità di tempo e di volume è $qN\lambda$. Concludiamo dunque che la somma delle lunghezze dei tratti percorsi da neutroni termici nell'unità di tempo attraverso al nostro rivelatore (avente area S , spessore δ , e quindi volume $S\delta$) sarà $S\delta qN\lambda$. Indicando con K il coefficiente di assorbimento dei neutroni termici nel materiale che costituisce il rivelatore e tenendo presente che, per ipotesi, il rivelatore è molto sottile (cioè $K\delta \ll 1$), concludiamo che il numero di neutroni termici catturati per unità di tempo nel rivelatore è: $K\delta SqN\lambda$. L'attività A sarà evidentemente proporzionale a questo numero; essa potrà dunque scri-

$$(61) \quad A = \eta K \delta S q N \lambda,$$

η essendo il coefficiente di proporzionalità.

Per calcolare anche B , osserviamo che, quando da una parte del rivelatore è appoggiata una lastra che assorba completamente i neutroni termici, questi possono raggiungere il rivelatore soltanto se si sono originati dalla parte scoperta di R ; inoltre ogni neutrone potrà attraversare R non più di una volta poiché appena traversato R , esso sarà catturato dall'assorbitore. Il numero di neutroni che colpiscono il rivelatore si calcola osservando che di fronte al rivelatore (di area S) e a distanza da esso tra x ed $x + dx$ si producono $Sq dx$ neutroni termici al secondo. La probabilità che uno di questi raggiunga il rivelatore è data nel nostro caso (N molto grande) dalla (34) in cui si deve scrivere x in luogo di a , e cioè da

$$p(x) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x}.$$

Il numero di neutroni che colpiscono il rivelatore è dunque

$$Sq \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} dx = Sq \lambda \sqrt{\frac{N}{3}}.$$

Per calcolare quanti di questi neutroni restano catturati in R , occorre conoscerne la legge di distribuzione angolare; ammetteremo che questa sia data dalla (58). È infatti evidente che, nel caso b , la presenza di uno strato che assorbe totalmente i neutroni termici, modifica la distribuzione di questi nelle sue vicinanze in modo tale da renderla paragonabile alla distribuzione in vicinanza di una superficie che limita il blocco di paraffina. In base alla (58) si calcola elementarmente che il valor medio del tratto percorso da un neutrone termico che colpisce il rivelatore (di spessore δ) nell'attraversarlo è

$$\sqrt{3} \delta$$

e quindi il numero totale dei neutroni assorbiti entro il rivelatore sarà $K\delta Sg\lambda\sqrt{N}$. L'attività B sarà proporzionale a questo numero, con lo stesso coefficiente η della (61); avremo dunque:

$$(62) \quad B = \eta K\delta Sg\lambda\sqrt{N}.$$

Dalla (60), tenendo presenti (61) e (62) ricaviamo ora il valore della albedo sperimentale

$$(63) \quad \beta_{sp} = 1 - \frac{2}{1N}.$$

Questa formula coincide con il risultato trovato da Wick (loc. cit.) con un procedimento di approssimazione numerica.

Le misure effettuate nella paraffina hanno dato come valore della albedo sperimentale (cfr. *AF*) $\beta = 0,82$. Con questo dato si può ricavare dalla (63) una misura di N; si ottiene precisamente $N = 123$. Se si tenesse conto del fatto che, anche per neutroni termici, esiste una piccola coerenza tra le direzioni di cammini liberi successivi, il valore di N risulterebbe un po' più grande.

8. *Larghezza logaritmica dei gruppi.* - I gruppi di neutroni lenti, ad eccezione del gruppo C, costituito essenzialmente dai neutroni termici, corrispondono, secondo quanto si ritiene, a bande di energia relativamente ristrette. In questa ipotesi essi sono caratterizzati dai valori w_{\min} e w_{\max} delle energie che delimitano la banda. Ci proponiamo qui di esporre i principi su cui è basato il metodo per la determinazione della grandezza

$$\log \frac{w_{\max}}{w_{\min}}$$

che chiameremo, per intenderci, larghezza logaritmica del gruppo. La descrizione della esecuzione effettiva della misura e delle varie correzioni che devono apportarsi si trova in *AF*.

Si noti che la larghezza logaritmica ha un significato fisico immediato; in base a quanto abbiamo detto nella prima parte del § 2, essa rappresenta infatti il numero medio degli urti che un neutrone subisce mentre appartiene al gruppo in questione; ciò è vero naturalmente solo per gruppi aventi energia maggiore di un volt, in modo che siano verificate le premesse fatte nei paragrafi 1 e 2. In tutta la considerazione che segue ci limiteremo a questi casi.

Il procedimento per determinare la larghezza logaritmica è basato sul confronto tra l'attività indotta in un rivelatore G del gruppo g in esame, e quella indotta in un rivelatore R del gruppo termico, avente area eguale a G, e disposto, come nel caso *b* del paragrafo precedente, con un assorbitore totale del gruppo termico da un lato. Supporremo per semplicità che entrambi i rivelatori siano assai sottili nel senso stesso precisato al paragrafo precedente; altrimenti bisogna introdurre delle correzioni per tener conto dell'assorbimento degli elettroni e dei neutroni nel rivelatore stesso.

Per comprendere facilmente il principio del metodo, supporremo dapprima che in un blocco illimitato di paraffina si producano dappertutto q

neutroni veloci per unità di volume e di tempo. Questi, in seguito agli urti, verranno successivamente a rallentarsi fino alla velocità di agitazione termica e saranno infine catturati dai protoni presenti nella paraffina. L'attività B indotta nel rivelatore R dei neutroni termici, quando esso è protetto da un lato da un assorbitore totale dei neutroni termici, sarà data, come nel caso *b* del paragrafo precedente, dalla (62). Per determinare anche l'attività del rivelatore G del gruppo *g*, osserviamo che dalla (6) risulta in questo caso che la densità $n(v) dv$ dei neutroni aventi velocità v e $v + dv$ ed appartenenti al gruppo *g* è

$$n(v) dv = \frac{2 q \lambda_g}{v^2} dv,$$

λ_g essendo il cammino libero medio dei neutroni del gruppo in esame. Da ciò si calcola subito il numero di neutroni di velocità tra v e $v + dv$ che attraversano nell'unità di tempo il rivelatore G formando con la normale ad esso un angolo tra ϑ e $\vartheta + d\vartheta$; tale numero è:

$$2 q \lambda_g S \frac{dv}{v} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta.$$

Se δ è lo spessore del rivelatore e K_g il suo coefficiente di assorbimento per i neutroni del gruppo *g*. La frazione dei neutroni assorbita (tenendo conto che per ipotesi $K_g \delta \ll 1$) sarà $K_g \delta / \cos \vartheta$; e quindi il numero totale dei neutroni *g* assorbiti risulta:

$$2 q S \lambda_g K_g \delta \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \frac{dv}{v} \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = 2 q S \lambda_g K_g \delta \log \frac{v_{\max}}{v_{\min}},$$

dove v_{\min} e v_{\max} sono le velocità corrispondenti alle energie w_{\min} e w_{\max} , per modo che $\log v_{\max}/v_{\min} = 1/2 \log w_{\max}/w_{\min}$. L'attività indotta nel rivelatore G è proporzionale al numero dei neutroni assorbiti per unità di tempo; se η_G è il coefficiente, essa risulta dunque

$$(64) \quad A_g = \eta_G q S \lambda_g K_g \delta \log \frac{w_{\max}}{w_{\min}}.$$

Nella pratica delle esperienze si usa di solito lo stesso corpo, con e senza opportuni filtri assorbenti, sia come rivelatore R dei neutroni termici che come rivelatore G del gruppo *g*; in queste condizioni si ha evidentemente $\eta_G = \eta$. Se quindi si potessero realizzare delle condizioni in cui il numero *q* dei neutroni veloci prodotti per unità di volume e di tempo fosse costante in tutta una grande massa di paraffina, si ricaverebbe, da (62) e (64)

$$(65) \quad \log \frac{w'}{w} = \frac{K \lambda \sqrt{N} A_g}{\lambda_g K_g B}.$$

In pratica la determinazione di $\log w_{\max}/w_{\min}$ non può farsi direttamente per mezzo di questa formula, poiché non è facile produrre una ripartizione uniforme dei neutroni veloci, i quali di solito provengono tutti da una sorgente praticamente puntiforme. E siccome la distanza a cui diffondono i neutroni termici è maggiore di quella a cui diffondono i neutroni degli

altri gruppi, si troverebbe che il rapporto A_g/B non è costante, ma decresce con la distanza dalla sorgente. Un modo semplice per evitare questo inconveniente consiste nell'integrare le equazioni (62) e (64) su tutto il volume (e, occorrendo, anche su tutte le orientazioni del rivelatore). Si trova così un risultato che evidentemente non dipende più dalla uniformità o meno di q , ma soltanto da $Q = \int q \, d\tau$, e cioè dal numero totale dei neutroni veloci prodotti nella unità di tempo. Si trova precisamente, ponendo anche, come si è detto, $\eta_G = \eta$:

$$(66) \quad \begin{cases} \int B \, d\tau = \eta K \delta S Q \lambda \sqrt{N} \\ \int A_g \, d\tau = \eta K_g \delta S Q \lambda_g \log \frac{w_{\max}}{w_{\min}} \end{cases}$$

dalle quali si ricava

$$(67) \quad \log \frac{w_{\max}}{w_{\min}} = \frac{K \lambda \sqrt{N}}{\lambda_g K_g} \frac{\int A_g \, d\tau}{\int B \, d\tau}.$$

Questa formula corretta ancora per tener conto dell'assorbimento nel rivelatore, è stata usata in AF per il calcolo delle larghezze logaritmiche.

PARTE II

MECCANISMO DELL'URTO TRA NEUTRONI E ATOMI DI IDROGENO.

Questa parte sarà dedicata allo studio meccanico-quantistico dell'urto tra i neutroni lenti e i protoni della paraffina. Verrà in particolare esaminato il meccanismo degli urti, tenendo conto del fatto che gli atomi di idrogeno non sono liberi, ma possono considerarsi legati elasticamente a certe posizioni di equilibrio; e verranno discussi i processi che portano alla cattura del neutrone da parte del protone, con formazione di un nucleo di deuterio.

9. *Urto tra neutroni lenti e protoni trascurando l'effetto del legame chimico.* - È evidente che, fino a quando l'energia del neutrone è grande rispetto alla energia del legame chimico dell'idrogeno nella paraffina, si può prescindere, nello studio dell'urto, dall'effetto di questo legame, considerando i protoni come liberi; più precisamente, come abbiamo già osservato, questo procedimento sarà lecito fino a che l'energia w del neutrone sia $\gg \hbar\nu$, e cioè del quanto della frequenza ν del legame elastico degli atomi di idrogeno. Siccome $\hbar\nu$ è al massimo dell'ordine di 0,5 volt, potremo praticamente ritenere i protoni come liberi quando i neutroni hanno energie maggiori di 1 volt. In questo caso il problema degli urti tra neutroni e protoni è abbastanza semplice; poiché, riferendosi alle coordinate relative dei due corpuscoli, lo si riconduce immediatamente al problema dell'urto di un corpuscolo contro un centro di diffusione fisso, problema che si tratta coi classici metodi della

teoria quantistica dell'urto. Come massa, nel calcolo del moto relativo, deve naturalmente prendersi la massa ridotta $M/2$, M essendo il valore comune della massa del protone e del neutrone.

Il dettaglio della teoria dell'urto, anche in questo caso semplice, dipende, come è ovvio, dalle ipotesi che si fanno sulla legge di forza tra neutrone e protone. Si dovrà anche tener conto delle due possibili orientazioni relative (parallela o antiparallela) degli spin del neutrone e del protone.

Ammetteremo, come generalmente si ritiene [5], che le forze neutrone-protone abbiano un raggio d'azione ρ alquanto inferiore a 10^{-12} cm. Esse potrebbero poi derivare da un ordinario tipo di potenziale, oppure rappresentare una interazione di scambio secondo le ipotesi di Heisenberg e di Majorana.

È noto che il nucleo del deuterio ha spin 1; sembra dunque che il suo termine fondamentale debba classificarsi (con le notazioni della spettroscopia degli atomi) come un termine 3S , il cui spin sia la somma degli spin del protone e del neutrone; la energia di legame di questo termine è $2,2 \cdot 10^6$ volt. Oltre al termine fondamentale 3S si può considerare anche un termine di singoletti 1S nel quale gli spin del protone e del neutrone siano antiparalleli. Se le forze neutrone-protone non dipendessero dalla orientazione degli spin, questi due termini dovrebbero evidentemente coincidere; se vi è invece una differenza tra le forze nei due casi, il termine 1S deve essere situato al di sopra del termine fondamentale 3S ; esso sarà reale o virtuale a seconda che la sua energia di legame è positiva o negativa.

Nell'ipotesi che il raggio d'azione delle forze neutrone-protone sia molto piccolo a confronto della lunghezza d'onda di de Broglie, il problema dell'urto può trattarsi col semplice procedimento usato da Bethe e Peierls (loc. cit.); si arriva così alla seguente formula per la sezione d'urto [6]

$$(68) \quad \sigma = \frac{\hbar^2}{\pi M} \left\{ \frac{3}{4} \frac{1}{|w_0| + \frac{1}{2}w} + \frac{1}{4} \frac{1}{|w_1| + \frac{1}{2}w} \right\}$$

dove w_0 e w_1 rappresentano le energie dei due termini 3S ed 1S e w è l'energia del neutrone. Quando w è molto piccolo (si intenda: piccolo rispetto a w_0 e w_1 , pur essendo sempre maggiore di un volt) risulta dalla (68) una sezione d'urto indipendente da w

$$(69) \quad \sigma_1 = \frac{\hbar^2}{\pi M} \left\{ \frac{3}{4} \frac{1}{|w_0|} + \frac{1}{4} \frac{1}{|w_1|} \right\}.$$

Risulta effettivamente dall'esperienza (cfr. *AF*) che, almeno per due gruppi aventi energia maggiore di un volt, il cammino libero medio nella paraffina è approssimativamente lo stesso, e precisamente circa

$$(70) \quad \lambda_g = 1 \text{ cm.}$$

A questo valore del cammino libero medio corrisponde una sezione di urto $\sigma_1 = 12,8 \cdot 10^{-24}$ cm². Assumendo questo valore, e prendendo $w_0 = -2,2 \cdot 10^6$ volt, si ricava dalla (69)

$$|w_1| = 1,86 \cdot 10^{-7} \text{ erg} = 1,16 \cdot 10^5 \text{ volt.}$$

La sezione d'urto relativamente grande dei neutroni lenti per l'idrogeno conduce dunque, secondo questa teoria, a concludere che il termine 3S , reale o virtuale, abbia una energia relativamente assai piccola in valore assoluto.

Ponendo nella (68) questo valore per w_r , e calcolando la sezione d'urto per neutroni veloci, si trovano dei valori troppo piccoli; ciò è probabilmente dovuto alla inesattezza del procedimento di calcolo di Bethe e Peierls per neutroni aventi energie di alcuni milioni di volt. Il valore della sezione di urto dedotto dalla misura di cammino libero medio effettuata da Goldhaber (loc. cit.) per neutroni di circa 200.000 volt ottenuti per effetto fotoelettrico nucleare da deuterio irradiato con i raggi γ del Th C è invece più piccolo di quello che si deduce dalla (68). La precisione delle misure non è però forse sufficiente per trarre delle deduzioni sicure.

10. *Urto di neutroni contro atomi di idrogeno legati.* - Abbiamo più volte osservato che, se l'energia dei neutroni è inferiore a un volt, non è più lecito trascurare il fatto che gli atomi di idrogeno sono legati chimicamente nella paraffina. Ci proponiamo di studiare ora l'urto tra un neutrone e un nucleo di idrogeno, tenendo conto delle forze chimiche che tendono a mantenere l'idrogeno nell'intorno di una posizione di equilibrio.

Il problema si può discutere coi seguenti criteri di approssimazione. Sia ρ il raggio d'azione delle forze neutrone-protone; a l'ordine di grandezza del raggio d'urto tra neutrone e protone; λ infine l'ordine di grandezza della lunghezza d'onda di de Broglie corrispondente ai momenti del neutrone e del protone. Le approssimazioni che ci proponiamo di usare sono legittime se si può scegliere una lunghezza R che soddisfi simultaneamente le disuguaglianze

$$(71) \quad R \ll \lambda \quad ; \quad R \gg \rho \quad ; \quad R \gg a.$$

Queste condizioni si possono soddisfare assai bene per il caso dell'urto tra i neutroni lenti e i protoni nella paraffina. Indicando con x, y, z le coordinate del neutrone e con X, Y, Z quelle del protone, e trascurando l'effetto dello spin dei due corpuscoli, che non ha importanza per i fenomeni che ci interessano presentemente, la Hamiltoniana del sistema potrà scriversi come somma delle energie cinetiche dei due corpuscoli + l'energia potenziale $U(X, Y, Z)$ delle forze chimiche che si esercitano sull'idrogeno + la energia di interazione tra neutrone e protone. Rappresenteremo quest'ultima come una energia potenziale $g(r)$ funzione della distanza r tra neutrone e protone; se anche del resto l'interazione fosse del tipo di Heisenberg o di Majorana, il calcolo si potrebbe svolgere sostanzialmente con lo stesso procedimento.

L'equazione di Schroedinger del sistema può scriversi:

$$(72) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\psi} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} \right) + U\psi + g(r)\psi.$$

Lo scalare di campo $\psi(x, y, z, X, Y, Z)$ sarà evidentemente una funzione con comportamento regolare (nel senso che le sue variazioni saranno pic-

cole per variazioni degli argomenti piccoli in rapporto a λ) dappertutto ad eccezione delle zone in cui r è piccolo. È facile convincersi, tenendo presenti le (71), che le irregolarità avranno luogo per $r < R$ (cfr. anche la discussione sulla fig. 1). Introduciamo una nuova funzione $\bar{\psi}$ che si deduca dalla ψ prendendo la media seguente

$$(73) \quad \bar{\psi}(x, y, z, X, Y, Z) = \frac{1}{\frac{4}{3} \pi R^3} \iiint \psi(\xi, \eta, \zeta, X, Y, Z) d\xi d\eta d\zeta$$

dove l'integrale è esteso a una sfera di raggio R con centro nel punto x, y, z . La funzione $\bar{\psi}$ avrà evidentemente andamento regolare anche per piccoli valori di r .

Ci proponiamo di stabilire per $\bar{\psi}$ una equazione analoga a quella di Schroedinger. Per questo prenderemo la media dei due membri di (72) sopra i punti di una sfera di raggio R con centro in x, y, z ; indicando questa operazione, analoga alla (73), con una sopralineatura, otteniamo, con ovvie considerazioni,

$$(74) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\bar{\psi}} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \dots + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial X^2} + \dots \right) + U\bar{\psi} + \overline{g(r)\psi}.$$

Per calcolare l'ultimo termine si osservi che, nella zona singolare $r < R$, le variazioni della ψ sono essenzialmente dovute all'effetto dell'energia potenziale $g(r)$ la quale, pur essendo diversa da zero solo in una regione assai piccola, prende in essa dei valori grandissimi. Per $r < R$ si potrà anzi prescindere dalle variazioni della ψ dovute agli altri termini della Hamiltoniana, scrivendo la ψ nella forma

$$(75) \quad \psi = c\chi(r)$$

dove la funzione $\chi(r)$ è soluzione dell'equazione

$$(76) \quad \chi''(r) + \frac{2}{r}\chi'(r) = -\frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} g(r)\chi(r)$$

e cioè dell'equazione di Schroedinger (per le sole onde s , poiché a piccola distanza queste sole hanno importanza) per il moto relativo delle due particelle (coordinata r ; massa ridotta $M/2$) e considerando la sola energia potenziale $g(r)$; c rappresenta una funzione variabile regolarmente.

Se normalizziamo la $\chi(r)$ in modo che per r grande essa prenda il valore 1, il raccordo tra l'espressione (75) e i valori di ψ per $r \geq R$ si ottiene evidentemente identificando c con la funzione lentamente variabile $\bar{\psi}$. Potremo dunque porre in generale

$$(77) \quad \psi(x, X) = \bar{\psi}(x, X)\chi(r).$$

Con la posizione $\chi(r) = \frac{1}{r}v(r)$, la (76) diventa

$$(78) \quad v''(r) = -\frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} g(r)v(r).$$

L'andamento di $v(r)$ è rappresentato nella fig. 1. Per $r > \rho$ il grafico di $v(r)$ è rettilineo; per la condizione di normalizzazione di poi, l'inclina-

zione della retta asintoto della curva $v(r)$ deve rendersi eguale a 45° ; per modo che si avrà

$$(79) \quad v(r) = a + r \quad \text{per } r > \rho.$$

Il significato della costante a è chiaro dalla figura.

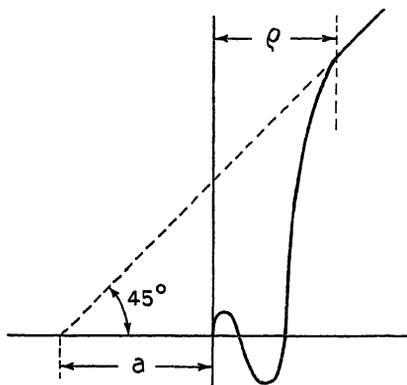


Fig. 1.

Tenendo presenti le (71) e trascurando ρ in confronto a R si riconosce che $\overline{g(r)\psi}$ sarà diverso da zero se i punti x, y, z e X, Y, Z distano meno di R . Se ciò è, si trova, (tenendo presente che $\rho \ll R$, e che $\bar{\psi}$ non varia sensibilmente entro regioni delle dimensioni R)

$$\begin{aligned} \overline{g(r)\psi} &= \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int g(r)\bar{\psi}(x, X)\chi(r) d\tau \\ &= \frac{4\pi\bar{\psi}(x, X)}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^\infty g(r)v(r) r dr. \end{aligned}$$

L'integrale si calcola facilmente tenendo presenti (78), (79) ed il fatto che $v(0) = 0$ (cfr. fig. 1). Si trova:

$$\int_0^\infty g(r)v(r) r dr = \frac{\hbar^2}{4\pi^2 M} \int_0^\infty v''(r) r dr = \frac{\hbar^2}{4\pi^2 M} \left| v' r - v \right|_0^\infty = -\frac{\hbar^2 a}{4\pi^2 M}.$$

In conclusione otteniamo infine

$$\overline{g(r)\psi} = -\frac{\hbar^2 a}{\pi M} \bar{\psi}(x, X) \delta_R(r)$$

dove la funzione $\delta_R(r)$ è eguale a zero se $r > R$; ed altrimenti è eguale $3/4\pi R^3$ (per modo che il suo integrale di volume esteso a tutto lo spazio è eguale a 1). Sostituendo nella (74) si ottiene l'equazione cercata per $\bar{\psi}$:

$$(80) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\bar{\psi}} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \dots + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial X^2} + \dots \right) + U(X, Y, Z) \bar{\psi} - \frac{\hbar^2 a}{\pi M} \delta_R(r) \bar{\psi}.$$

L'urto tra neutrone e protone è determinato dalla presenza dell'ultimo termine che rappresenta la interazione tra i due corpuscoli. È facile convincersi che, con l'equazione (80), l'urto si può calcolare mediante la prima approssimazione del metodo di Born (infatti il termine di interazione determina solo una piccola irregolarità in ψ); inoltre, nel calcolare gli elementi di matrice del termine di interazione, la funzione δ_R potrà identificarsi con la funzione δ di Dirac (tridimensionale), poiché le grandezze contenute in (80) variano lentamente entro il campo in cui δ_R è diverso da zero.

Applicando il classico procedimento di Born si trova così senza difficoltà la seguente espressione per la sezione d'urto differenziale $\sigma_{m,n,d\omega}$ relativa a un processo d'urto in cui l'atomo di idrogeno passa dallo stato iniziale m allo stato finale n , mentre il neutrone viene diffuso entro una direzione appartenente all'elemento di angolo solido $d\omega$:

$$(81) \quad \sigma_{m,n,d\omega} = 4 a^2 \frac{p}{p_0} d\omega \left| \int u_m^* u_n e^{\frac{2\pi i}{h} ((p-p_0) \cdot X)} d\tau \right|^2$$

dopo p_0 rappresenta il momento del neutrone prima dell'urto; $u_m(X, Y, Z)$ ed $u_n(X, Y, Z)$ sono le autofunzioni che descrivono lo stato del protone prima e dopo l'urto ed alle quali corrispondono le energie w_m e w_n ; p è la quantità di moto del neutrone dopo l'urto, la cui grandezza, per il principio della conservazione dell'energia, è data da

$$(82) \quad \frac{p^2}{2M} = \frac{p_0^2}{2M} + w_m - w_n$$

mentre la direzione è quella dell'elemento $d\omega$.

Prima di passare ad ulteriori applicazioni discutiamo la (81) in due casi estremi:

1° *Caso che gli idrogeni siano fortemente legati.* (Più precisamente che la regione, in cui la autofunzione u_m dello stato iniziale del protone è diversa da zero, sia piccola in confronto alla lunghezza d'onda di de Broglie del neutrone). - In questo caso l'esponenziale nell'integrale che figura in (81) può ritenersi costante entro la regione in cui il fattore u_m non è nullo. Segue allora, dalla ortogonalità delle autofunzioni del protone, che l'integrale differisce da zero solo per $n = m$, nel qual caso il quadrato del suo modulo è $= 1$. Concludiamo dunque che, nel caso presente, si hanno solo urti nei quali non varia l'energia dell'idrogeno e quindi, secondo (82), anche il neutrone conserva intera la sua energia cinetica ($p = p_0$); la sezione d'urto per processi in cui il neutrone è diffuso in $d\omega$ risulta in questo caso da (81)

$$(83) \quad \sigma_{d\omega} d\omega = 4 a^2 d\omega$$

che ci mostra che la diffusione è isotropa. La sezione totale si trova integrando la precedente rispetto all'angolo solido totale e risulta

$$(84) \quad \sigma = 16 \pi a^2.$$

2° *Caso che gli idrogeni siano liberi.* - In questo caso le autofunzioni u_m ed u_n del protone si possono caratterizzare mediante i rispettivi momenti

p_m e p_n ; esse si scrivono nella consueta forma esponenziale. Si deduce allora senza difficoltà che l'integrale in (81) è diverso da zero solo se

$$(85) \quad p_n + p = p_m + p_0$$

che esprime la legge di conservazione della quantità di moto; se (85) è soddisfatta, il quadrato del modulo del predetto integrale risulta = 1. La (82) prende inoltre la forma

$$(86) \quad p_n^2 + p^2 = p_m^2 + p_0^2.$$

Riferendoci ad un sistema in cui l'idrogeno sia inizialmente fermo, in cui cioè si abbia $p_m = 0$, (85) e (86) prendono le forme

$$(87) \quad p_n + p = p_0 \quad ; \quad p_n^2 + p^2 = p_0^2.$$

Da queste relazioni si ricava con considerazioni elementari

$$(88) \quad p = p_0 \cos \vartheta$$

ϑ essendo l'angolo tra p e p_0 . Siccome p e p_0 sono essenzialmente positive risulta intanto che la diffusione avviene solo sotto angoli acuti. Da (81) ricaviamo poi la sezione d'urto differenziale

$$(89) \quad \sigma_{d\omega} d\omega = 4 a^2 \cos \vartheta d\omega.$$

La sezione d'urto totale risulta, integrando sulla semisfera $\cos \vartheta > 0$

$$(90) \quad \sigma = \int_0^{\pi/2} 4 a^2 \cos \vartheta \cdot 2 \pi \sin \vartheta d\vartheta = 4 \pi a^2.$$

Il confronto di questa equazione con la (84) mostra che la sezione d'urto per idrogeni fortemente legati è quadrupla che per idrogeni liberi. Ciò significa che quando l'energia cinetica del neutrone, da valori superiori a un volt (per i quali gli idrogeni si possono praticamente considerare come liberi), scende a valori molto piccoli (per i quali invece gli idrogeni si debbono considerare fortemente legati) la sezione d'urto diventa quadrupla e quindi il cammino libero medio si riduce a 1/4. Nel caso dei neutroni termici, come sarà meglio precisato nel paragrafo seguente, si è abbastanza prossimi a questo valore limite, il quale tuttavia non è ancora completamente raggiunto. Si deve pertanto attendere che il cammino libero medio, pur essendo, per neutroni termici, notevolmente minore del cammino libero medio per neutroni lenti di energia maggiore di un volt, sia tuttavia un po' più grande di un quarto di quest'ultimo. Risulta inoltre da (83) che, nel caso limite in cui l'energia del neutrone è piccolissima, la diffusione avviene isotropicamente; anche questo risultato è vero solo approssimativamente per neutroni termici, poiché per essi, come sarà precisato nel prossimo paragrafo, esiste una leggera prevalenza delle diffusioni sotto angoli piccoli.

11. *Idrogeno legato elasticamente.* - Per studiare i casi intermedi tra i due casi limite ultimamente discussi, specializzeremo le nostre ipotesi ammettendo che l'atomo di idrogeno sia legato ad una posizione di equilibrio

(supposta nell'origine delle coordinate) da una forza elastica isotropa. In questo caso le espressioni delle varie sezioni d'urto possono, come vedremo, ottenersi in forma chiusa. Ammetteremo anche che lo stato di oscillazione in cui si trova inizialmente l'atomo di idrogeno sia quello di energia minima.

Se ν è la frequenza delle oscillazioni dell'atomo di idrogeno, l'energia dei suoi stati di oscillazione (misurandola per comodità a partire dall'energia dello stato fondamentale presa eguale a zero) sarà

$$(91) \quad w_n = n h \nu$$

con n intero. Decomponendo il moto dell'oscillatore nelle sue tre componenti X, Y, Z , il numero quantico totale n risulta dato dalla somma dei tre numeri quantici parziali

$$(92) \quad n = n_1 + n_2 + n_3$$

che caratterizzano completamente uno stato di oscillazione. Lo stato iniziale m ha per ipotesi i tre numeri quantici eguali allo zero.

La funzione corrispondente ai numeri quantici n_1, n_2, n_3 è il prodotto di tre autofunzioni dell'oscillatore unidimensionale scritte per le tre coordinate X, Y, Z ; e cioè:

$$u_{n_1 n_2 n_3} = \left(\frac{4 \pi m \nu}{\hbar} \right)^{3/4} \frac{H_{n_1}(\xi) H_{n_2}(\eta) H_{n_3}(\zeta)}{\sqrt{2^{n_1} n_1! n_2! n_3!}} e^{-\frac{\nu}{2} (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)}$$

dove si è posto

$$(94) \quad \xi = X \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{\hbar}} \quad ; \quad \eta = Y \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{\hbar}} \quad ; \quad \zeta = Z \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{\hbar}}$$

e le H rappresentano i polinomi di Hermite. La autofunzione dello stato iniziale è semplicemente

$$u_{000} = \left(\frac{4 \pi m \nu}{\hbar} \right)^{3/4} e^{-\frac{\nu}{2} (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)}.$$

L'integrale di volume che figura nel secondo membro di (81) si riconduce al prodotto di tre integrali semplici del tipo seguente:

$$(95) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} H_s(x) e^{-x^2} e^{iQ_s} dx = i \sqrt{\pi} Q_s e^{-Q_s^2/4}.$$

Per mezzo di questa formula otteniamo da (81) con facili calcoli

$$(96) \quad \sigma_{n_1 n_2 n_3} d\omega = 4 a^2 \frac{P}{P_0} d\omega \frac{(P_x - P_{0x})^{2n_1}}{n_1!} \frac{(P_y - P_{0y})^{2n_2}}{n_2!} \frac{(P_z - P_{0z})^{2n_3}}{n_3!} e^{-(P - P_0)^2}.$$

Si è posto

$$(97) \quad P_0 = \frac{p_0}{\sqrt{2 M \hbar \nu}} \quad ; \quad P = \frac{p}{\sqrt{2 M \hbar \nu}}$$

per modo che P_0^2 e P^2 rappresentano le energie del neutrone prima e dopo l'urto divise per $\hbar \nu$. La (82) diventa

$$(98) \quad P^2 = P_0^2 - n.$$

Sommando la (96) rispetto a tutte le soluzioni intere e non negative della (92) corrispondenti a un dato valore di n , otteniamo la sezione d'urto parziale per processi in cui il neutrone viene diffuso in $d\omega$ e l'idrogeno viene eccitato in uno degli stati di oscillazione di energia (91). La somma si effettua facilmente in forma chiusa (ricordando le formule per lo sviluppo della potenza n -esima del trinomio) e si trova:

$$(99) \quad \sigma_{n,d\omega} = 4 a^2 \frac{P}{P_0} d\omega \frac{(P - P_0)^{2n}}{n!} e^{-(P - P_0)^2}.$$

Questa, per mezzo della (98) può anche scriversi

$$(100) \quad \sigma_{n,d\omega} = 4 a^2 \frac{\sqrt{P_0^2 - n}}{P_0} \frac{(2 P_0^2 - n - 2 P_0 \sqrt{P_0^2 - n} \cos \vartheta)^n}{n!} e^{-(2 P_0^2 - n - 2 P_0 \sqrt{P_0^2 - n} \cos \vartheta)}$$

ϑ essendo l'angolo tra $d\omega$ e la direzione di P_0 .

La (100) permette di risolvere i diversi problemi sull'urto. Integrandola su tutto l'angolo solido si ricavano i valori della sezione d'urto par-

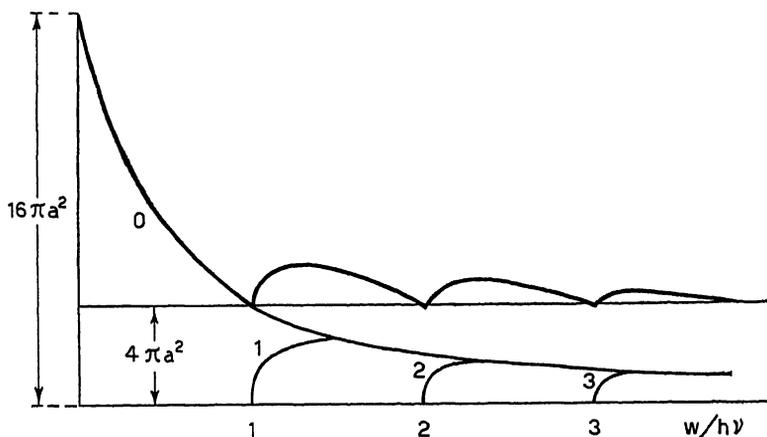


Fig. 2.

ziale σ_n relativa a urti in cui l'atomo di idrogeno viene eccitato nell' n -esimo stato di oscillazione. Essa risulta

$$(101) \quad \sigma_n = \frac{4 \pi a^2}{n! P_0^2} \int_{\xi^n}^{\sqrt{2 P_0^2 - n + 2 P_0 \sqrt{P_0^2 - n}}} e^{-\xi} d\xi ;$$

naturalmente poi σ_n deve porsi eguale allo zero se $P_0^2 < n$, e cioè se il neutrone incidente non ha energia sufficiente per eccitare lo stato n .

L'andamento di σ_n in funzione di $P_0^2 = w/h\nu$ è rappresentato nella fig. 2 (curve 0, 1, 2, 3, ...). La curva a tratto grosso è la sezione d'urto totale, somma delle sezioni d'urto parziali. La curva asintotica comune delle curve che rappresentano $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots$ è, come si riconosce dalla (101), l'iperbole equilatera

$$\frac{4 \pi a^2}{w/h\nu}.$$

Si noti l'andamento della sezione d'urto totale: per energia nulla il suo valore è $16 \pi a^2$. Per $w = \hbar v$ essa si è già ridotta ad un valore di pochissimo inferiore a un quarto del precedente; col crescere ulteriore della energia essa si mantiene con oscillazioni sempre meno ampie nell'intorno del valore limite $4 \pi a^2$. Questi risultati concordano con le conclusioni generali del paragrafo precedente.

Quando l'energia w è minore di $\hbar v$ la sezione d'urto totale si riduce alla sola σ_0 ; da (101), ricordando che $P_0^2 = w/\hbar v$, questa risulta

$$(102) \quad \sigma_0 = 4 \pi a^2 \frac{1 - e^{-4 w/\hbar v}}{w/\hbar v}.$$

Mentre la dipendenza angolare è determinata dalla (100), che si riduce a

$$(103) \quad \sigma_{0,d\omega} = 4 a^2 e^{-\frac{2w}{\hbar v} (1 - \cos \theta)}.$$

Da questa equazione si riconosce che, conformemente ai risultati del paragrafo precedente, la diffusione tende a diventare isotropa per $w \ll \hbar v$; mentre se w è di poco inferiore ad $\hbar v$ la anisotropia è considerevole. Per neutroni termici ($w \sim 0,037$ volt) $w/\hbar v$ è dell'ordine di $1/10$; ciò non ostante la anisotropia non è ancora del tutto trascurabile; parimenti la sezione di urto è in realtà ancora alquanto più piccola del quadruplo della sezione di urto limite per $w \gg \hbar v$, essendo il rapporto più prossimo a 3 che a 4.

Notiamo infine che, se gli atomi di idrogeno fossero legati elasticamente a delle posizioni fisse di equilibrio, come abbiamo supposto nel corso di questa trattazione, appena l'energia w del neutrone, con successivi urti, fosse scesa al di sotto di $\hbar v$, essa non potrebbe ulteriormente decrescere fino al valore dell'agitazione termica. La possibilità di un ulteriore rallentamento del neutrone, anche dopo che la sua energia è discesa al di sotto del quanto delle vibrazioni elastiche, dipende dalla circostanza che gli atomi di idrogeno nel reticolo cristallino di un corpo solido non sono legati a posizioni di equilibrio fisse, ma agli atomi circostanti i quali sono essi stessi mobili. Per conseguenza, come è ben noto, le frequenze di oscillazione formano uno spettro continuo che si estende fino alla frequenza zero, ciò che permette la riduzione dell'energia fino al valore dell'agitazione termica. Naturalmente però, quando l'energia è già ridotta ad un valore dell'ordine di grandezza o inferiore al valor medio del quanto delle oscillazioni elastiche, il processo di rallentamento è notevolmente meno rapido che per energie maggiori, di modo che per ridurre l'energia a $1/e$ del suo valore occorre in media più di un urto.

Una valutazione del numero di urti necessario per ridurre l'energia da $\hbar v$ fino alla energia di agitazione termica (riduzione all'incirca di un fattore 10) conduce a ritenere che per questo processo possano occorrere approssimativamente 10 urti; mentre se il rallentamento avvenisse con la stessa legge che si ha per neutroni di energia maggiore di un volt ne basterebbero 2 o 3.

12. *Il processo di cattura dei neutroni.* - Abbiamo più volte detto che i neutroni termici nella paraffina hanno una vita media finita τ , poiché essi

possono venir catturati dai protoni presenti nell'ambiente riunendosi ad essi per formare dei nuclei di idrogeno pesante. L'ordine di grandezza di τ è stato valutato con una esperienza diretta [7] dalla quale è risultato $\tau \sim 10^{-4}$ s. Altrimenti τ può dedursi dalla conoscenza del cammino libero medio λ dei neutroni termici, e del numero medio N degli urti che un neutrone termico subisce prima di venir catturato. Da questo metodo (cfr. *AF*, § 13) risulta, in buon accordo con la valutazione diretta $\tau = 1,7 \cdot 10^{-4}$ s.

In questo paragrafo discuteremo il meccanismo dei processi di cattura dei neutroni da parte dei protoni [8], arrivando così teoricamente a una determinazione di τ che è in ottimo accordo con le determinazioni sperimentali.

La teoria che segue è basata sull'ipotesi che le transizioni in cui un neutrone lento si combina con un protone per formare un deutone (emetendo l'energia che si libera in forma di un quanto gamma) siano determinate dalle oscillazioni del momento magnetico del sistema neutrone-protone. Si trova infatti che le transizioni ordinarie, dovute alle oscillazioni del dipolo elettrico, sono proibite nel caso dei neutroni lenti: ammettiamo di transizioni da uno stato 1S del continuo allo stato fondamentale 3S perché, come risulta dalla ordinaria teoria dell'urto, nel caso dei neutroni lenti, la cattura può avvenire soltanto a partire da stati S del continuo (poiché negli stati P, D, \dots i due corpuscoli restano troppo distanziati per poter interagire efficacemente). Ora è noto che gli ordinari processi di irradiazione per dipolo o per quadrupolo elettrico sono proibiti per le transizioni $S \rightarrow S$. Vi è invece, come preciseremo meglio tra poco, la possibilità di transizione da uno stato 1S del continuo allo stato fondamentale 3S del deutone col meccanismo della radiazione per dipolo magnetico.

Le formule per il calcolo della irradiazione dovuta alle vibrazioni di un dipolo magnetico sono sostanzialmente analoghe (data la simmetria tra campo elettrico e magnetico nelle equazioni di Maxwell) a quelle valide per il caso del dipolo elettrico; la probabilità di transizione tra due stati i e j è

$$(104) \quad \frac{64 \pi^4 \nu^3}{3 \hbar c^3} |\mu_{ij}|^2$$

dove μ_{ij} è l'elemento di matrice i, j del momento magnetico μ del sistema e ν la frequenza emessa nella transizione.

Indichiamo con gli indici 0,1 i due termini 3S (termine fondamentale del deutone, avente $w_0 = -2,2 \cdot 10^6$ volt) e 1S (termine del continuo rappresentante uno stato del neutrone lento avente energia w piccolissima in confronto a w_0). Per il calcolo dell'elemento di matrice μ_{01} , si procede come segue:

La autofunzione ψ del sistema neutrone-protone dipende dalle coordinate x, y, z, s di posizione e di spin del neutrone e delle coordinate X, Y, Z, S di posizione e di spin del protone. Riferendoci ad un sistema in cui è fisso il centro di gravità neutrone-protone, le autofunzioni dei termini $S, {}^1S$ e 3S , dipenderanno, oltre che dalle coordinate di spin s ed S , soltanto dalla distanza r dal protone al neutrone. Siccome poi ciascuna delle due coordinate di spin è suscettibile di prendere solo due valori ($+1$ e -1) segue che

ogni autofunzione sarà l'insieme di quattro funzioni delle sole coordinate di posizione. Le disponiamo nel quadro

$$\psi = \begin{vmatrix} \psi_{xx} & \psi_{x-x} \\ \psi_{-xx} & \psi_{-x-x} \end{vmatrix}$$

intendendo che il primo ed il secondo indice si riferiscano rispettivamente ai valori di s ed S . Si riconosce facilmente che, con questa notazione, la unica autofunzione di un termine 2S si scrive nella forma

$$(105) \quad \psi ({}^2S) = \begin{vmatrix} 0 & -v(r)/\sqrt{2r} \\ v(r)/\sqrt{2r} & 0 \end{vmatrix}$$

in cui la funzione $v(r)$ soddisfa all'equazione

$$(106) \quad \frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{4\pi^2 M}{h^2} [w - g_1(r)] v(r) = 0.$$

$g_1(r)$ rappresenta l'energia potenziale della interazione neutrone-protone quando i due corpuscoli hanno spin antiparalleli; $M/2$ è la massa ridotta. Nel caso nostro, in cui lo stato 2S rappresenta il neutrone lento, la funzione $v(r)$, per valori di r piccoli in confronto alla lunghezza d'onda di de Broglie è del tipo rappresentato nella fig. 1.

Le tre autofunzioni del termine fondamentale 3S saranno date similmente da

$$(106) \quad \psi ({}^3S_x) = \begin{vmatrix} u(r)/r & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad \psi ({}^3S_0) = \begin{vmatrix} 0 & u(r)/\sqrt{2r} \\ u(r)/\sqrt{2r} & 0 \end{vmatrix};$$

$$(\psi {}^3S_{-x}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & u(r)/r \end{vmatrix}$$

dove la $u(r)$ soddisfa all'equazione

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{4\pi^2 M}{h^2} [w_0 - g_3(r)] u(r) = 0$$

$g_3(r)$ rappresenta l'energia potenziale dell'interazione quando gli spin sono paralleli; $g_3(r)$ sarà in genere diverso da $g_1(r)$ (cfr. § 9).

Per calcolare gli elementi di matrice del momento magnetico μ osserviamo che questo è la somma vettoriale dei momenti magnetici intrinseci dei due corpuscoli. Siano μ_n e μ_p i valori dei momenti magnetici del neutrone e del protone (da prendersi con segno $+0-$ a seconda che il momento magnetico è parallelo o antiparallelo rispetto al momento meccanico intrinseco del corpuscolo; in realtà il momento magnetico del neutrone è negativo e quello del protone positivo). Le componenti dei momenti magnetici vettoriali μ_n e μ_p si ottengono moltiplicando μ_n e μ_p per gli operatori di Pauli, operanti rispettivamente sulle coordinate s ed S . Si scrivono così senza difficoltà gli operatori che rappresentano le componenti μ_x, μ_y, μ_z del momento magnetico totale $\mu = \mu_p + \mu_n$. Per esempio μ_x opera al modo seguente:

$$\mu_x \begin{vmatrix} \psi_{xx} & \psi_{x-x} \\ \psi_{-xx} & \psi_{-x-x} \end{vmatrix} = \mu_n \begin{vmatrix} \psi_{xx} & \psi_{x-x} \\ -\psi_{-xx} & -\psi_{-x-x} \end{vmatrix} + \mu_p \begin{vmatrix} \psi_{xx} & -\psi_{x-x} \\ \psi_{-xx} & -\psi_{-x-x} \end{vmatrix}.$$

Da (105) e (107) gli elementi di matrice di μ_x risultano allora

$$\mu_x(^2S, ^3S_x) = \mu_x(^2S, ^3S_{-x}) = 0 \quad ; \quad \mu_x(^2S, ^3S_0) = 4\pi(\mu_p - \mu_n) \int_0^\infty uv \, dr.$$

In modo analogo si trova

$$-\mu_x(^2S, ^3S_x) = \mu_x(^2S, ^3S_{-x}) = 4\pi \frac{\mu_p - \mu_n}{\sqrt{2}} \int_0^\infty uv \, dr \quad ; \quad \mu_x(^2S, ^3S_0) = 0$$

$$\mu_y(^2S, ^3S_x) = \mu_y(^2S, ^3S_{-x}) = 4\pi i \frac{\mu_p - \mu_n}{\sqrt{2}} \int_0^\infty uv \, dr \quad ; \quad \mu_y(^2S, ^3S_0) = 0.$$

La probabilità di transizione si trova ponendo in (104) al posto di $|\mu_{ij}|^2$ la somma dei quadrati dei moduli di tutti questi elementi di matrice; essa risulta dunque

$$(109) \quad \frac{1024 \pi^6 v^3}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^\infty uv \, dr \right)^2.$$

Per applicare questa formula al problema della cattura dei neutroni lenti la $u(r)$ (u/r = autofunzione radiale dello stato fondamentale del deutone) deve normalizzarsi in modo che

$$(110) \quad 4\pi \int_0^\infty u^2 \, dr = 1.$$

Per quanto riguarda invece la $v(r)$ (v/r = autofunzione radiale dello stato 2S del continuo che rappresenta il neutrone lento), la sua normalizzazione, scelta nel § 10 (cfr. formula (79) e fig. 1) corrisponde al caso che la densità dei neutroni lenti che si trovano in uno stato di singoletti rispetto al protone sia = 1; siccome i pesi statistici degli stati di singoletti e di tripletti stanno come 1 : 3, la densità totale dei neutroni lenti che corrisponde alla detta normalizzazione è = 4. Dato questo, ed indicando con V la velocità dei neutroni lenti e con σ_{ca} la sezione d'urto per i processi di cattura, la probabilità di transizione per il processo di cattura risulta evidentemente = $4V\sigma_{ca}$; dal confronto con (109) ricaviamo dunque

$$(111) \quad \sigma_{ca} = \frac{1}{V} \frac{256 \pi^6 v^3}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^\infty uv \, dr \right)^2.$$

Si noti in particolare in questa formula che la sezione d'urto di cattura risulta inversamente proporzionale alla velocità. Indicando con τ la vita media di un neutrone lento in un ambiente che contenga idrogeno alla concentrazione di n atomi per cm^3 si ha $\tau V n \sigma_{ca} = 1$; si trova dunque

$$(112) \quad \frac{1}{\tau} = n \frac{256 \pi^6 v^3}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^\infty uv \, dr \right)^2.$$

Per il calcolo effettivo dell'integrale contenuto in queste formule useremo il procedimento di Bethe e Peierls (loc. cit.) consistente nel trascurare le irregolarità delle due funzioni u e v per $r < \rho$ (ρ = raggio d'azione) dato che, essendo ρ assai piccolo, il contributo ai vari integrali della regione $r < \rho$ è poco importante. Per $r > \rho$ risulta integrando la (108) e tenendo conto della condizione di normalizzazione (110)

$$(113) \quad u(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-\frac{r}{b}}, \quad b = \sqrt{\frac{\hbar^2}{4\pi^2 M |w_0|}} = 0,43 \cdot 10^{-12}.$$

(La normalizzazione è stata calcolata ammettendo, per le ragioni indicate, che la (113) valga fino ad $r = 0$; il valore numerico della lunghezza b corrisponde all'energia di legame $-w_0 = 2,2 \cdot 10^6$ volt).

Secondo la (79) la $v(r)$ per $r > \rho$ è data da

$$(114) \quad v(r) = a + r \quad ; \quad a = \pm \sqrt{\frac{\hbar^2}{4\pi^2 M |w_r|}} = 1,88 \cdot 10^{-12}$$

dove w_r rappresenta l'energia dello stato reale o virtuale 2S di cui si è parlato nel § 9 (da non confondersi con l'energia w dell'altro stato 2S che rappresenta invece il neutrone lento). Il valore numerico di $|w_r|$ è stato preso equivalente a $1,16 \cdot 10^5$ volt (cfr. § 9). Calcolando l'integrale in (112), con l'ammettere (113) e (114) valide fino ad $r = 0$, si trova subito:

$$(115) \quad \frac{1}{\tau} = n \frac{128 \pi^5 v^2}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 (a + b)^2 b.$$

Introducendo in questa equazione i valori numerici $n = 7,8 \cdot 10^{22}$; $v = -w_0/\hbar = 5,38 \cdot 10^{29}$ otteniamo, a seconda che si prende il segno $+ 0 -$ nella seconda (114)

$$(116) \quad \frac{1}{\tau} = 61 \left(\frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_0} \right)^2 \quad \text{oppure} \quad \frac{1}{\tau} = 154 \left(\frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_0} \right)^2$$

dove μ_0 è il magnetone nucleare. La prima corrisponde ad a negativo (livello 2S del § 9 reale); la seconda ad a positivo (livello 2S virtuale).

Per il momento magnetico del protone ammetteremo un valore di $\mu_p = 2,88 \mu_0$ (media dei risultati delle misure di Stern, Estermann e Frisch e di Rabi, Kellogg e Zacharias [9]). Il momento magnetico del neutrone si ottiene come differenza tra quello del deutone e quello del protone; prendendo come momento del deutone $0,75 \mu_0$ si trova $\mu_n = -2,13 \mu_0$ (si noti il segno $-$). Dalle (116) si ottiene così

$$\tau = 6,5 \cdot 10^{-4} \quad \text{oppure} \quad \tau = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ s.}$$

Il secondo di questi due valori si accorda in modo ottimo con il risultato delle esperienze sui neutroni lenti ($\tau = 1,7 \cdot 10^{-4}$). Ciò sembrerebbe costituire una indicazione che valga la seconda delle (116) e cioè che il livello 2S del deutone sia virtuale.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] E. AMALDI, E. FERMI, *Sopra l'assorbimento e la diffusione dei neutroni lenti*, « Ric. Scientifica », 7 (1), 454 (1936). In questo lavoro sono citate le pubblicazioni preliminari su questo argomento.
- [2] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », A 149, 522 (1935).
- [3] E. FERMI, *Zeeman Festschrift*, p. 128, L'Aia, Martinus Nijhoff, 1935.
- [4] G. C. WICK, « Rend. Lincei », 23, 774 (1936).
- [5] H. A. BETHE, R. PEIERLS, « Proc. Roy. Soc. », A 148, 146 (1934); 149, 176 (1934).
- [6] Deve tenersi conto del fatto che il rapporto dei pesi statistici degli strati di singoletti e tripletti è 1 : 3 ; cfr. anche M. GOLDHABER, « Nature » (London), 137, 824 (1936).
- [7] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 6 (1), 581 (1935).
- [8] E. FERMI, « Phys. Rev. », 48, 570 (1935).
- [9] R. FRISCH, O. STERN, « Z. Physik », 85, 4 (1933); I. ESTERMANN, O. STERN, « Z. Physik », 85, 17; 86, 132 (1933); I. I. RABI, J. M. KELLOGG, J. R. ZACHARIAS, « Phys. Rev. », 46, 157, 163 (1934); per i segni dei momenti magnetici del protone e del deutone vedi gli stessi autori, « Nature », (London), 137, 658 (1936).

119 *b.*ON THE MOTION OF NEUTRONS IN
HYDROGENOUS SUBSTANCES

« Ric. Scientifica », 7 (2), 13 (1936).

(Translated from the Italian by G. M. TEMMER).

In this paper we shall discuss some of the properties of slow neutrons from the theoretical viewpoint. In the first part, the slowing down and diffusion of neutrons in hydrogenous media will be studied omitting the quantum-mechanical analysis of the collision process (elastic or inelastic) between the neutrons and the protons of the hydrogenous substance. The second part will be devoted to the study of the collision mechanism instead. In this work will also be given the mathematical proofs of several formulae which were used by Amaldi and Fermi [1] in their interpretation of certain slow neutron measurements. These investigations, to which we shall often refer in the following pages to illustrate the connections between existing theories and experiment, will be denoted by *AF*.

PART I.

DIFFUSION AND SLOWING DOWN OF NEUTRONS.

When a neutron is emitted from a source in an hydrogenous medium (which in practice will always be paraffin or water; for convenience in what follows we shall normally imply paraffin) it will rapidly undergo a slowing down process due to the collisions with the hydrogen atoms [2]. It can easily be shown that with each impact the logarithm of the neutron energy decreases on the average by one unit (reduction of the energy by $1/e$) in such a way that after about twenty collisions the neutron energy is reduced, from an initial value of several million volts, to the energy of thermal agitation. In the diffusion process of the neutrons in the hydrogenous medium, we must therefore distinguish:

(*a*) a slowing down phase during which the neutron energy is reduced from its initial value to the energy of thermal agitation;

(*b*) a thermal diffusion phase during which the neutron, having now attained thermal energies, no longer loses any energy on the average in the successive collisions with the hydrogen atoms, and continues its motion of diffusion until it escapes from the hydrogenous medium or is captured by hydrogen or by some other atom present in the medium.

1. *The slowing down phase.* - In the study of the slowing down process we assume at first that the hydrogen atoms may be considered to be at rest, and that one can also overlook the fact that they are not free but are bound by chemical bonds. These hypotheses will evidently be justified as long as the energy w of the neutron is still appreciably greater than the energy of the chemical bonds; more precisely the condition of validity is that $w \gg h\nu$, ν being the frequency of the hydrogen atoms due to the chemical bond. The order of magnitude of this frequency in common hydrogenous substances is between 1000 and 4000 cm^{-1} , so that we can maintain our hypothesis as long as the neutron energy does not decrease to a value below 1 volt. The further slowing down process, from this limit down to thermal energies ($\sim 1/30$ volt) is complicated by effects due to the chemical binding of hydrogen and will be discussed in the following.

As long as the neutron energy is greater than 1 volt, we shall assume that the direction of motion of the neutron after a collision will be distributed with equal probability in all directions, provided that the motion be referred to a system in which the center of mass of the colliding neutron and proton is at rest. If instead we refer to the laboratory system in which the proton is initially at rest, and taking into account the fact that the neutron and proton have equal masses, it is easily recognized by an immediate application of the principles of conservation of energy and momentum, that the angle ϑ included between the trajectories of the neutron before and after the impact is always acute; more precisely one finds, calling w and w' the energies of the neutron before and after the collision, the relation

$$(1) \quad \frac{w'}{w} = \cos^2 \vartheta.$$

According to our assumption concerning the distribution of the direction of motion after a collision it follows immediately that the probability that the energy will be reduced by the collision to a value lying between w' and $w' + dw'$ is

$$(2) \quad dp = \frac{dw'}{w}.$$

First of all we wish to determine the number of neutrons having a velocity lying between the limits v and $v + dv$ which are contained in a block of paraffin of practically infinite dimensions in which there is located a source of fast neutrons producing Q neutrons per second at an initial velocity v_0 .

The velocity distribution under these circumstances may be obtained as a particular case of the one we have derived in another paper [3]. In the present case this distribution may however also be obtained directly as follows:

Let $\mathcal{N}(v) dv$ be the number of neutrons having velocity between v and $v + dv$, which are present in the entire volume of paraffin. This number tends to decrease inasmuch as some of the $\mathcal{N}(v) dv$ neutrons undergo collisions and consequently their velocity decreases; it tends to increase because some of the neutrons with velocities greater than v can, as a result of a colli-

sion, take on a velocity between v and $v + dv$. Under stationary conditions the decrease must be compensated for by the increase. Expressing the energy in equation (2) in terms of the velocity, we can write:

$$(3) \quad dp = \frac{2v' dv'}{v^2}$$

and observing that the probability that a neutron undergo a collision in unit time is

$$(4) \quad \frac{v}{\lambda(v)},$$

$\lambda(v)$ being the mean free path, one then finds, as a condition for a stationary state:

$$\frac{v}{\lambda(v)} \mathcal{N}(v) dv = \frac{2v dv}{v_0^2} Q + 2v dv \int_v^{v_0} \frac{1}{u^2} \mathcal{N}(u) \frac{u}{\lambda(u)} du$$

that is,

$$(5) \quad \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = \frac{2Q}{v^2} + 2 \int_v^{v_0} \frac{1}{u} \frac{\mathcal{N}(u)}{\lambda(u)} du.$$

Differentiating this expression with respect to v we find

$$\frac{d}{dv} \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = -\frac{2}{v} \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)}$$

which, upon integration, yields:

$$v^2 \frac{\mathcal{N}(v)}{\lambda(v)} = \text{const.}$$

The constant, which is determined by substituting again into (5), has the value $2Q$. We therefore obtain

$$(6) \quad \mathcal{N}(v) = \frac{2Q\lambda(v)}{v^2}.$$

This distribution law of course only holds for energies greater than one volt. In Section 8 we shall encounter an application of this law to methods for determining the width of the energy bands which constitute the various groups of slow neutrons.

2. Distance of diffusion of neutrons during the slowing down process.

Equation (6) gives us the total number of neutrons belonging to a given interval of energy; however, it does not tell us anything about the spatial distribution of these neutrons. Let us assume that we have a source S of fast neutrons (initial energy w_0) at the center of a block of paraffin of very large dimensions. As the neutrons undergo collisions with the hydrogen atoms they lose energy so that, on the average, those neutrons which have undergone more collisions will have a lower energy. On the other hand, neutrons which have undergone more collisions are those whose average distance from the source is larger; therefore it follows that the mean distance from the source of neutrons of a given energy will be the larger the lower their energy.

We now propose to calculate the mean square $\overline{r^2}$ of the distance from the source as a function of the energy (still limiting ourselves to the case of energies greater than about one volt). In the calculation we shall take into account collisions with hydrogen atoms only. This is justified when the hydrogenous medium is water or paraffin because in that case, for fast neutrons, one can estimate that 90% of the collisions occur with hydrogen atoms, whereas for slow neutrons this percentage rises even further. At the end of this section, we shall also give without proof the formulae for the case which takes into account the collisions with the heavy atoms present in the hydrogenous medium into which the neutrons diffuse.

The calculation of $\overline{r^2}$ is complicated by the fact that the direction of motion of a neutron after collision is not independent of the direction before collision, since there is always an acute angle between them. Let $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ be the distances travelled by the neutron during its first $n + 1$ free paths; the total displacement is the vector sum

$$(7) \quad r = \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n.$$

Let us suppose that after the n^{th} collision the energy takes on the particular value w_n , and let us attempt to calculate $\overline{r^2}$ as a function of w_n . In order to carry out this calculation it is convenient to introduce a logarithmic scale for energies. Instead of the energy w we shall use the variable

$$(8) \quad x = \log \frac{w_0}{w}$$

which we shall always represent graphically as the abscissa of a point along a straight line. The mean free path, which depends on the energy, may also be written as a function of x , $\lambda = \lambda(x)$. During the motion of the neutron, its energy, with initial value w_0 , takes on smaller and smaller values as a result of successive collisions

$$w_0 > w_1 > w_2 > \dots > w_{n-1} > w_n$$

and correspondingly, x assumes the values

$$0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = \log \frac{w_0}{w_n}.$$

The abscissa points x_1, x_2, \dots are distributed according to a rather simple law. As a matter of fact, equation (2) is equivalent to stating that the probability that

$$(9) \quad \xi_r = x_r - x_{r-1}$$

has a value lying between ξ_r and $\xi_r + d\xi_r$ is

$$e^{-\xi_r} d\xi_r.$$

This probability law for the interval between two successive points in a distribution of points along a line is the one which results when these points are distributed independently of each other and in such a way that the probability of one of them falling in a given interval dx of the line is just equal to dx . Thus we have the distribution law of the points x .

Let ϑ be the angle formed by the successive free paths λ_{r-1} and λ_r ; we have from relations (I), (8), (9)

$$(10) \quad \cos \vartheta_r = e^{-\frac{x}{2} \xi_r} = e^{-\frac{x}{2} (x_r - x_{r-1})}$$

Furthermore, let us put

$$(11) \quad a = \log \frac{w_0}{w_a},$$

where a represents the average number of collisions necessary to reduce the energy from w_0 to w_a . We shall compute the average of r^2 in two successive steps.

(I) Suppose that the points

$$(12) \quad x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$$

are given and let us take the average over all possible magnitudes of the free paths, and all directions compatible with (10) and (12).

(II) We shall then average over all possible values of (12) and of n .

(I) Squaring expression (7) one finds

$$(13) \quad r^2 = \sum_0^n \lambda_r^2 + 2 \sum_{r=0}^{n-1} \sum_{s=r+1}^n \lambda_r \lambda_s \cos \widehat{\lambda_r \lambda_s}$$

We must average this expression, assuming that the values (12) are given. Keeping relation (10) in mind one easily finds

$$\overline{\lambda_r^2} = 2 \lambda^2(x_r) \quad ; \quad \overline{\lambda_r} = \lambda(x_r)$$

$$(14) \quad \overline{\cos \widehat{\lambda_r \lambda_s}} = \cos \vartheta_{r+1} \cos \vartheta_{r+2} \dots \cos \vartheta_s = e^{-\frac{x}{2} (x_s - x_r)}$$

and hence

$$(15) \quad r^2 = 2 \sum_0^n \lambda^2(x_r) + 2 \sum_{0 \leq r < s \leq n} \lambda(x_r) \lambda(x_s) e^{-\frac{x}{2} (x_s - x_r)}$$

In this equation the average is understood to be taken over given values of (12).

(II) We must now average with respect to the values of x and n . Remembering that the probability of one of the values of x falling into the interval dx (between 0 and a) is equal to dx , one immediately finds

$$\overline{\sum_0^n \lambda^2(x_r)} = \lambda^2(0) + \int_0^a \lambda^2(x) dx + \lambda^2(a)$$

Similarly one obtains:

$$\overline{\sum_1^n \lambda(0) \lambda(x_s) e^{-\frac{x_s}{2}}} = \lambda(0) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2} x} dx + \lambda(0) \lambda(a) e^{-\frac{1}{2} a};$$

$$\overline{\sum_1^{n-1} \lambda(x_r) \lambda(a) e^{-\frac{1}{2} (a - x_r)}} = \lambda(a) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{1}{2} (a - x)} dx$$

There remains to calculate the average value of

$$\sum_{r \leq r' < r' \leq n-r} \lambda(x_r) \lambda(x_{r'}) e^{-\frac{x}{2}(x_r - x_{r'})}$$

For this purpose we shall first perform the average over the possible values of x_r contained between the limits x_r and a , which is

$$\sum_r \lambda(x_r) \int_{x_r}^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(x - x_r)} dx = \sum_r \lambda(x_r) \int_0^{a-x_r} \lambda(x_r + x) e^{-\frac{x}{2}x} dx.$$

Finally, averaging over the values of x we find

$$\int_0^a \lambda(\xi) d\xi \int_0^{a-\xi} \lambda(\xi + x) e^{-\frac{x}{2}x} dx.$$

Combining these various averages we find the desired result:

$$\begin{aligned} (16) \quad \bar{r}^2 &= 2\lambda^2(0) + 2\lambda^2(a) + 2 \int_0^a \lambda^2(x) dx + 2\lambda(0) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}x} dx \\ &+ 2\lambda(0)\lambda(a) e^{-\frac{a}{2}} + 2\lambda(a) \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(a-x)} dx \\ &+ 2 \int_0^a \lambda(\xi) d\xi \int_0^{a-\xi} \lambda(\xi + x) e^{-\frac{x}{2}x} dx. \end{aligned}$$

This formula shows how the mean square distance of the neutrons from the source increases gradually as the energy decreases (that is as a increases). From this expression we find:

$$\begin{aligned} (17) \quad \frac{d\bar{r}^2}{da} &= 4\lambda^2(a) + 4\lambda(a)\lambda'(a) + \lambda(0) [\lambda(a) + 2\lambda'(a)] e^{-\frac{a}{2}} \\ &+ [\lambda(a) + 2\lambda'(a)] \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}(a-x)} dx. \end{aligned}$$

The mean free path $\lambda(0)$ of the fast neutrons emitted from a source of Ra + Be in paraffin is about 5 to 6 cm. Upon decreasing the energy the mean free path decreases until it is reduced probably to around 1 cm, when the energy, while still lying above 1 volt, already has a value such that the neutron may be termed slow (probably not over 1000 volts). In this last energy interval (between 1 and 1000 volts) λ is probably constant (see also Part II). Therefore equation (17) may be considerably simplified. In fact, we can neglect the third term of the right hand member which contains the very small factor $e^{-a/2}$, and can replace the integral, whose values are concentrated near its upper limit, by

$$\int_{-\infty}^a \lambda(a) e^{-(a-x)/2} dx = 2\lambda(a).$$

We thus obtain, setting also $\lambda'(a) = 0$ because of what we have stated,

$$(18) \quad \frac{d\bar{r}^2}{da} = 6\lambda^2(a).$$

This formula has been applied (see *AF*) to the determination of the ratio of the energies of two slow neutron groups. Let w' and w'' be their energies; we shall also assume that over the energy interval between w' and w'' λ is constant. Let \bar{r}'^2 and \bar{r}''^2 be the mean square of the neutrons of the two groups from the source. Keeping in mind that according to (11) the variation of the variable a in passing from one group to the other is $\log w''/w'$, one finds from (18) that

$$(19) \quad \log \frac{w''}{w'} = \frac{\bar{r}'^2 - \bar{r}''^2}{6\lambda^2}$$

which is the formula used to determine w''/w' .

If we assume that the mean free path, over the energy interval of the groups under study, is 1 cm, it follows that to a difference of 6 cm² in the mean square distances from the source there corresponds a ratio of e between the energies of the two groups. For a detailed discussion of this question, based on experimental results, see *AF*.

By a procedure similar to the one used to derive equation (16) one can easily obtain an analogous formula valid for the case where the neutrons diffuse and are slowed down in a medium containing heavy atoms in addition to hydrogen atoms. Keeping the notation of equations (8) and (11), we shall indicate by $\rho(x)$ the ratio, for neutrons of energy corresponding to x , of the probabilities of collision with a heavy atom to that with a hydrogen atom. Let us further assume that the collisions with heavy atoms are perfectly elastic, and that in view of the mass of these atoms the energy transferred to them in the collision may be neglected, and finally that the direction of the velocity after a collision with a heavy atom is distributed with uniform probability in all directions, losing all coherence with the direction of motion before collision. One then finds that the mean square distance from the source of neutrons with energy w_a is: ⁽¹⁾

$$(20) \quad \bar{r}^2 = 2\lambda^2(0) [1 + \rho(0)] + 2\lambda^2(a) [1 + \rho(a)] + 2 \int_0^a \lambda^2(x) [1 + \rho(x)] dx$$

$$+ \frac{2\lambda(0)}{1 + \rho(0)} \int_0^a \lambda(x) e^{-\frac{x}{2}} dx e^{-\int_0^x \rho(\xi) d\xi} + 2\lambda(a) \int_0^a \frac{\lambda(x)}{1 + \rho(x)} e^{-\frac{x}{2} - \int_x^a \rho(\xi) d\xi} dx$$

$$+ 2 \int_0^a \frac{\lambda(x) dx}{1 + \rho(x)} \int_0^{a-x} \lambda(x + \xi) e^{-\frac{\xi}{2} - \int_0^\xi \rho(x + \xi) d\xi} d\xi.$$

(1) Note of the Editor: this equation is not correct, probably because of typographical mistakes. The correct expression has been derived by various authors and is given in the review article by MARSHAK (« Rev. Mod. Phys. », 19, 185 (1947)). Instead of

$$\rho = \frac{\mathcal{N}_{\text{heavy element}} \sigma_{\text{heavy element}}}{\mathcal{N}_H \sigma_H}$$

Of course, this formula reduces to (16) when we neglect the collisions with heavy atoms by setting $\rho(x) = 0$.

3. *Thermal neutrons.* - Until now we have considered neutrons belonging to the energy interval from the maximum down to 1 volt, i.e. always above not only to the energy of thermal agitation, ($\sim 1/30$ volt) but also above the quantum of energy $h\nu$ of the chemical forces which bind the hydrogen atoms to the substance (between $1/2$ and $1/10$ volt). In this interval of energy we were able to neglect thermal motion and the chemical bonds of the hydrogen. However when upon successive collisions, the neutron energy falls below 1 volt, the law according to which the further slowing down takes place becomes somewhat more complicated (cf. Part II). However, it must be remembered that after about 10 collisions this energy will be reduced to thermal motion. There will thus exist a considerable number of neutrons possessing thermal energies, whose velocity distribution will be more or less Maxwellian. The number of these thermal neutrons is limited by the fact that, while they are continuously produced by the slowing down of faster neutrons, they are also continuously disappearing mainly because of their capture by hydrogen nuclei and formation of deuterium (cf. Part II). We shall express the effect of this capture process by introducing a mean life τ for thermal neutrons, so that, if the source produces Q thermal neutrons per second in a practically infinite block of paraffin, the total number of thermal neutrons present at a given instant will be

$$\mathcal{N}_T = Q\tau.$$

Also, as far as elastic collisions are concerned, the behavior of thermal neutrons is indeed different from that of neutrons of energies above 1 volt. Theoretical reasons (cf. Part II) cause us to expect that when the energy w of the neutron passes from values which are large, to values which are small compared to $h\nu$ ($\nu =$ frequency of the chemical bond of hydrogen in paraffin) the mean free path is reduced in the ratio 4 : 1, while the angular

Marshak uses the parameter

$$c = \frac{\mathcal{N}_H \sigma_H}{\mathcal{N}_H \sigma_H + \mathcal{N}_{\text{heavy element}} \sigma_{\text{heavy element}}}$$

With $c = \frac{1}{1+\rho}$ and $\bar{r}^2 = 6L_S^2$, equation (108) p. 211 of the Marshak article becomes:

$$\begin{aligned} \bar{r}^2 = & 2\lambda^2(0)[1 + \rho(0)] + 2\lambda^2(a)[1 + \rho(a)] + 2\lambda(0)\lambda(a)e^{-\int_0^a \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'} \\ & + 2\int_0^a \lambda^2(x)[1 + \rho(x)] dx + 2\lambda(a)\int_0^a \lambda(x) dx e^{-\int_x^a \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'} \\ & + 2\lambda(0)\int_0^a \lambda(x) dx e^{-\int_0^x \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'} + 2\int_0^a \lambda(x) dx \int_0^x \lambda(x') dx' e^{-\int_{x'}^x \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{1+Q(x')} \right] dx'}. \end{aligned}$$

distribution law of the neutrons after collision tends to become isotropic in the limit of very small w . Although for thermal neutrons w/hv is sufficiently small (about 1/10) the conditions under which the above-mentioned limiting laws are applicable do not quite exist (cf. Section 11). Nevertheless, in Sections 3, 5, 6, and 7 on thermal neutron diffusion we shall simplify our considerations assuming that the diffusion is isotropic. The small error thus introduced will evidently tend to make the *diffusion length* too small and the *albedo* too large.

Let λ be the mean free path of thermal neutrons in paraffin (0.3 cm, cf. *AF*), v their average velocity (at ordinary temperatures $v = 2.5 \times 10^5$ cm/s) and N the average number of free paths traversed by a thermal neutron before capture ($N = 140$; cf. *AF* Sec. 13); the following relations will then evidently hold:

$$(22) \quad \tau = \frac{\lambda N}{v} \quad ; \quad \mathcal{Q}\tau = Q\tau.$$

From these one finds that $\tau = 1.7 \times 10^{-4}$ seconds (cf. also Sec. 12).

In view of the considerable number of collisions that a thermal neutron suffers in a medium before capture, it is clear that its motion may be likened with success to a motion of diffusion. One can easily write down a differential equation for the density n of thermal neutrons as a function of x , y , z , and t . Indicating by $q(x, y, z, t)$ the number of thermal neutrons produced in unit time by the slowing down of faster neutrons, one can write immediately

$$(23) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\lambda v}{3} \Delta n - \frac{1}{\tau} n + q$$

where the first term on the right hand side represents the effect of diffusion (in fact, one knows from classical kinetic theory that $\lambda v/3$ is the diffusion coefficient); the second term expresses the effect of destruction of neutrons by capture, and the third term that of the production of thermal neutrons by slowing down. In the stationary case, which is evidently the most important one, equation (23) reduces to:

$$(24) \quad n = \frac{\lambda^2 N}{3} \Delta n + \frac{q\lambda N}{v}$$

when making use of (22).

As an example we shall show the application of (24) to the solution of the following problem:

Suppose that we have a block of paraffin, bounded on the left by the plane $x = 0$ and occupying the entire space to the right of that plane. One has to find the probability that a thermal neutron, located at the point of positive abscissa a , succeeds in escaping from the paraffin across the plane $x = 0$ before being captured. This problem is obviously equivalent to another one: suppose that at a point of abscissa a Q thermal neutrons are produced per second; find the fraction of these neutrons which escape from the paraffin across the plane $x = 0$.

To solve this problem let us first reduce equation (24) involving three independent variables x, y, z , to one containing only the independent variable x . To do this it suffices to multiply both sides of (24) by $dy dz$ and to integrate with respect to y and z from $-\infty$ to $+\infty$. Setting

$$(25) \quad \rho(x) = \iint n \, dy \, dz \quad ; \quad f(x) = \iint q \, dy \, dz,$$

and making use of the obvious relations

$$\iint \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} \, dy \, dz = \iint \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \, dy \, dz = 0,$$

one finds

$$(26) \quad \rho(x) - \frac{\lambda^2 N}{3} \frac{d^2 \rho}{dx^2} = \frac{\lambda N}{v} f(x).$$

In our case the function $f(x)$ is evidently zero for $x \neq a$, while for $x = a$ it is infinite in such a way that

$$(27) \quad \int f(x) \, dx = Q$$

when the integral extends over an interval containing a . It follows from this property of $f(x)$ that with the exception of point a , $\rho(x)$ satisfies the differential equation

$$(28) \quad \rho - \frac{\lambda^2 N}{3} \frac{d^2 \rho}{dx^2} = 0.$$

For $x = 0$ and $x = \infty$, $\rho(x)$ must obviously satisfy the conditions

$$(29) \quad \rho(0) = 0 \quad ; \quad \rho(\infty) = 0.$$

From (26) and (27) it follows that at the singular point a there is a discontinuity of the derivative of ρ , while the function itself remains continuous. One has precisely

$$(30) \quad \delta \rho(a) = 0 \quad ; \quad \delta \left(\frac{d\rho}{dx} \right)_{x=a} = -\frac{3}{v\lambda} Q.$$

The general solution of (28) is given by a linear combination of the two fundamental solutions

$$e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} \quad ; \quad e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x}.$$

Keeping the relations (29) in mind one immediately finds that the expressions for $\rho(x)$ to the left and to the right of point a are of the form

$$(31) \quad \begin{cases} \rho(x) = A \left\{ e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} - e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} \right\} & \text{for } 0 < x < a \\ \rho(x) = B e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} & \text{for } x > a, \end{cases}$$

where A and B are constants which may easily be determined by means of relations (30). One finds

$$(32) \quad A = \frac{v \sqrt{3N}}{2v} Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a} \quad ; \quad B = A \left(e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a} - 1 \right).$$

The number of neutrons escaping from the paraffin in unit time is evidently given by the diffusion coefficient $\lambda v/3$ times the derivative of ρ with respect to x taken at the point $x = 0$. This product is

$$(33) \quad \frac{\lambda v}{3} \cdot 2A \sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} = Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a}.$$

The desired probability $p(a)$ that a neutron, starting out from a point of abscissa a , succeeds in escaping from the paraffin is evidently equal to the ratio of expression (33) to Q , namely

$$(34) \quad p(a) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} a}.$$

This formula has been used (cf. *AF*) to measure $\lambda^2 N$.

One notes that this result, like all others which can be deduced from the differential equations (23) and (24) does not hold exactly except in the limiting case of N very large and λ very small, such that $\lambda^2 N$ remains finite. In fact, we shall see in the following sections that in the neighborhood of the boundary surface of the paraffin, and more precisely within a distance of the order of λ from that surface, the neutron density exhibits anomalies.

In order to investigate these it will first be convenient to simplify the problem as shown in the next section.

4. *The one-dimensional case.* - In this section we shall simplify the study of diffusion by considering the fictitious case in which the neutrons move in one dimension along a line, instead of being free in space. This procedure has the advantage that we can easily obtain approximate expressions valid for the actual three-dimensional case.

In the one-dimensional situation we shall assume that in each collision (mean free path λ) the neutron has a probability $1/N$ of being captured; if the collision does not lead to capture, on the other hand, the neutron will have an equal probability of departing toward the right or toward the left.

First of all, we want to find for the one-dimensional case the exact solution of the problem analogous to the one discussed toward the end of the last section, namely: we have a slab of paraffin contained between the abscissae 0 and a . A thermal neutron starts out from a point x inside the paraffin. We are to find the probability $p(x)$ that the neutron escapes from the paraffin to the left. This problem in the limiting case $a = \infty$ is the one-dimensional analogue of the problem discussed before.

In order to solve it we shall establish an equation for $p(x)$ in the following manner. The probability $p(x)$ may be decomposed into the following components:

(I) The probability that the neutron, starting out from x , begins its motion toward the left and directly escapes from the paraffin without having suffered any collisions is

$$\frac{1}{2} e^{-x/\lambda}.$$

(II) The probability that the neutron suffers a first collision between ξ and $\xi + d\xi$ (which is $\frac{1}{2} e^{-|x-\xi|/\lambda} d\xi/\lambda$), that this collision be elastic (which is $(N-1)/N$), and finally, that the neutron, after all this, succeeds in escaping from the paraffin to the left (which probability is $p(\xi)$) is the product of the component probabilities, namely

$$\frac{1}{2} e^{-\frac{|x-\xi|}{\lambda}} \cdot \frac{d\xi}{\lambda} \cdot \frac{N-1}{N} \cdot p(\xi).$$

This expression must be integrated with respect to ξ from 0 to a . Adding (I) and (II) we find the following integral equation for $p(x)$:

$$(35) \quad p(x) = \frac{1}{2} e^{-x/\lambda} + \frac{N-1}{2\lambda N} \int_0^a p(\xi) e^{-\frac{|x-\xi|}{\lambda}} d\xi.$$

It may easily be verified that the solution of (35) can be put into the form:

$$(36) \quad p(x) = A e^{\alpha x} + B e^{-\alpha x}$$

where A and B, and α are constants. It suffices to substitute (36) into (35) to find that it is possible to satisfy (35) provided we let

$$(37) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = - \frac{(N - \sqrt{N}) e^{-a/\lambda \sqrt{N}}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{a/\lambda \sqrt{N}} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-a/\lambda \sqrt{N}}} \\ B = \frac{(N + \sqrt{N}) e^{a/\lambda \sqrt{N}}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{a/\lambda \sqrt{N}} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-a/\lambda \sqrt{N}}} \end{array} \right. ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda \sqrt{N}}.$$

These formulae may be considerably simplified in the case where the paraffin is unlimited to the right ($a = \infty$). They then become

$$(38) \quad \left. \begin{array}{l} A = 0 \quad ; \quad B = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N} + 1} \quad ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda \sqrt{N}} \\ p(x) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N} + 1} e^{-\frac{x}{\lambda \sqrt{N}}} \end{array} \right\} \text{ for } a = \infty.$$

The problem solved here permits us to determine with ease (still for the one-dimensional case) the reflection coefficient (*albedo*) for thermal neutrons incident upon a slab of paraffin. Suppose that upon this layer of paraffin, extending as before from $x = 0$, to $x = a$, a thermal neutron impinges from the left. We shall call the albedo $\beta(a)$ of the slab of thickness a the probability that the neutron after having suffered one or more collisions, escapes through the same face through which it entered. In order to determine the albedo we note that the probability that the neutron, upon entering the paraffin, suffers a first collision between x and $x + dx$ and is not captured there, is given as above by

$$\frac{N-1}{N} e^{-x/\lambda} \frac{dx}{\lambda}.$$

We have seen above that a neutron starting from x has a probability $p(x)$ of escaping from the paraffin toward the left; hence the total probability of an escape to the left, i.e. the albedo, turns out to be in this case

$$\beta(a) = \frac{N-1}{N\lambda} \int_0^a p(x) e^{-x/\lambda} dx;$$

making use of (36) and (37) and performing the integration, one obtains

$$(39) \quad \beta(a) = \frac{(N-1) [e^{a/\lambda\sqrt{N}} - e^{-a/\lambda\sqrt{N}}]}{(\sqrt{N}+1)^2 e^{a/\lambda\sqrt{N}} - (\sqrt{N}-1)^2 e^{-a/\lambda\sqrt{N}}} = \frac{N-1}{N+1+2\sqrt{N} \coth \frac{a}{\lambda\sqrt{N}}}$$

Of particular importance is the case where the thickness a of the paraffin is infinite. In this case the albedo is found from (39), or directly from (38), to be

$$(40) \quad \beta(\infty) = \frac{\sqrt{N}-1}{\sqrt{N}+1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{N}} + \dots$$

The last expression, which is an approximation for N large, is most frequently used.

Let us also write the expression for the *transmission coefficient* for a layer of thickness a , i.e. for the probability that a neutron incident upon this layer from the left will escape from it to the right. By considerations analogous to those necessary to obtain the albedo, this coefficient turns out to be

$$(41) \quad \begin{aligned} \gamma(a) &= e^{-a/\lambda} + \frac{N-1}{\lambda N} \int_0^a p(a-x) e^{-x/\lambda} dx \\ &= \frac{4\sqrt{N}}{(\sqrt{N}+1)^2 e^{a/\lambda\sqrt{N}} - (\sqrt{N}-1)^2 e^{-a/\lambda\sqrt{N}}} \end{aligned}$$

For $N = \infty$, $\gamma(a)$ reduces to

$$(42) \quad \gamma_{\infty}(a) = \frac{2\lambda}{a+2\lambda}$$

In view of future applications we must also investigate the following question, still for the one-dimensional case. Let us neglect the destruction process of neutrons ($N = \infty$) and suppose that Q thermal neutrons per second are produced in a piece of paraffin extending from $x = 0$ to $x = \infty$, at a distance from the boundary $x = 0$ which is large compared to λ . The neutrons will diffuse across this boundary and escape from the paraffin. Since by hypothesis the destruction process of neutrons is negligible, it is clear that under these circumstances the flux of neutrons from the interior toward the exterior of the paraffin must be Q per second. In order to maintain this flux constant the density of neutrons $n(x)$ must increase linearly as a function of x . We will therefore have

$$(43) \quad n(x) = A + Bx.$$

The constants A and B are easily determined by writing that the neutron flux across any depth x toward the left is equal to Q. Q must therefore be equal to the difference between the number of neutrons traversing the point x per second toward the left and toward the right. We will therefore have

$$Q = \frac{1}{2} \frac{v}{\lambda} \int_0^{\infty} n(x + \xi) e^{-\xi/\lambda} d\xi - \frac{1}{2} \frac{v}{\lambda} \int_0^x n(x - \xi) e^{-\xi/\lambda} d\xi.$$

Introducing expression (43) into this equation, one immediately verifies that the latter is satisfied provided that we have

$$(44) \quad Q = \lambda v B$$

$$(45) \quad A = B\lambda.$$

Eq. (43) may therefore be written

$$(46) \quad n(x) = (\lambda + x) B$$

while (44) furnishes the (one-dimensional) diffusion coefficient

$$(47) \quad D = \lambda v.$$

In particular, we observe that as a consequence of (46) the neutron density does not vanish on the boundary of the paraffin; if we were to extrapolate the curve of $n(x)$ toward the exterior of the paraffin, we would find that the density $n(x)$ would go to zero at a distance from the boundary equal to the mean free path λ .

5. *Albedo and transmission probability in three dimensions.* - From the exact results obtained in the previous section for the one-dimensional case we can easily derive other very approximate results valid for the actual case of neutron diffusion in three dimensions.

For that purpose, we shall consider the projection upon the x -axis of the motion of a thermal neutron which suffers successive collisions in the paraffin. This projected motion will be a back and forth motion rather analogous to the motion obtained in the one-dimensional case. The difference lies in the fact that while in the one-dimensional case the probability of suffering a collision after travelling a given distance follows an exponential law, the corresponding law for the case of the projection of a three-dimensional motion is not strictly exponential. Furthermore, the mean free path λ' of the projected motion is of course shorter than the λ of the true motion.

In order to choose λ' conveniently, we can for instance write for the one-dimensional case the diffusion equation analogous to (24); keeping in mind the expression (47) for the diffusion coefficient in one dimension (introducing λ' and v' instead of λ and v the latter is $D' = \lambda' v'$) we have

$$n - \lambda'^2 N \frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{q \lambda' N}{v'}.$$

Comparison of this equation with (24) suggests the definition

$$(48) \quad \lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{3}}.$$

Another way for arriving at the same choice for λ' consists in noting that in the three-dimensional case the mean square displacement $\overline{r^2}$ of a point suffering m collisions with mean free path λ is

$$\overline{r^2} = 2 \lambda^2 m$$

(the factor 2 comes from the fact that the mean square of the free path is twice the square of the mean free path). The mean square of the projection δx of the displacement r is evidently $1/3$ of $\overline{r^2}$, i.e.

$$\overline{\delta x^2} = \frac{2}{3} \lambda^2 m.$$

On the other hand, for one-dimensional motion one would have

$$\overline{\delta x^2} = 2 \lambda'^2 m.$$

The two expressions are precisely equal with the assumption (48).

We conclude therefore that the projection of three-dimensional diffusion is quite similar to one-dimensional diffusion of mean free path λ' as given by (48). In this way we shall see that a large part of the results of the preceding section may be utilized to a good degree of approximation for the three-dimensional case as well.

In the previous section we have established the expression for the probability $p(x)$ that a thermal neutron, starting from position x , escapes from a slab of paraffin of thickness a limited by two plane faces $x = 0$ and $x = a$. The analogous problem for the three dimensional case is the following: given a slab of paraffin of thickness a bounded by the planes $x = 0$ and $x = a$, find the probability $p(x)$ that a thermal neutron, moving initially from a position of abscissa x , escapes from the slab of paraffin across the left face.

As an approximate expression of $p(x)$ we can take (36), where A , B , and α are given by formulae analogous to (37). However, instead of λ we must write λ' , given by (48). We therefore have

$$(49) \quad \left\{ \begin{array}{l} p(x) = A e^{\alpha x} + B e^{-\alpha x} \\ A = - \frac{(N - \sqrt{N}) e^{-\alpha a}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{\alpha a} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-\alpha a}} \\ B = \frac{(N + \sqrt{N}) e^{\alpha a}}{(\sqrt{N} + 1)^2 e^{\alpha a} - (\sqrt{N} - 1)^2 e^{-\alpha a}} \end{array} \right. ; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda'} \sqrt{\frac{3}{N}}.$$

In the case where the thickness a of the paraffin is infinite, these formulae simplify in a manner analogous to equations (38) and we find

$$(50) \quad p(x) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N} + 1} e^{-\sqrt{\frac{3}{N}} \frac{x}{\lambda}} \quad (\text{for } a = \infty).$$

This formula should be compared to (34) with which it becomes identical (if we put $a = x$) in the limiting case indicated at the end of Section 3. The difference consists in the factor $\sqrt{N}/(\sqrt{N} + 1)$ which represents the effect of the perturbations due to the boundary in the differential equation (24).

The knowledge of $p(x)$ permits us to solve the problems related to the albedo of the paraffin in the three-dimensional case with ease. For the particular case of paraffin with infinite thickness and for the limiting case of very large N , the problem of the albedo has also been treated by Wick [4] by a procedure which in some cases enables us to find the exact result, in other cases furnishes a method of approximation whose precision can in principle be made arbitrarily great. The results which we shall give here are only approximate, but correspond to more general cases than those treated by Wick; as we shall see, the approximation is in general quite good.

In contrast to the one-dimensional case where the albedo is uniquely defined, the latter obviously depends upon the angle of incidence of the neutrons in the three-dimensional situation, being the smaller the more normal the incidence. In order that the albedo may be assigned a unique meaning, it will therefore be necessary to specify the angle of incidence, or else to give the angular distribution law of incident neutrons, or finally to specify the way in which one intends to perform a measurement of the reflection coefficient. We shall define in Section 7 what we mean by "experimental albedo", which is the value of the reflection coefficient obtained when one measures it under particularly convenient conditions (which will also be stated later). The importance of the experimental albedo derives from the fact that from measurements of the albedo one obtains that quantity directly, and hence all comparisons between theory and experiment are based upon these measurements. The theory of the experimental albedo will be given in Section 7.

We shall now give the formulae for calculating the albedo for neutrons as a function of the angle of incidence ϑ . The albedo of a neutron incident upon a slab of paraffin of thickness a with angle of incidence ϑ may evidently be written as integral of the products of the probability

$$\frac{N-1}{N} e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{dx}{\lambda \cos \vartheta}$$

that the neutron, upon having entered the paraffin, suffers a first collision at a depth between x and $x + dx$ and does not get captured there, multiplied by the probability that the neutron, having suffered this collision, leaves the paraffin across the face through which it entered. This latter probability is given by $p(x)$. The desired albedo is therefore:

$$(51) \quad \beta(a, \vartheta) = \frac{N-1}{N} \int_0^a e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{p(x)}{\lambda \cos \vartheta} dx.$$

Substituting for $p(x)$ the expression (49), the integration may be performed without difficulty. For the sake of brevity we shall only write the explicit result for the case where the thickness a of the paraffin is infinitely large, so that $p(x)$ is given by (50). In that case, we find upon integrating (51)

$$(52) \quad \beta(\infty, \vartheta) = \frac{\sqrt{N}-1}{\sqrt{N} + \sqrt{3} \cos \vartheta} = 1 - \frac{1 + \sqrt{3} \cos \vartheta}{\sqrt{N}}$$

where the last expression holds for N sufficiently large.

From (52) one can obtain the expression for the albedo for any given angular distribution law of the incident neutrons. Thus, for instance, if the incident neutrons obey the cosine law, the probability that an incident neutron makes an angle with the normal between ϑ and $\vartheta + d\vartheta$ is $2 \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$. Hence when the cosine law holds, the albedo turns out to be

$$\begin{aligned}
 \beta(\infty) &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{N}-1}{\sqrt{N} + \sqrt{3} \cos \vartheta} 2 \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \\
 &= \frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{N}-1) \left[1 - \sqrt{\frac{N}{3}} \ln \left(1 + \sqrt{\frac{3}{N}} \right) \right] \\
 &= 1 - \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{3}}}{\sqrt{N}} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

To examine the degree of approximation of the method one may note that for the case of the cosine law, Wick (loc. cit.) gives the exact asymptotic expression for the albedo and finds

$$\beta(\infty) = 1 - \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{N}} + \dots
 \tag{54}$$

The exact value of the coefficient of $1/\sqrt{N}$ is therefore $4/\sqrt{3} = 2.31$, while we get from (53) that this coefficient is $1 + 2/\sqrt{3} = 2.15$. The difference is only seven percent.

In a similar manner one can calculate the transmission coefficient across a layer of paraffin of thickness a for thermal neutrons incident with angle ϑ . In a manner analogous to that used to derive (51) one finds that the coefficient is given by

$$\gamma(a, \vartheta) = e^{-\frac{a}{\lambda \cos \vartheta}} + \frac{N-1}{N\lambda \cos \vartheta} \int_0^a e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} p(a-x) dx.
 \tag{55}$$

Substituting (49) for $p(x)$ the integration may be carried out without difficulty. We shall give the explicit result only for the limiting case $N = \infty$:

$$\gamma_\infty(a, \vartheta) = \frac{\lambda}{a + \frac{2\lambda}{\sqrt{3}}} \left[\cos \vartheta + \frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\cos \vartheta - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) e^{-\frac{a}{\lambda \cos \vartheta}} \right].
 \tag{56}$$

6. Angular distribution of thermal neutrons emerging from paraffin. -

From the surface of a block of paraffin containing a neutron source, there continuously emerge thermal neutrons toward the outside. We propose to determine approximately the angular distribution law, the knowledge of which is necessary for a reduction of the observations of absorption coefficients, and for numerous other problems. (cf. AF). A simple method to find this law is as follows.

We have proved in Section 4 that in the one-dimensional case, the neutron density in the vicinity of the boundary $x = 0$ of the paraffin behaves as given by expression (46). This result can also be approximately extended to the three-dimensional case, provided that λ is replaced by λ' as given by (48). We thus conclude that the thermal neutron density $n(x)$ in the vicinity of the plane $x = 0$ bounding a block of paraffin to the left behaves as

$$(57) \quad n(x) = \text{const.} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right).$$

This law can also be stated by saying that if one extrapolates toward the outside of the paraffin (i.e. toward negative values of x) the neutron density which exists inside the paraffin, one finds that it vanishes at a distance from the edge of the paraffin of $\lambda/\sqrt{3}$. For an experimental verification of this property see *AF*, Section 11.

Since the frequency of collisions suffered by the thermal neutrons in each volume element is evidently proportional to $n(x)$, we find that the number of elastic collisions of thermal neutrons in unit time within the volume $d\tau$ is

$$\mu \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right) d\tau$$

μ being a constant. The probability that a neutron having suffered one of these collisions escapes from the paraffin across the plane $x = 0$, making an angle with the normal between ϑ and $\vartheta + d\vartheta$ and without making any further collisions, is evidently

$$e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2}.$$

Hence one finds that the number of neutrons which escape from an element of area S of the surface bounding the paraffin with a direction making an angle between ϑ and $\vartheta + d\vartheta$ and having suffered its last collision at a position of abscissa between x and $x + dx$ is

$$\mu \left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x \right) S dx e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2}.$$

This expression, when integrated with respect to x from 0 to ∞ yields the total number of thermal neutrons issuing from the surface S at an angle between ϑ and $\vartheta + d\vartheta$; it is

$$\frac{\lambda^2 S \mu}{2 \sqrt{3}} (\cos \vartheta + \sqrt{3} \cos^2 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta;$$

we conclude therefore that the number of thermal neutrons emerging from the paraffin at an angle contained in the element of solid angle $d\omega$ is proportional to:

$$(58) \quad (\cos \vartheta + \sqrt{3} \cos^2 \vartheta) d\omega.$$

The angular distribution law for thermal neutrons escaping from paraffin has been numerically calculated by Wick; his results agree in a rather satisfactory manner with (58).

7. *Experimental albedo.* - The method used experimentally for the determination of the albedo (cf. AF) is essentially the following. One has a detector R of slow neutrons, consisting of a thin plane foil capable of being activated by the absorption of thermal neutrons only. We shall assume that the detector is very thin, not only in the geometrical sense, but also in the sense that the probability of a thermal neutron being captured upon traversing it (a probability determined by the product of the thickness and the absorption coefficient for thermal neutrons) is sufficiently small. In addition, one has a foil capable of totally absorbing all thermal neutrons which traverse it.

We shall carry out two measurements of the activity induced in the detector by placing it once (case (a)) at a given position inside a block of paraffin of large size containing the source, and once (case (b)) by placing it again in the same position but covering one side of it by an absorbing foil. Let A and B stand for the activities measured in cases (a) and (b) ; we propose to show that the ratio A/B determines the albedo.

Let \mathcal{N} be the number of thermal neutrons which cross the detector in case (b) ; in case (a) the number of thermal neutrons going through the detector at least once (counting a neutron which has crossed the detector several times only once) equals $2\mathcal{N}$, since the neutrons which strike the detector in case (a) can originate on either side of it. Moreover we can show that a neutron which traverses the detector once will traverse it on the average $1/1-\beta$ times, β being the albedo. In fact the probability that a neutron after having gone through the detector once, will go through it a second time is evidently equal to the albedo; hence the average number of crossings is exactly

$$1 + \beta + \beta^2 + \dots = \frac{1}{1-\beta}.$$

Then finally, the number of traversal in case (a) turns out to be

$$\frac{2\mathcal{N}}{1-\beta}.$$

Assuming that the activities A and B are proportional to the number of traversals which occur in the two cases (a) and (b) , one thus finds

$$(59) \quad \frac{A}{B} = \frac{2}{1-\beta}$$

and hence from a measurement of the ratio A/B one can obtain the albedo β . We have already observed several times that the concept of the albedo is not uniquely defined, since the value of the reflection coefficient depends upon the angular distribution of the incident neutrons. Thus, for instance, the albedo for neutrons incident distributed according to a cosine law would be different from the albedo for normally incident neutrons, or incident with a distribution law like (58). We can therefore appreciate that relation (59) specifies but one possible definition of the albedo. We shall call the albedo defined by relation (59) the "experimental albedo" since its

value is the one found directly from measurements. From (59) one finds for the expression of the experimental albedo

$$(60) \quad \beta_{\text{exp}} = 1 - \frac{2B}{A}.$$

For a discussion of the details of the actual measurement of the experimental albedo we refer to *AF*. We find there that, since the albedo resulting from the measurements is the experimental albedo, it is important to establish the relation which expresses this quantity in terms of the mean number of collisions N which a neutron suffers before being captured by the protons of the paraffin.

We shall derive this relation for the limiting case of practical interest, namely for N very large.

Let q be the number of thermal neutrons which are produced per second and per cubic centimeter in the region of the detector R . In the case (*a*), since R is by hypothesis very thin, the thermal neutron distribution around it will not be disturbed by its presence. One notes then that the average total path length of each thermal neutron in the paraffin is evidently $N\lambda$. Hence the total distance covered by the thermal neutrons produced per unit time and volume is $qN\lambda$. We conclude therefore that the sum of the path lengths travelled by the thermal neutrons in unit time across our detector (having an area S , thickness δ and hence volume $S\delta$) will be $S\delta qN\lambda$. Denoting by K the absorption coefficient for thermal neutrons in the material of which the detector is made, and keeping in mind that the detector is assumed to be very thin (i.e. $K\delta \ll 1$), we conclude that the number of thermal neutrons captured per unit time in the detector is $K\delta S q N \lambda$. The activity A will evidently be proportional to this number; it may therefore be written

$$(61) \quad A = \eta K \delta S q N \lambda,$$

η being the constant of proportionality.

To calculate B , we note that when one side of the detector is covered by a foil which completely absorbs the thermal neutrons, the latter can reach the detector only if they originate from the uncovered side of R . Furthermore, any neutron cannot traverse R more than once, since after one crossing of R it will be captured by the absorber. The number of neutrons striking the absorber is found by noting that in front of the detector (of area S) and at a distance from it between x and $x + dx$ there are produced $S q dx$ thermal neutrons per second. The probability that one of these reach the detector is given in our case (N very large) by (34) in which one must write x instead of a , i.e.

$$p(x) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x}.$$

The number of neutrons striking the detector is therefore

$$S q \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} x} dx = S q \lambda \sqrt{\frac{N}{3}}.$$

To calculate how many of these neutrons will be captured in R, one must know the angular distribution law. We shall assume that this is given by (58). In fact, it is evident that in case (b) the presence of a layer which totally absorbs thermal neutrons, will modify the neutron distribution in its neighborhood in such a way as to make it similar to the distribution found near the boundary of a paraffin block. On the basis of (58) an elementary calculation shows that the mean value of the distance travelled by a thermal neutron which strikes the detector (of thickness δ) through this detector is

$$\sqrt{3} \delta$$

and hence the total number of neutrons absorbed in the detector will be $K\delta Sg\lambda\sqrt{N}$. The activity B will be proportional to this number, with the same constant η as in (61). We thus have

$$(62) \quad B = \eta K\delta Sg\lambda\sqrt{N}.$$

From (60), using (61) and (62), we then obtain the value of the experimental albedo:

$$(63) \quad \beta_{\text{exp}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{N}}.$$

This formula coincides with the result found by Wick (*loc. cit.*) by a method of numerical approximation.

Measurements carried out in paraffin have yielded $\beta = 0.82$ for the value of the experimental albedo (cf. *AF*). From this datum one can find a value of N from (63); one finds $N = 123$. If we had taken into account the fact that even for thermal neutrons there exists a slight correlation between the directions of successive free paths, the value of N would have turned out to be a little larger.

8. *Logarithmic width of groups.* - The groups of slow neutrons, with the exception of group C, which is essentially made up of thermal neutrons, correspond according to our present knowledge to relatively narrow energy bands. They may be characterized by the values w_{min} and w_{max} of the energies which bound the energy band. We shall here discuss the principles upon which is based the method for the determination of the quantity

$$\ln \frac{w_{\text{max}}}{w_{\text{min}}}$$

which we shall call the *logarithmic width* of the group. The description of the effective performance of the measurement and of the various corrections which must be applied are to be found in *AF*.

One notes that the logarithmic width is of immediate physical significance because of what we have said in the first part of Section 2; this width represents in fact the average number of collisions suffered by a neutron while belonging to the group in question. This is of course only true for groups having energies above one volt, so that the premises stated in Sections

1 and 2 hold true. In all the considerations which follow we shall limit ourselves to these cases.

The procedure for the determination of the logarithmic width is based on the comparison between the activity induced in a detector G of the group g under study, and the activity induced in a detector R of the thermal group, having an area equal to G and arranged as in case (b) of the preceding section, with a total absorber of the thermal group on one side. We shall assume for simplicity that both detectors are sufficiently thin in the same sense as specified in the previous section. Otherwise it would be necessary to introduce corrections to take into account the absorption of electrons and neutrons in the detector itself.

In order to understand the principle of the method, we shall suppose at first that in an unlimited block of paraffin there are produced every where q fast neutrons per unit volume and unit time. These neutrons, as a result of collisions, will be successively slowed down until they reach thermal velocities and will finally be captured by the protons present in the paraffin. The activity B induced in the detector R by thermal neutrons, when the latter is protected by a total absorber for thermal neutrons on one side, will be given by (62) as in case (b) of the preceding section. In order to determine also the activity in the detector G of group g , we note that according to (6) in this case there is a neutron density $n(v) dv$ of neutrons having velocities between v and $v + dv$ and belonging to group g , given by

$$n(v) dv = \frac{2 q \lambda_g}{v^2} dv,$$

λ_g being the mean free path of the neutrons in that group. From this one immediately calculates the number of neutrons with velocities between v and $v + dv$ which traverse the detector G per unit time, making an angle with the normal lying between ϑ and $\vartheta + d\vartheta$. This number is

$$2 q \lambda_g S \frac{dv}{v} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta;$$

if δ is the thickness of the detector and K_g its absorption coefficient for neutrons of group g , the fraction of neutrons absorbed (remembering that by hypothesis $K_g \delta \ll 1$) will be $K_g \delta / \cos \vartheta$; hence the total number of g -neutrons absorbed is

$$2 q S \lambda_g K_g \delta \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \frac{dv}{v} \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = 2 q S \lambda_g K_g \delta \ln \frac{v_{\max}}{v_{\min}}$$

where v_{\min} and v_{\max} are the velocities corresponding to the energies w_{\min} and w_{\max} , so that $\ln v_{\max}/v_{\min} = 1/2 \ln w_{\max}/w_{\min}$. The activity induced in detector G is proportional to the number of neutrons absorbed per unit time. If η_G is the constant of proportionality, this activity is

$$(64) \quad A_g = \eta_G q S \lambda_g K_g \delta \ln \frac{w_{\max}}{w_{\min}}.$$

In experimental practice one usually uses the same object, with and without appropriate absorbing filters, for detector R of thermal neutrons as well as for detector G of the group g . Under these conditions we evidently have $\eta_G = \eta$. Hence if it were possible to set up conditions where the number q of thermal neutrons produced in unit volume and unit time is constant over a large mass of paraffin, we would obtain from (62) and (64).

$$(65) \quad \ln \frac{w''}{w'} = \frac{K\lambda\sqrt{N} A_g}{\lambda_g K_g B}.$$

In practice the determination of $\ln(w_{\max}/w_{\min})$ cannot be achieved directly by means of this formula, since it is not easy to produce a uniform distribution of fast neutrons since they usually originate from practically a point source. Since the distance to which thermal neutrons diffuse is larger than that through which neutrons from the other groups travel, one would find that the ratio A_g/B is not a constant, but decreases with increasing distance from the source. A simple way to avoid this inconvenience is to integrate equations (62) and (64) over the entire volume (and, if necessary, over all orientations of the detector). In this way one finds a result which evidently no longer depends on the uniformity of q , but only upon $Q = \int q d\tau$, i.e. upon the total number of fast neutrons produced per second. One finds precisely, again setting $\eta_G = \eta$:

$$(66) \quad \left\{ \begin{array}{l} \int B d\tau = \eta K \delta S Q \lambda \sqrt{N} \\ \int A_g d\tau = \eta K_g \delta S Q \lambda_g \ln \frac{w_{\max}}{w_{\min}} \end{array} \right.$$

from which one obtains

$$(67) \quad \ln \frac{w_{\max}}{w_{\min}} = \frac{K\lambda\sqrt{N}}{\lambda_g K_g} \frac{\int A_g d\tau}{\int B d\tau}.$$

This formula, corrected to take into account the absorption in the detector, has been used in AF for the calculation of the logarithmic widths.

PART II

THE COLLISION MECHANISM BETWEEN NEUTRONS AND HYDROGEN ATOMS.

This part will be devoted to the quantum-mechanical study of the collision between slow neutrons and the protons in paraffin. In particular, we shall examine the mechanism of these collisions, taking into account the fact that the hydrogen atoms are not free, but may be considered to be bound elastically in certain equilibrium positions; we shall also discuss the capture process of a neutron by a proton which leads to the formation of a deuterium nucleus.

9. *Collisions between slow neutrons and protons, neglecting the effect of the chemical bond.* - It is evident that as long as the energy of the neutron is large compared to the energy of the chemical bond of hydrogen in paraffin, one can neglect the effect of this bond in the study of the collisions and consider the proton to be free; more precisely, we have already remarked that this procedure will be justified as long as the energy w of the neutrons is $\gg h\nu$, i.e. much larger than the quantum of frequency ν of the elastic bond of the hydrogen atoms. Since $h\nu$ is at most of the order of 0.5 volts, we can call the protons practically free when the neutrons have energies above 1 volt. In this case the problem of collision between neutron and proton is quite simple, since by referring to the relative coordinates of the two particles one is immediately led back to the problem of the collision of one particle with a fixed scattering center, a problem which is treated by standard methods of the quantum theory of collisions. In the calculation of the relative motion one must of course take $M/2$ as the mass, M being the mass value common to neutron and proton.

The details of the collision theory obviously depend, even in this simple case, upon the assumptions made concerning the force law between neutron and proton. One must further take into account the two possible relative spin orientations (parallel or antiparallel) of neutron and proton.

We shall suppose that the neutron-proton force, as is generally done [5], has a range ρ somewhat below 10^{-12} cm. This force might be derived from an ordinary type of potential, or might represent an exchange interaction according to the hypotheses of Heisenberg and Majorana.

It is well known that the deuteron has a spin of unity; it seems therefore that its fundamental configuration must be classified (in the notation of atomic spectroscopy) as a 3S , whose spin is the sum of the neutron and proton spins. The binding energy of this term is 2.2×10^6 volts. In addition to the fundamental term 3S one may also consider a singlet term 1S in which the spins of proton and neutron are antiparallel. If the neutron-proton force did not depend upon the spin orientation, these two terms should coincide. If however there exists a difference between the forces in the two cases, the 1S term should be situated above the ground term 3S ; it will be real or virtual according to whether its binding energy is positive or negative.

Under the assumption that the range of the neutron-proton force is very small compared with the de Broglie wavelength, the problem of the collision may be treated by the simple procedure used by Bethe and Peierls (*loc. cit.*). One then arrives at the following expression for the collision cross section [6]:

$$(68) \quad \sigma = \frac{\hbar^2}{\pi M} \left[\frac{3}{4} \frac{1}{|w_0| + \frac{1}{2}w} + \frac{1}{4} \frac{1}{|w_1| + \frac{1}{2}w} \right]$$

where w_0 and w_1 stand for the energies of the two terms 3S and 1S and w is the neutron energy. When w is very small (small meaning as compared to

w_0 and w_1 , while still being greater than 1 volt) there results from (68) a collision cross section independent of w

$$(69) \quad \sigma_1 = \frac{h^2}{\pi M} \left[\frac{3}{4} \frac{1}{|w_0|} + \frac{1}{4} \frac{1}{|w_1|} \right].$$

It is found experimentally (cf. *AF*) that at least for two neutron groups having energies above 1 volt, the mean free path in paraffin is approximately the same, namely around

$$(70) \quad \lambda_g = 1 \text{ cm.}$$

This value of the mean free path corresponds to a collision cross section $\sigma_1 = 12.8 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$. Assuming this value and taking $w_0 = -2.2 \times 10^6$ volts, one finds from (69)

$$|w_1| = 1.86 \times 10^{-7} \text{ ergs} = 1.16 \times 10^5 \text{ volts.}$$

The relatively large collision cross section of slow neutrons for hydrogen therefore leads, according to this theory, to the conclusion that the 'S term, real or virtual, has a comparatively small binding energy in absolute value.

Inserting into (68) this value for w_1 and evaluating the collision cross section for fast neutrons, one finds values which are too small; this is probably due to the inaccuracy of the method of calculation of Bethe and Peierls for neutrons having energies of several million volts. The value of the collision cross section derived from measurements on the mean free path performed by Goldhaber (*loc. cit.*) for neutrons of about 200,000 volts, produced by the nuclear photoelectric effect in deuterium irradiated by gamma-rays from ThC, is on the other hand smaller than what is found from (68). The precision of the measurements is however not sufficient to draw definite conclusions.

10. *Scattering of neutrons with bound hydrogen atoms.* - We have noted several times that if the energy of the neutrons is below 1 volt, it is no longer legitimate to neglect the fact that the hydrogen atoms are bound chemically in the paraffin. We now propose to study the collision between a neutron and a hydrogen nucleus, taking into account the chemical forces which tend to maintain the proton in the vicinity of an equilibrium position.

The problem can be discussed with the following criteria of approximation. Let ρ be the range of the neutron-proton forces, a the order of magnitude of the scattering length between neutron and proton, λ the order of magnitude of the de Broglie wavelength corresponding to the momenta of neutron and proton. The approximations which we intend to use presently are legitimate if we can choose a length R which simultaneously satisfies the inequalities

$$(71) \quad R \ll \lambda \quad ; \quad R \gg \rho \quad ; \quad R \gg a.$$

These conditions are fairly well satisfied in the case of collision between slow neutrons and protons in paraffin. Let us indicate by x, y, z the coordinates of the neutron and by X, Y, Z the coordinates of the proton,

and let us neglect the effect of the spins of the two particles, which is of no importance for the effects we are here interested in. The Hamiltonian of the system can be written as the sum of the kinetic energies of the two particles, the potential energy $U(X, Y, Z)$ of the chemical forces exerted on the hydrogen atom, and the interaction energy between neutron and proton. We shall represent the latter as a potential energy $g(r)$ which is a function of the separation r between neutron and proton. Even if the interaction were of the Heisenberg or Majorana type, the calculation could be developed by essentially the same procedure.

The Schroedinger equation of the system may be written:

$$(72) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\psi} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} \right) + U\psi + g(r)\psi.$$

The field scalar $\psi(x, y, z, X, Y, Z)$ will evidently be a function with regular behavior (in the sense that its variations will be small for changes of the arguments small compared to λ) everywhere except in regions where r is small. It may easily be verified, keeping in mind the inequalities (71), that the irregularities will occur for $r < R$ (see also the discussion on fig. 1). Let us introduce a new function $\bar{\psi}$ which is obtained from ψ by taking the following average:

$$(73) \quad \bar{\psi}(x, y, z, X, Y, Z) = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \iiint \psi(\xi, \eta, \rho, X, Y, Z) d\xi d\eta d\rho$$

where the integral is extended over a sphere of radius R with its center at the point x, y, z . The function $\bar{\psi}$ will evidently have regular behavior even for small values of r .

We propose to establish an equation for $\bar{\psi}$ analogous to the Schroedinger equation. For this purpose we shall take the average of both sides of (72) over the volume of a sphere of radius R with center at x, y, z . Denoting this operation by a bar as in (73), we obtain after obvious transformations,

$$(74) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\bar{\psi}} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \dots + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial X^2} + \dots \right) + U\bar{\psi} + \overline{g(r)\psi}.$$

In order to calculate the last term we note that in the singular region $r < R$, the variations of ψ are essentially due to the effect of the potential energy $g(r)$ which, while being different from zero only in a rather small region, takes on very large values in that region. For $r < R$ one may also neglect the variations in ψ due to the other terms of the Hamiltonian, writing ψ in the form

$$(75) \quad \psi = c\chi(r)$$

where the function $\chi(r)$ is the solution of the equation

$$(76) \quad \chi''(r) + \frac{2}{r}\chi'(r) = \frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} g(r)\chi(r),$$

i.e. a solution of the Schroedinger equation (only for S-waves, since these are the only important ones at short distances) for the relative motion of two particles (coordinate r , reduced mass $M/2$) and considering only the potential energy $g(r)$; c represents a smoothly varying function.

If we normalize $\chi(r)$ so that for large r it approaches the value unity, the connection between (75) and the values of ψ for $r \geq R$ is evidently obtained by identifying the function c with the slowly varying function $\bar{\psi}$. We may therefore write in general:

$$(77) \quad \psi(x, X) = \bar{\psi}(x, X) \chi(r).$$

By setting $\chi(r) = \frac{1}{r} v(r)$, Eq. (76) becomes

$$(78) \quad v''(r) = \frac{4\pi^2 M}{\hbar^2} g(r) v(r).$$

The behavior of $v(r)$ is represented in Figure 1. For $r > \rho$ the graph

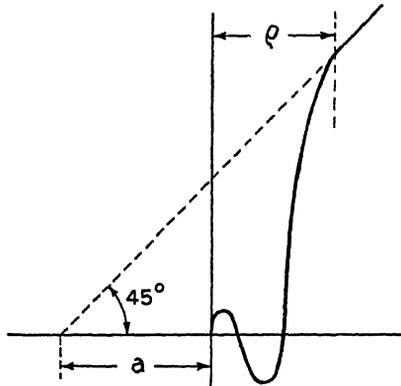


Fig. 1.

of $v(r)$ is a straight line. Because of the normalization condition the slope of the asymptote to the curve $v(r)$ must become 45 degrees, so that we obtain

$$(79) \quad v(r) = a + r \quad \text{for } r > \rho.$$

The significance of the constant a is clear from the figure.

Keeping (71) in mind and neglecting ρ in comparison to R , we recognize that $\overline{g(r)\psi}$ will be different from zero if the distance between the points x, y, z and X, Y, Z is less than R . If this condition holds, one finds (remembering that $\rho \ll R$, and that $\bar{\psi}$ does not vary appreciably over regions of the dimensions of R)

$$\begin{aligned} \overline{g(r)\psi} &= \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int g(r) \bar{\psi}(x, X) \chi(r) d\tau \\ &= \frac{4\pi \bar{\psi}(x, X)}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^\infty g(r) v(r) r dr. \end{aligned}$$

The integral is easily calculated with the aid of (78) and (79) and the fact that $v(0) = 0$ (see fig. 1). We find

$$\int_0^{\infty} g(r) v(r) r dr = \frac{\hbar^2}{2\pi^2 M} \int_0^{\infty} v''(r) r dr = \frac{\hbar^2}{4\pi^2 M} \left[v' r - v \right]_0^{\infty} = -\frac{\hbar^2 a}{4\pi M}.$$

Finally we have

$$\overline{g(r)\psi} = -\frac{\hbar^2 a}{\pi M} \bar{\psi}(x, X) \delta_R(r)$$

where the function $\delta_R(r)$ is equal to zero if $r > R$, and is equal to $3/(4\pi R^3)$ everywhere else (so that its volume integral extended over all space is equal to 1). Substituting into (74) we obtain the desired equation for $\bar{\psi}$:

$$(80) \quad -\frac{\hbar}{2\pi i} \dot{\bar{\psi}} = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 M} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \dots + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial X^2} + \dots \right) + U(X, Y, Z) \bar{\psi} - \frac{\hbar^2 a}{\pi M} \delta_R(r) \bar{\psi}.$$

The collision between neutron and proton is determined by the presence of the last term which represents the interaction between the two particles. It is easy to convince ourselves that with the aid of equation (80) the collision may be calculated by means of the first Born approximation (indeed, the interaction term gives rise to only a small irregularity in $\bar{\psi}$). Furthermore, when calculating the matrix elements of the interaction term, the function δ_R may be identified with the Dirac δ -function in three dimensions, since the quantities contained in (80) vary slowly over the region in which δ_R is different from zero.

Applying the classical procedure of Born one thus finds without difficulty the following expression for the differential collision cross section $\sigma_{m,n,d\omega}$ for a process of collision in which a hydrogen atom passes from the initial state m to the final state n , the neutron being scattered in a direction lying within the element of solid angle $d\omega$:

$$(81) \quad \sigma_{m,n,d\omega} = 4a^2 \frac{p}{p_0} d\omega \left| \int u_m^* u_n e^{\frac{2\pi i}{\hbar} (\mathbf{p}-\mathbf{p}_0) \cdot \mathbf{X}} d\tau \right|^2$$

where \mathbf{p}_0 stands for the neutron momentum before the collision, $u_m(X, Y, Z)$ and $u_n(X, Y, Z)$ are the eigenfunctions describing the state of the proton before and after the collision with corresponding eigenvalues of the energy w_m and w_n ; \mathbf{p} is the neutron momentum after the collision, whose magnitude according to the principle of the conservation of energy, is given by

$$(82) \quad \frac{p^2}{2M} = \frac{p_0^2}{2M} + w_m - w_n$$

while its direction is that of the element $d\omega$.

Before proceeding to further applications, we shall discuss the expression (81) for two extreme cases:

(I) *Case in which the hydrogen atoms are strongly bound.* (More precisely, the case in which the region over which the eigenfunction u_m of the

initial proton state is different from zero, is small compared to the de Broglie wavelength of the neutron). In this case the exponential term in the integral occurring in (81) can be considered constant over the region where the factor u_m is different from zero. It then follows from the orthogonality of the proton eigenfunctions that the integral differs from zero only for $n = m$, in which case the square of its absolute value is equal to 1. We thus conclude that in the present case, the only collisions which occur are those in which the energy of the hydrogen atom does not change and hence, according to (82), the neutron retains its entire kinetic energy ($p = p_0$). The collision cross section for processes wherein the neutron is scattered into an element of solid angle $d\omega$ follows in this case from (81):

$$(83) \quad \sigma_{d\omega} d\omega = 4 a^2 d\omega$$

which shows that the scattering is isotropic. The total cross section is found by integrating the preceding expression over all the solid angle; we get

$$(84) \quad \sigma = 16 \pi a^2$$

(2) *Case in which the hydrogen atoms are free.* - In this case the eigenfunctions u_n and u_m of the proton can be characterized by their respective momenta p_n and p_m ; they are written in the usual exponential form. One can then easily derive that the integral in (81) is different from zero only if

$$(85) \quad p_n + p = p_m + p_0$$

which expresses the law of conservation of momentum. If (85) is satisfied, the square of the modulus of the aforementioned integral is equal to 1. Furthermore (82) takes the form

$$(86) \quad p_n^2 + p^2 = p_m^2 + p_0^2.$$

Referring to the system in which the hydrogen atom is initially at rest, i.e. where one has $p_m = 0$, (85) and (86) take the form

$$(87) \quad p_n + p = p_0 \quad ; \quad p_n^2 + p^2 = p_0^2.$$

From these relations one obtains by elementary considerations

$$(88) \quad p = p_0 \cos \vartheta$$

ϑ being the angle between p and p_0 . Since p and p_0 are positive definite, it turns out that scattering occurs only through acute angles. From (81) we then obtain the differential scattering cross section

$$(89) \quad \sigma_{d\omega} d\omega = 4 a^2 \cos \vartheta d\omega.$$

The total scattering cross section is obtained by integrating over the hemisphere $\cos \vartheta > 0$;

$$(90) \quad \sigma = \int_0^{\pi/2} 4 a^2 \cos \vartheta \cdot 2 \pi \sin \vartheta d\vartheta = 4 \pi a^2.$$

A comparison of this equation with (84) shows that the scattering cross section for strongly bound hydrogen atoms is four times that for free hydrogen atoms. This implies that when the kinetic energy of the neutron decreases from values above 1 volt (for which the hydrogen atoms may practically be considered free) to much smaller values (for which on the other hand the hydrogen atoms must be considered strongly bound) the scattering cross section quadruples and hence the mean free path is reduced to one fourth. In the case of thermal neutrons, as will be better specified in the following section, we are sufficiently close to this limiting value, although it is not entirely reached as yet. One must in fact expect that the mean free path, although considerably smaller for thermal neutrons than for slow neutrons with energies above 1 volt, is nevertheless a little larger than one fourth of the latter value. Furthermore it follows from (83) that in the limit where the energy of the neutron is extremely small the scattering becomes isotropic; this result as well is only approximately true for thermal neutrons, since for these there exists a slight preponderance of small angle scattering, as will be shown in the following section.

11. *Elastically bound hydrogen atoms.* - In order to study the situation intermediate between the two limiting cases discussed above, we shall restrict our hypotheses by supposing that the hydrogen atom is bound to an equilibrium position (the origin of the coordinates) by an isotropic elastic force. In this case the expressions for the different scattering cross sections may be obtained in closed form, as we shall see. We shall further assume that the state of oscillation in which the hydrogen atom is found initially is the one of minimum energy.

If ν is the frequency of oscillation of the hydrogen atom, the energy of its oscillation states (measuring for convenience from the energy of the ground state, which is taken to be zero) will be given by

$$(91) \quad w_n = n h \nu,$$

n being an integer. Upon decomposing the motion of the oscillator into its three components X, Y, Z , the total quantum number n will be given by the three partial quantum numbers:

$$(92) \quad n = n_1 + n_2 + n_3$$

which completely define a state of oscillation. The initial state m has its quantum numbers equal to zero by definition.

The function corresponding to the quantum numbers n_1, n_2, n_3 is the product of the three oscillator eigenfunctions in one dimension written for the three coordinates X, Y, Z , namely

$$(93) \quad u_{n_1, n_2, n_3} = \left(\frac{4 \pi m \nu}{h} \right)^{3/4} \frac{H_{n_1}(\xi) H_{n_2}(\eta) H_{n_3}(\rho)}{\sqrt{2^{n_1} n_1! n_2! n_3!}} e^{-\frac{\nu}{2} (\xi^2 + \eta^2 + \rho^2)}$$

where we have set

$$(94) \quad \xi = X \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{h}} \quad ; \quad \eta = Y \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{h}} \quad ; \quad \zeta = Z \sqrt{\frac{4 \pi^2 m \nu}{h}}$$

and the H stands for the Hermite polynomials. The eigenfunction of the initial state is simply

$$u_{000} = \left(\frac{4\pi m\nu}{h} \right)^{3/4} e^{-\frac{\xi}{2}(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)}.$$

The volume integral occurring on the right hand side of (81) may be reduced to the product of three simple integrals of the type:

$$(95) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} H_r(x) e^{-x^2} e^{iQ_s x} dx = i\sqrt{\pi} Q_s e^{-Q_s^2/4}.$$

By means of this formula we obtain from (81) by simple calculations

$$(96) \quad \sigma_{n_1 n_2 n_3} d\omega = 4 a^2 \frac{P}{P_0} d\omega \frac{(P_x - P_{0x})^{2n_1}}{n_1!} \frac{(P_y - P_{0y})^{2n_2}}{n_2!} \frac{(P_z - P_{0z})^{2n_3}}{n_3!} e^{-(P - P_0)^2}.$$

We have put

$$(97) \quad \mathbf{P}_0 = \frac{\mathbf{p}_0}{\sqrt{2Mh\nu}} \quad ; \quad \mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{2Mh\nu}}$$

so that P_0^2 and P^2 represent the energies of the neutron before and after the collision, divided by $h\nu$. Equation (82) becomes

$$(98) \quad P^2 = P_0^2 - n.$$

Upon summing (96) over all integral and non-negative solutions of (92) corresponding to a given value of n , we obtain the partial collision cross section for processes in which the neutron is scattered into $d\omega$ and the hydrogen atom is excited to one of the oscillation states of energy (91). The summation is easily carried out in closed form (by use of the formulae for the development of the n^{th} power of a trinomial) and one finds

$$(99) \quad \sigma_{n, d\omega} = 4 a^2 \frac{P}{P_0} d\omega \frac{(P - P_0)^{2n}}{n!} e^{-(P - P_0)^2}.$$

The latter may also be written, because of (98),

$$(100) \quad \sigma_{n, d\omega} = 4 a^2 \frac{\sqrt{P_0^2 - n}}{P_0} \frac{(2P_0^2 - n - 2P_0\sqrt{P_0^2 - n} \cos \vartheta)^n}{n!} e^{-(2P_0^2 - n - 2P_0\sqrt{P_0^2 - n} \cos \vartheta)} d\omega,$$

ϑ being the angle between $d\omega$ and the direction of \mathbf{P}_0 .

Equation (100) enables us to solve the various collision problems. Upon integrating it over all solid angles we obtain the value of the partial collision cross section σ_n for collisions in which the hydrogen atom is excited to the n^{th} oscillation state. The latter turns out to be

$$(101) \quad \sigma_n = \frac{4\pi a^2}{n! P_0^2} \int_{\sqrt{P_0^2 - n}}^{2P_0^2 - n + 2P_0\sqrt{P_0^2 - n}} \xi^n e^{-\xi} d\xi.$$

Of course σ_n must be set equal to zero if $P_0^2 < n$, i.e. if the incident neutron does not have sufficient energy to excite state n .

The shape of σ_n as a function of $P_0^2 = w/h\nu$ is shown in Figure 2 (curves 0, 1, 2, 3, ...). The curve traced in solid line is the total collision cross section, sum of the partial cross sections. The asymptotic curve common to the curves representing $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots$ is, as may be seen from (101), the equilateral hyperbola

$$\frac{4\pi a^2}{w/h\nu}.$$

Note the behavior of the total collision cross section; for zero energy its value is $16\pi a^2$. For $w = h\nu$ it is already reduced to a value very slightly less than one fourth the latter; with a further increase of the energy the value remains around the limiting value $4\pi a^2$, with oscillations of ever

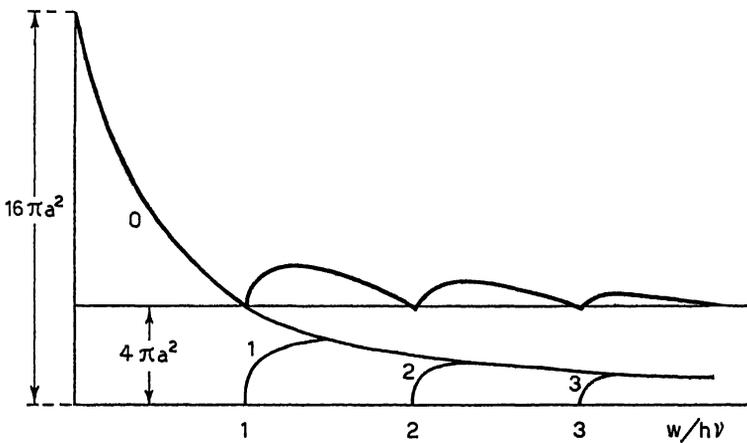


Fig. 2.

decreasing amplitude. These results agree with the general conclusions reached in the preceding section.

When the energy w is smaller than $h\nu$, the total collision cross section is reduced to just σ_0 ; from (101), recalling that $P_0^2 = w/h\nu$, this turns out to be

$$(102) \quad \sigma_0 = 4\pi a^2 \frac{1 - e^{-4w/h\nu}}{w/h\nu}.$$

The angular dependence is determined by (100), which reduces to

$$(103) \quad \sigma_0 d\omega = 4a^2 e^{-\frac{2w}{h\nu}(1 - \cos\theta)} d\omega.$$

From this equation one recognizes that in conformity with the results of the last section, the scattering tends to approach isotropy for $w \ll h\nu$; however, for w just slightly less than $h\nu$ the anisotropy is considerable. For thermal neutrons ($w \sim 0.037$ volts) $w/h\nu$ is of the order of $1/10$. Nevertheless the anisotropy is not at all negligible as yet; likewise the cross section is really still somewhat smaller than four times the limiting cross section. For $w \gg h\nu$, the ratio being closer to three than to four.

Finally we note that if the hydrogen atoms were elastically bound in stable equilibrium positions as we have assumed in the course of this discussion, as soon as the energy w of the neutron falls below $h\nu$ by successive collisions, it could not decrease further down to values of thermal agitation. The possibility of a further slowing down of the neutron, after its energy has fallen below the quantum of energy of elastic vibrations, depends upon the fact that the hydrogen atoms in the crystal lattice of a solid are not bound to fixed equilibrium positions, but to the surrounding atoms which are themselves in motion. As a consequence we know that the frequencies of oscillation form a continuous spectrum extending down to frequency zero, which fact makes the reduction of the energy down to thermal values possible. However, when the energy is already reduced to a value of the order of the mean quantum of elastic oscillation or below, the slowing down process is considerably less rapid than for higher energies, so that more than one collision takes place on the average to reduce the energy to $1/e$ of its value.

An evaluation of the number of collisions necessary to reduce the energy from $h\nu$ down to thermal energy (a reduction of roughly a factor of ten) shows that for this process approximately ten collisions may be needed, while if the slowing down obeyed the same law as the neutrons with energies above 1 volt, two or three collisions would suffice.

12. *The neutron capture process.* - We have mentioned several times that thermal neutrons in paraffin have a finite mean life τ since they may be captured by protons present in the vicinity, by uniting with them to form nuclei of heavy hydrogen. The order of magnitude of τ has been evaluated by direct experiment [7] to be $\tau \sim 10^{-4}$ seconds. τ can also be derived from a knowledge of the mean free path λ of thermal neutrons, and from the average number of collisions N which a thermal neutron suffers before capture. From this method (cf. *AF*, Sec. 13) one finds $\tau = 1.7 \times 10^{-4}$ s, in good agreement with the direct evaluation.

In this section we shall discuss the mechanism of the capture process of neutrons by protons [8], thus arriving theoretically at a determination of τ which is in excellent accord with the experimental determinations.

The theory which follows is based on the assumption that the transitions in which a slow neutron combines with a proton to form a deuteron (emitting the liberated energy in the form of a gamma ray quantum) are determined by the oscillations of the magnetic moment of the neutron-proton system. In fact, one finds that the ordinary transitions which are due to the oscillations of the electric dipole moment, are forbidden in the case of slow neutrons. We assume transitions from a 3S state of the continuum to the 3S ground state, because according to ordinary collision theory, slow neutrons can only be captured from S -states of the continuum, since in P , D , ... states the two particles remain too far apart to interact effectively. Now it is known that the ordinary processes of radiation by electric dipole or quadrupole are forbidden for $S \rightarrow S$ transitions. There is instead, as we shall explain better below, the possibility of transition from a 3S state of

the continuum to the ${}^3\text{S}$ ground state of the deuteron through magnetic dipole radiation.

The formulae for the calculation of the radiation due to the oscillations of a magnetic dipole are essentially analogous (in view of the symmetry of the electric and magnetic fields in Maxwell's equations) to those which hold for electric dipole radiation. The probability for a transition between two states i and j is

$$(104) \quad \frac{64 \pi^4 \nu^3}{3 \hbar c^3} |\mu_{ij}|^2$$

where μ_{ij} is the matrix element (i, j) of the magnetic moment μ of the system and ν the frequency emitted in the transition.

Let us denote by the indices 0, 1 the two terms ${}^3\text{S}$ (ground state of the deuteron, having an energy $w_0 = -2.2 \times 10^6$ volts) and ${}^1\text{S}$ (state of the continuum representing a slow neutron having an energy w which is very small compared to w_0). In order to calculate the matrix element μ_{01} one proceeds as follows.

The eigenfunction ψ of the neutron-proton system depends on the coordinates x, y, z, s of position and spin of the neutron, and on the coordinates X, Y, Z, S , of position and spin of the proton. Referring to a system in which the center of mass of neutron and proton is at rest, the eigenfunctions of the S-states ${}^1\text{S}$ and ${}^3\text{S}$ will depend, in addition to the spin coordinates s and S , only on the distance r between neutron and proton. Since each of the two spin coordinates is capable of taking on only two values ($+1$ and -1), it follows that every eigenfunction will be an ensemble of four functions of the position coordinates only. We shall write them in the square array

$$\psi = \begin{vmatrix} \psi_{1,1} & \psi_{1,-1} \\ \psi_{-1,1} & \psi_{-1,-1} \end{vmatrix}$$

with the understanding that the first and second indices refer to the values of s and S , respectively. It is easily seen that in this notation the unique eigenfunction of a ${}^1\text{S}$ term is written in the form

$$(105) \quad \psi ({}^1\text{S}) = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{v(r)}{\sqrt{2} r} \\ \frac{v(r)}{\sqrt{2} r} & 0 \end{vmatrix}$$

in which the function $v(r)$ satisfies the equation

$$(106) \quad \frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{4 \pi^2 M}{\hbar^2} [w - g_1(r)] v(r) = 0.$$

$g_1(r)$ represents the potential energy of the neutron-proton interaction when the two particles have antiparallel spins and $M/2$ is the reduced mass. In our case, where the ${}^1\text{S}$ state represents the slow neutron, the function $v(r)$, for values of r small compared to the de Broglie wavelength, is of the type shown in Fig. 1.

The three eigenfunctions of the ground state term 3S will similarly be given by

$$(107) \quad \psi({}^3S_x) = \begin{vmatrix} \frac{u(r)}{r} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad \psi({}^3S_0) = \begin{vmatrix} 0 & \frac{u(r)}{\sqrt{2}r} \\ \frac{u(r)}{\sqrt{2}r} & 0 \end{vmatrix}; \quad \psi({}^3S_{-x}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{u(r)}{r} \end{vmatrix}$$

where $u(r)$ satisfies the equation

$$(108) \quad \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{4\pi^2 M}{h^2} [w_0 - g_3(r)] u(r) = 0.$$

$g_3(r)$ represents the potential energy of the interaction when the spins are parallel; $g_3(r)$ will in general be different from $g_x(r)$ (see Sec. 9).

To calculate the matrix elements of the magnetic moment μ we observe that the latter is the vector sum of the intrinsic magnetic moments of the two particles. Let μ_n and μ_p be the values of the magnetic moments of neutron and proton (to be taken with the positive or negative sign according to whether the magnetic moment is parallel or antiparallel to the intrinsic angular momentum of the particle; actually the magnetic moment of the neutron is negative and that of the proton positive). The components of the magnetic moment vectors μ_n and μ_p are obtained by multiplying μ_n and μ_p by the Pauli operators, operating on the coordinates s and S , respectively. One may therefore write without difficulty the operators representing the components μ_x, μ_y, μ_z , of the total magnetic moment $\mu = \mu_p + \mu_n$. For instance, μ_x operates as follows:

$$\mu_x \begin{vmatrix} \psi_{x,x} & \psi_{x,-x} \\ \psi_{-x,x} & \psi_{-x,-x} \end{vmatrix} = \mu_n \begin{vmatrix} \psi_{x,x} & \psi_{x,-x} \\ -\psi_{-x,x} & -\psi_{-x,-x} \end{vmatrix} + \mu_p \begin{vmatrix} \psi_{x,x} & -\psi_{x,x} \\ \psi_{-x,x} & -\psi_{-x,x} \end{vmatrix}.$$

From (105) and (107) we then find the matrix elements of μ_x to be

$$\mu_x({}^2S, {}^3S_x) = \mu_x({}^2S, {}^3S_{-x}) = 0; \quad \mu_x({}^2S, {}^3S_0) = 4\pi(\mu_p - \mu_n) \int_0^\infty wv dr.$$

In a similar manner we find

$$-\mu_x({}^2S, {}^3S_x) = \mu_x({}^2S, {}^3S_{-x}) = 4\pi \frac{\mu_p - \mu_n}{\sqrt{2}} \int_0^\infty wv dr; \quad \mu_x({}^2S, {}^3S_0) = 0,$$

$$\mu_y({}^2S, {}^3S_x) = \mu_y({}^2S, {}^3S_{-x}) = 4\pi i \frac{\mu_p - \mu_n}{\sqrt{2}} \int_0^\infty wv dr; \quad \mu_y({}^2S, {}^3S_0) = 0.$$

The transition probability is found by replacing μ_x in (104) by the sum of the squares of the moduli of all these matrix elements. This probability is therefore

$$(109) \quad \frac{1024 \pi^6 v^3}{hc^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^\infty wv dr \right)^2.$$

In order to apply this formula to the problem of slow neutron capture, $u(r)$ (u/r = radial eigenfunction of the ground state of the deuteron) must be normalized in such a way that

$$(110) \quad 4\pi \int_0^{\infty} u^2 dr = 1.$$

However, as far as $v(r)$ (v/r = radial eigenfunction of the 3S state of the continuum representing the slow neutron) is concerned, its normalization as chosen in Sec. 10 (cf. formula (79) and Fig. 1) corresponds to the case where the density of neutrons in a singlet state with respect to the proton equals unity. Since the statistical weights of singlet and triplet states are in the ratio of 1 : 3, the total slow neutron density corresponding to the stated normalization equals 4. Taking this into account, and denoting by V the velocity of slow neutrons and by σ_{ca} the capture cross section, the transition probability for the capture process will evidently be $= 4V\sigma_{ca}$. By comparison with (109) we thus obtain

$$(111) \quad \sigma_{ca} = \frac{1}{V} \frac{256\pi^6 v^3}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^{\infty} uv dr \right)^2.$$

We note in particular in this formula that the capture cross section is inversely proportional to the velocity. Denoting by τ the mean life of a slow neutron in a medium containing hydrogen at a concentration of n atoms per cubic centimeter, one has $\tau V n \sigma_{ca} = 1$. We thus find

$$(112) \quad \frac{1}{\tau} = n \frac{256\pi^6 v^3}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 \left(\int_0^{\infty} uv dr \right)^2.$$

For an effective calculation of the integral contained in these formulae we shall employ the procedure of Bethe and Peierls (*loc. cit.*) which consists in neglecting the irregularities of the two functions u and v for $r < \rho$ (ρ = range) in view of the fact that the contributions to the various integrals from the region $r < \rho$ is of little importance. For $r > \rho$ we obtain from the integration of (108) and taking into account the normalization condition

$$(113) \quad u(r) = \frac{1}{\sqrt{2}\pi b} e^{-\frac{r}{b}}, \quad b = \sqrt{\frac{\hbar^2}{4\pi^2 M |w_0|}} = 0.43 \times 10^{-12}.$$

(The normalization has been calculated assuming, for the reasons indicated, that (113) holds up to $r = 0$; the numerical value of the length b corresponds to the binding energy $-w_0 = 2.2 \times 10^6$ volts).

According to (79) $v(r)$ for $r > \rho$ is given by

$$(114) \quad v(r) = a + r \quad ; \quad a = \pm \sqrt{\frac{\hbar^2}{4\pi^2 M |w_1|}} = 1.88 \times 10^{-12}$$

where w_1 represents the energy of the real or virtual 3S state which we have mentioned in Sec. 9 (not to be confused with the energy w of the other 3S

state which represents the slow neutron). The numerical value of w_x has been taken as 1.16×10^5 volts (cf. Sec. 9). Calculating the integral in (112) with the assumption that (113) and (114) hold down to $r = 0$, one immediately finds

$$(115) \quad \frac{1}{\tau} = n \frac{128 \pi^6 v^2}{\hbar c^3} (\mu_p - \mu_n)^2 (a + b)^2 b.$$

Introducing into this equation the numerical values $n = 7.8 \times 10^{22}$, $v = w_x/h = 5.38 \times 10^{29}$, we obtain, according to whether we take the positive or negative sign in the second equation (114)

$$(116) \quad \frac{1}{\tau} = 61 \left(\frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_0} \right)^2 \quad \text{or} \quad \frac{1}{\tau} = 154 \left(\frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_0} \right)^2$$

where μ_0 is the nuclear Bohr magneton. The first corresponds to negative a (¹S level of Sec. 9 real); the second corresponds to positive a (¹S level virtual).

For the magnetic moment of the proton we shall take the value $\mu_p = 2.88 \mu_0$ (average of the results of measurements by Stern, Estermann and Frisch, and by Rabi, Kellogg and Zacharias [9]). The magnetic moment of the neutron is obtained as the difference between that of the deuteron and the proton. Taking for the magnetic moment of the deuteron $0.75 \mu_0$, one finds $\mu_n = -2.13 \mu_0$ (note the minus sign.) Thus we obtain from (116)

$$\tau = 6.5 \times 10^{-4} \text{ s} \quad \text{or} \quad \tau = 2.6 \times 10^{-4} \text{ s}.$$

The second one of these two values agrees very well with the results of slow neutron experiments ($\tau = 1.7 \times 10^{-4}$). This seems to indicate that the second relation (116) is valid, i.e. that the ¹S level of the deuteron is virtual.

BIBLIOGRAPHY.

- [1] E. AMALDI, E. FERMI, *On the absorption and diffusion of slow neutrons*, « Ric. Scientifica », 7 (1), 454 (1936). In this paper the preliminary publications on this question are quoted.
- [2] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, F. RASETTI, E. SEGRÈ, « Proc. Roy. Soc. », A 149, 522 (1935).
- [3] E. FERMI, *Zeeman Festschrift*, p. 128; Martinus Nijhoff, The Hague, 1935.
- [4] G. C. WICK, « Rend. Lincei », 23, 774 (1936).
- [5] H. A. BETHE, R. PEIERLS, « Proc. Roy. Soc. », A 148, 146 (1934); A 149, 176 (1934).
- [6] One must take into account the fact that the ratio of the statistical weights of singlet and triplet states is 1 : 3; see also M. GOLDHABER, « Nature » (London), 137, 824 (1936).
- [7] E. AMALDI, O. D'AGOSTINO, E. FERMI, B. PONTECORVO, E. SEGRÈ, « Ric. Scientifica », 6 (1), 581 (1935).
- [8] E. FERMI, « Phys. Rev. », 48, 570 (1935).
- [9] R. FRISCH, O. STERN, « Z. Physik », 85, 4 (1933); I. ESTERMANN, O. STERN, « Z. Physik », 85, 17 (1933); 86, 132 (1933); I. I. RABI, J. M. KELLOGG, J. R. ZACHARIAS, « Phys. Rev. », 46, 157, 163 (1934); for the sign of the magnetic moments of proton and deuteron, see the same authors, « Nature » (London), 137, 658 (1936).

N° 120.

On January 23rd 1937 Professor Corbino died of pneumonia after a very short illness. He was only sixty-one years old and the loss was keenly felt by all members of the Institute in Rome. There was the feeling that an era was coming to an end and indeed with the change of direction of the Institute and the deteriorating political situation, catastrophe was impending. Fermi wrote this brief eulogy in which characteristically he puts the main emphasis on the scientific work of Corbino. However, his warm personality and human traits emerge very clearly from this short memorial.

E. SEGRÈ.

120.

UN MAESTRO: ORSO MARIO CORBINO

«Nuova Antologia», 72, 313-316 (1937).

Conobbi il senatore Orso Mario Corbino quando tornai a Roma appena laureato, nel 1922. Io avevo allora venti anni e il Corbino quarantasei; era senatore, era stato già ministro della Pubblica Istruzione ed inoltre era universalmente noto come una delle personalità più eminenti nel campo degli studi. Fu perciò con una spiegabile titubanza che mi presentai a Lui; ma la titubanza sparì subito di fronte al modo insieme cordiale e interessante con cui Egli prese a discutere con me dell'argomento dei miei studi. Avemmo in quel periodo conversazioni e discussioni quasi quotidiane, per effetto delle quali non solo mi si chiarirono molte idee che avevo confuse, ma nacque in me la profonda e sentita venerazione del discepolo verso il maestro, venerazione che andò sempre crescendo negli anni che ebbi la fortuna di passare nel suo laboratorio.

Credo di poter affermare che questi sentimenti siano comuni a tutti quanti lo hanno avvicinato: la sua affabilità, il modo intelligente ed arguto con cui riusciva talvolta a dire anche verità spiacevoli senza menomamente offendere, la sua assoluta sincerità, il reale interesse che Egli provava per le questioni sia scientifiche che umane gli conquistavano subito simpatia e ammirazione.

Il Corbino ricordava spesso con un certo compiacimento di dovere sopra tutto a sè stesso la posizione che aveva saputo conquistarsi. Egli era nato in Augusta (il 30 aprile 1876) da una famiglia di modesti artigiani. Il suo amore e la sua eccezionale disposizione per gli studi, riconosciuta e apprezzata dalla famiglia, fecero sì che il padre, a costo di gravi sacrifici, gli facesse seguire gli studi. Fin da ragazzo Egli ebbe gran passione per la fisica, e mentre frequentava le classi ginnasiali soleva unirsi ai giovani del liceo per ascoltare le lezioni di fisica del professor Stracciati.

Laureatosi in fisica a Palermo fu per alcuni anni contemporaneamente professore di liceo e assistente del professor Macaluso nell'istituto fisico dell'università di Palermo.

In questo periodo il Corbino, ancor giovanissimo, eseguì in collaborazione col suo maestro Macaluso una ricerca assai significativa nel campo della magnetoottica, scoprendo il fenomeno che fu poi detto di Macaluso-Corbino. Macaluso e Corbino osservarono che il piano di polarizzazione della luce subisce una intensa rotazione attraversando un vapore posto in un campo magnetico, se la frequenza della luce è prossima a quella di una riga di assorbimento del vapore. Dopo lo sviluppo della teoria elettromagnetica della luce, la fisica andava in quel tempo orientandosi verso la interpretazione dei fenomeni ottici in base alle concezioni elettroniche. L'«effetto» Macaluso-Corbino trovò il suo posto naturale nel quadro delle nuove teorie e contribuì in tal modo a chiarirne i fondamenti.

Sempre in questo periodo il Corbino ebbe discussioni e polemiche varie su argomenti di magnetoottica e dimostrò in esse la acutezza e la profondità delle sue vedute, in modo da farsi notare fin da allora anche fuori d'Italia, come uno dei ricercatori più promettenti. Particolarmente esse gli valsero la stima e l'amicizia di Augusto Righi, allora nel fiore della sua produttività.

Accanto agli studi di fisica pura il Corbino coltivò fin dagli inizi quelli di elettrotecnica. Particolarmente ingegnose in questo campo le sue osservazioni sulle proprietà di un circuito contenente una dinamo con eccitazione in serie. Egli stabilì infatti che la dinamo in queste condizioni si comporta come una resistenza ohmica negativa, per modo che nel circuito vengono a prodursi, in opportune circostanze, spontanee oscillazioni elettriche permanenti. Egli studiò altresì il comportamento del condensatore elettrolitico, del rocchetto di induzione, dell'arco di Duddel, portando chiarezza su questioni controverse relative al funzionamento di questi apparecchi.

Nel 1904 il Corbino vinse contemporaneamente due concorsi universitari, uno per l'elettrotecnica ed uno per la fisica, e scelse il posto di professore di fisica sperimentale nell'università di Messina. Miracolosamente illeso, insieme alla sua famiglia, nel terremoto del 1908 (la sua casa fu una delle poche restate in piedi in quella tragica circostanza), venne a Roma, chiamato da Blaserna a succedere al professor Sella nella cattedra di fisica complementare. Alla morte del Blaserna, nel 1918, gli successe nella direzione dell'Istituto fisico dell'università di Roma, che tenne fino alla morte.

A Roma l'attività del Corbino non si è limitata al solo campo universitario, ma si è svolta anche in quello industriale e nella vita pubblica. Il Corbino fu presidente del Consiglio Superiore delle Acque e di quello dei Lavori Pubblici. Fu nominato senatore nel 1920 e fu ministro della Pubblica Istruzione nel 1921 e dell'Economia Nazionale nel 1923-24. Ebbe numerosi riconoscimenti accademici e civili: Socio Nazionale dei Lincei, e di altre accademie; cavaliere dell'Ordine Civile di Savoia; ebbe il Premio Reale dei Lincei nel 1914 e il premio Mussolini nel 1933.

Nell'Istituto fisico di Roma il Corbino indirizzò le sue ricerche a problemi assai vari. Proseguendo l'indirizzo elettrotecnico egli ideò e realizzò col professor Trabacchi, che fu suo collaboratore in moltissimi lavori, un

dispositivo per la produzione di alte tensioni raddrizzate destinate alla alimentazione dei tubi a raggi X. Il dispositivo Corbino-Trabacchi rappresentò un notevole progresso sugli altri fino allora in uso. Importante è anche la realizzazione di un convertitore di correnti alternate in correnti unidirezionali, che trovò utili applicazioni per la carica degli accumulatori.

Una delle più pregevoli caratteristiche dell'opera scientifica del Corbino consiste nell'aver Egli saputo raggiungere risultati importanti con l'impiego di mezzi semplicissimi. Ne è un bell'esempio la sua elegante ricerca sul calore specifico dei metalli (tungsteno e platino) ad altissime temperature, basato sulla osservazione delle fluttuazioni di resistenza elettrica del filamento di una comune lampadina ad incandescenza alimentata da una corrente alternata. Questi studi, i cui risultati furono in seguito confermati da molti altri ricercatori, condussero il Corbino a constatare che, ad altissime temperature, il calore specifico prende un valore considerevolmente superiore a quello previsto con la legge di Dulong e Petit. Ciò ha notevole importanza teorica e trova la sua interpretazione nel fatto che le forze che si esercitano tra gli atomi della sostanza non sono esattamente forze elastiche e ne deviano sensibilmente quando, per l'elevata temperatura, le oscillazioni degli atomi diventano relativamente assai ampie.

In questa come in svariate altre ricerche di fisica pura ed applicata il Corbino si servì del tubo di Braun per rendere visibile la forma delle oscillazioni elettriche. Il tubo di Braun può considerarsi il suo strumento favorito, ed Egli mise in evidenza, con numerose ed elegantissime esperienze, le svariate possibilità di applicazione di questo apparecchio, assai lontano a quel tempo dalla perfezione oggi raggiunta.

Un gruppo di lavori molto numeroso fu dedicato allo studio della corrente elettrica in lamine metalliche immerse in un campo magnetico ad esse perpendicolare. Tra questi deve notarsi lo studio delle linee di corrente in un disco di bismuto percorso da una corrente radiale. Corbino osservò che le linee di corrente, rettilinee in assenza di campo magnetico, assumono la forma di spirale sotto l'azione del campo. Il fenomeno è generalmente noto col nome di «effetto Corbino», quantunque Egli modestamente non gradisse questa denominazione, preferendo considerarlo come una variante dell'effetto Hall. Vari altri aspetti dell'interdipendenza fra correnti elettriche, termiche e campo magnetico, furono oggetto di un gruppo di numerose ricerche, anche di carattere teorico.

Per qualche tempo il Corbino si è dedicato, non senza un certo rischio personale, a studi sulle proprietà fisiche degli esplosivi e in particolare alla determinazione della tensione di vapore della nitroglicerina, fatta in collaborazione con l'ingegnere Chiaraviglio.

Fin dai primi tempi dello sviluppo della radiotelegrafia il Corbino si interessò vivamente ai suoi problemi, e fu in particolare uno dei primi ad intuire le grandi possibilità di applicazione della valvola termoionica. Egli seguì con amore i primi passi delle radiodiffusioni, alle quali si interessava non solo dal punto di vista fisico, ma anche quale appassionato intenditore di musica. Ben degnamente perciò Egli ha presieduto nei suoi ultimi anni la Commissione di Vigilanza Artistica e Tecnica sulle Radio-audizioni.

Al congresso internazionale dei fisici tenuto a Como nel 1927 Egli presentò un complesso studio sulla teoria della pila elettrica, nel quale analizzava quali fossero le origini della forza elettromotrice. L'opera del Corbino in questo campo può dirsi aver dato una definitiva sistemazione alle discussioni in proposito; Egli arrivò alla conclusione che la differenza di potenziale risiede, per la massima parte, al contatto tra i due metalli, ravvicinandosi così, sia pure in una nuova forma, a quanto aveva già intuito Alessandro Volta, oltre un secolo fa.

Negli ultimi anni il Corbino si è dedicato con passione a studi di elettroacustica ed ha fondato e organizzato l'Istituto di Elettroacustica del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Esso ha sede nei locali di via Panisperna, resi vacanti col trasferimento dell'Istituto Fisico dell'Università alla Città Universitaria, e nei quali per tanti anni il Corbino ha svolto la sua attività di ricercatore e di maestro.

L'ultimo suo lavoro scientifico data da pochi giorni prima della sua prematura scomparsa. È una elegantissima ricerca sopra un nuovo metodo per la taratura del microfono condensatore, basato sulla analisi delle armoniche prodotte dalle variazioni di capacità che hanno luogo quando il microfono oscilla.

Parallelamente alla attività scientifica il Corbino ha svolta la sua attività di maestro. Egli ha sempre amato essere circondato da giovani, ai quali era largo di consigli dettati dalla sua esperienza e dalla sua dottrina. Sapeva infondere in essi non solo il suo acuto senso critico e la sua profonda onestà scientifica, ma anche il sincero entusiasmo che Egli metteva in ogni sua ricerca. Amava discutere con loro le esperienze sia progettate che eseguite e ne coglieva sempre i punti essenziali, sfrondandole dai particolari superflui. Amava ricercare al di sotto delle complesse trattazioni analitiche quale fosse l'essenza fisica dei fatti in esame che riusciva sempre a chiarire con semplici ed espressivi modelli.

Era prontissimo nell'assimilare e approfondire qualsiasi argomento, così che spesso chi gli esponeva una teoria o una ricerca si accorgeva alla fine di aver ricavato dal colloquio una sorprendente chiarificazione delle proprie idee. Espositore eccezionalmente brillante ed arguto, animava le sue lezioni e le sue conferenze rendendo piacevoli e facilmente intelligibili gli argomenti più astrusi.

Al rimpianto per lo scienziato che onorò il suo Paese si accompagna pertanto in tutti noi che abbiamo avuto la ventura di vivergli vicino, il dolore per la scomparsa di un amico e di un consigliere sicuro e il ricordo del debito incancellabile di riconoscenza per quanto per merito di Lui abbiamo appreso della scienza e della vita.

N° 121.

The considerable effort expended in the preceding years to study artificial radioactivity induced by neutrons and the absorption and diffusion properties of slow neutrons, had the effect of leaving the Institute's experimental equipment deficient, at least with regard to artificial neutron sources. By now other institutes had linear accelerators and cyclotrons that furnished much higher intensities than those attainable with a maximum of 800 millicuries of radon plus berillium.

Therefore, as a first attempt, we thought of constructing an accelerator which, utilizing the $D + D$ reaction, would enable us to attain large neutron intensities, even with a very modest accelerating voltage (200 KV). Once completed, however, this apparatus was used very little because soon afterwards the construction of a 1.1 million volt accelerator began at the Istituto Superiore di Sanità. The latter was never used by Fermi since he left Italy shortly after construction began.

E. AMALDI.

121.

UN GENERATORE ARTIFICIALE DI NEUTRONI

E. AMALDI, E. FERMI, F. RASETTI
« Ric. Scientifica », 8 (2), 40-43 (1937).

RIASSUNTO. -- Si descrive un impianto per la produzione di neutroni a mezzo di joni di deut-rio accelerati a 200 KV, che colpiscono un composto ricco in deuterio. Il rendimento fino ad ora ottenuto è pari a quello di una sorgente di emanazione+berillio di 2,5 Curie.

Lo sviluppo acquistato negli ultimi anni dalle ricerche sulle reazioni nucleari prodotte da neutroni ha reso assai importante il problema di ottenere forti sorgenti di queste particelle.

In precedenti ricerche abbiamo usato, per produrre neutroni, tubetti contenenti emanazione di radio e polvere di berillio. Essi emettono circa 20 mila neutroni al secondo per millicurie. Disponendo di emanazione fino ad un massimo di 800 mC, si possono ricavare $1,6 \cdot 10^7$ neutroni al secondo. Riuscendo ad utilizzare il 50 % dei neutroni per la produzione di una sostanza radioattiva artificiale, ciò che può corrispondere a condizioni eccezionalmente favorevoli, si può così arrivare a preparare al massimo una attività di 1/6 di millicurie.

Attività assai più considerevoli si possono ottenere quando si usino sorgenti artificiali di neutroni. Vari elementi leggeri, bombardati con deutoni accelerati artificialmente, emettono neutroni. La convenienza di bombardare l'uno o l'altro elemento dipende dal potenziale con cui vengono accelerati i deutoni. Per bassi potenziali (fino a poco oltre 600 KV) conviene usare una sostanza contenente una elevata percentuale di deuterio. Per potenziali maggiori si ottiene un rendimento più elevato usando il Li o il Be (in pratica conviene usare quest'ultima sostanza per la sua elevata resistenza meccanica e termica).

Ci proponiamo di riferire qui i risultati preliminari da noi ottenuti con una sorgente artificiale di neutroni realizzata in questo laboratorio. Dispo-

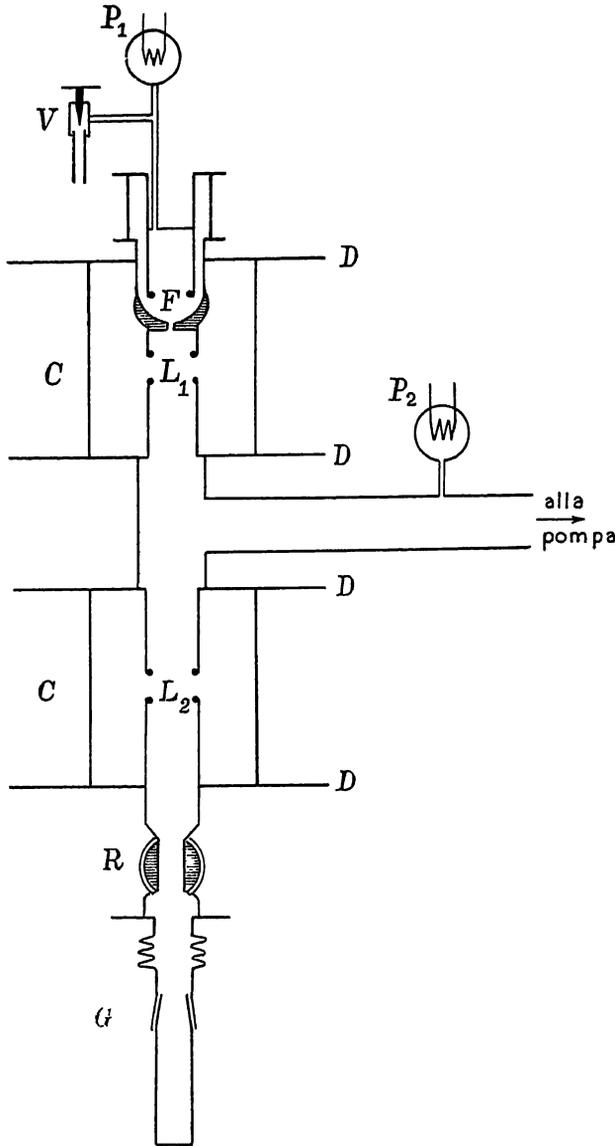
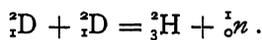


Fig. 1.

nendo di una tensione di soli 200 KV, abbiamo usato la reazione nucleare⁽¹⁾



Il generatore di tensione consiste di un dispositivo trifase in cui vengono utilizzate entrambe le semionde che caricano due capacità rispettivamente a + 100 e - 100 KV, rispetto alla terra. Abbiamo pertanto ritenuto conve-

(1) M. L. E. OLIPHANT, P. HARTECK, LORD RUTHERFORD, «Proc. Soc. Roy.», A 144, 692 (134).

niente costruire il nostro tubo in due sezioni attraverso le quali gli ioni subiscono successivamente due accelerazioni di 100 KV ciascuna. Lo schema del tubo è rappresentato nella fig. 1; la fig. 2 mostra una veduta generale dell'impianto. Non avendo ottenuto buoni risultati in numerosi tentativi con sorgenti di ioni ad arco a bassa pressione con catodo incandescente, siamo ricorsi ad una sorgente a raggi canale del tipo sviluppato da Oliphant. Il foro F nel catodo della sorgente dal quale esce il fascio di ioni positivi ha 3 mm di diametro e 7 di lunghezza. Gli ioni subiscono le due accelerazioni successive nelle due lenti elettriche L_1 ed L_2 e sono raccolti in un tubo all'estremità inferiore dell'apparecchio. Questa estremità inferiore, essendo al potenziale di -100 KV, è sostenuta da una incastellatura isolata da terra mediante isolatori di porcellana. L'estremità inferiore del tubo, nella quale si raccolgono gli



Fig. 2.

ioni, può venir staccata dal tubo (per esempio, per cambiare la sostanza da bombardare) senza far rientrare in esso l'aria, grazie a un grosso rubinetto R c ad un giunto conico G. Le varie parti del tubo sono riunite mediante flangie metalliche con guarnizioni di gomma, che pur assicurando un'ottima tenuta permettono un rapido smontaggio del tubo. I due cilindri di vetro C sono masticiati sui rispettivi dischi di ferro D mediante piceina. Il tubo è evacuato da una pompa a diffusione ad olio del diametro di 100 mm costruita in questo laboratorio su disegni di Sloan. Il tiraggio della pompa, misurato all'imboccatura, è di 50 litri/s mentre il tiraggio effettivo sul tubo è di 28 litri/s a causa della resistenza della condotta. Questo tiraggio è largamente sufficiente per mantenere un buon vuoto nel tubo malgrado la continua ammissione di deuterio attraverso il foro della sorgente (circa $1/20$ di cm^3/s). Due vacuometri di Pirani P_1 e P_2 permettono di conoscere la pressione sia nell'interno della sorgente che nel tubo. Per alimentare la sorgente abbiamo costruito un trasformatore in olio il cui secondario è isolato dal primario

per 100 KV, e fornisce una tensione di 25 KV. Questa tensione, raddrizzata a mezzo di un diodo e livellata con capacità, viene applicata, attraverso a resistenze di protezione, tra i due elettrodi della sorgente, e vi mantiene una corrente di circa 5 mA. Per mantenere nella sorgente la pressione più conveniente per la scarica, il deuterio vi viene introdotto attraverso ad una valvola a spillo V finemente regolabile e comandata a distanza, in modo da stabilire il giusto equilibrio con l'efflusso attraverso il foro dei raggi canali. La sorgente è raffreddata con una circolazione di olio.

Dato il notevole flusso di deuterio attraverso all'apparecchio, si è reso necessario un sistema di ricupero. Per questo il gas, dopo aver attraversato le pompe, anziché essere scaricato nell'atmosfera è raccolto in un gasometro, e da questo filtrato attraverso a una parete di palladio incandescente per liberarlo dalle impurità a cui si possa essere mescolato.

Il gas così purificato viene condotto da una tubazione alla valvola a spillo e di nuovo immesso nella sorgente.

La sostanza bombardata deve contenere un'alta percentuale di deuterio ed essere stabile anche sotto il bombardamento degli ioni. Abbiamo trovato conveniente usare il ghiaccio di acqua pesante mantenuto a bassissima temperatura con un raffreddamento ad aria liquida.

Riportiamo brevemente i risultati ottenuti fino ad ora, che hanno tuttavia un carattere assolutamente preliminare.

Nelle condizioni di funzionamento della sorgente già descritta, la massima corrente di ioni che siamo riusciti a raccogliere è di 40 microampere. Anche con una corrente così debole, e con la tensione relativamente bassa da noi usata, si ottiene una sorgente di neutroni equivalente a circa 2,5 Curie di emanazione + berillio; pari cioè a circa il triplo delle più forti sorgenti da noi usate fino ad ora. Riteniamo tuttavia che sarà possibile, con modificazioni di non grande entità, aumentare di un fattore 10 la corrente di ioni e quindi anche il numero dei neutroni. Ciò potrà ottenersi aumentando fino a 40 o 50 KV la tensione di alimentazione della sorgente⁽²⁾. Questo perfezionamento renderà necessario di ricostruire la sorgente di ioni ed il suo sistema di alimentazione.

Se queste modificazioni daranno i risultati che è lecito attenderne, il nostro tubo potrà produrre $5 \cdot 10^8$ neutroni per secondo, ciò che potrà permettere, nei casi più favorevoli, la produzione di radioelementi artificiali con attività di alcuni millicurie. Sarà allora possibile eseguire molte ricerche, per le quali le sorgenti fin qui avute a disposizione sarebbero del tutto insufficienti.

Naturalmente attività enormemente più grandi si otterrebbero se potessimo disporre di tensioni dell'ordine di 1000 KV. Un vantaggio sensibile sarebbe anche in tal caso il poter usare il berillio come sostanza bombardata, invece del ghiaccio pesante. Si renderebbe così inutile il raffreddamento con aria liquida e si ridurrebbe in conseguenza l'ingombro intorno alla sorgente dei neutroni, permettendone una migliore utilizzazione.

Roma, *Istituto Fisico dell'Università*.

(2) A. BOUWERS, F. A. HEYN, A. KUNTKE, « *Physica* », 4, 153 (1937).

N° 122.

Paper presented by Fermi at the 29th Reunion of the Italian Physical Society and the International Congress of Physics at Bologna in October 1937, in which he summarized some of the results of the slow neutron experiments performed in Rome and related them to the statistical model of the nucleus proposed by Bohr.

It was during this congress that word came of the sudden death of Lord Rutherford.

E. AMALDI.

122.

NEUTRONI LENTI E LIVELLI ENERGETICI NUCLEARI

«Nuovo Cimento», 15, 41-32 (1938).

Sunto.

L'A. desidera discutere qui le conclusioni sopra la struttura dei livelli energetici nucleari che possono ricavarsi dallo studio delle proprietà di assorbimento dei neutroni lenti. L'analisi delle curve di assorbimento dei neutroni lenti in curve approssimativamente esponenziali, nonché lo studio delle proprietà di diffusione nelle sostanze idrogenate dei gruppi di neutroni approssimativamente omogenei che è stato così possibile di isolare, hanno permesso di riconoscere che i vari elementi capaci di assorbire i neutroni lenti presentano in genere una, o qualche volta più, bande di assorbimento caratteristiche, corrispondenti ad intervalli di energia dei neutroni relativamente assai ristretti.

Lo studio dei coefficienti di assorbimento per ciascuno di questi gruppi di neutroni nel boro, e l'esame dettagliato dei vari stadi del processo di rallentamento che i neutroni subiscono nella paraffina, hanno permesso di valutare non solo le energie, ma anche le larghezze delle varie bande di assorbimento. Le energie sono distribuite da zero fino a un centinaio di volt. Le larghezze sono in alcuni casi dell'ordine di 0,1 volt ed arrivano fino ad alcuni volt.

Bohr, Breit e Wigner hanno interpretato tali bande caratteristiche come dovute alla risonanza tra l'energia del neutrone lento e un livello energetico virtuale del nucleo. Bohr ha dato in più una suggestiva interpretazione della elevata probabilità con cui si presentano le bande nei diversi elementi. Egli la riconduce infatti alla esistenza nel nucleo di un numero assai elevato di gradi di libertà ed alla conseguente rapidissima crescita della densità dei livelli energetici al crescere della energia di eccitazione del nucleo.

Secondo queste idee di Bohr, in un nucleo di peso medio, i livelli energetici di bassa eccitazione sarebbero in genere distanziati tra di loro di alcune decine o centinaia di migliaia di volt. Mentre per energie di eccitazione di 8 o 10 milioni di volt la distanza tra livelli energetici consecutivi diventerebbe enormemente più piccola, riducendosi probabilmente a qualche decina di volt o anche meno. Per energie di eccitazione anche più grandi, i livelli energetici si farebbero sempre più fitti, fino a che la loro larghezza finirebbe per diventare maggiore della distanza media tra livelli consecutivi.

Lo studio delle bande di assorbimento dei neutroni lenti permette di determinare le larghezze dei livelli che corrispondono ai processi di cattura dei neutroni. Tale larghezza è dovuta al fatto che questi livelli energetici hanno una vita media limitata, potendosi distruggere sia per emissione di raggi gamma, sia per un processo analogo all'effetto Auger, in cui il neutrone, temporaneamente assorbito dal nucleo, ne viene riemesso. È possibile determinare sperimentalmente le probabilità di transizione per questi due processi; esse risultano, come ordine di grandezza, rispettivamente di 10^{14} , e di 10^{12} sec^{-1} , ciò che indica che, in questo caso il processo di gran lunga più probabile è la emissione di un raggio gamma.

Deve invece ritenersi che, quando l'energia totale di eccitazione del nucleo è molto maggiore, la probabilità di riemissione del neutrone debba diventare molto maggiore della probabilità di emissione di un quanto gamma, benché generalmente il neutrone abbandoni il nucleo con un'energia di molto inferiore alla massima che sarebbe energeticamente possibile. Ciò permette di interpretare il fatto che nell'urto tra neutroni veloci e nuclei di medio peso atomico, sembrano prevalere di gran lunga gli urti di seconda specie sugli urti elastici, come è indicato dalla osservazione che quasi tutte le sostanze producono un considerevole rallentamento dei neutroni veloci per urti successivi, benché, naturalmente, in misura assai minore delle sostanze idrogenate.

123.

TRIBUTE TO LORD RUTHERFORD

« *Nature* » (London), 140, 1052 (1937).

The unexpected news of Lord Rutherford's death reached me at Bologna, when I was taking part in a meeting for the bicentennial celebration of Galvani's birth. A large group of physicists from all nations were assembled there, and it was quite apparent how deeply everybody felt the loss that science had suffered, by the passing away of a man whose efforts had opened up to physics one of the widest and as yet unfathomable fields of investigation.

Lord Rutherford certainly belonged to that highest class of experimenters—very few in the history of human thought—who appear to their admirers to be led by some sort of instinct always towards the successful attack of fundamental problems. If we consider most of his experiments, we are impressed by the fact that they are conceived so simply as to be easily understood and appreciated by a layman: their performance does not require a complicated piece of machinery, nor even often exceptional experimental skill. But it is not exaggeration to state that such simple experiments, as for example the discovery of the positive nucleus inside its cloud of electrons, or the method for producing artificial disintegrations by α -particle bombardment, are milestones in our knowledge of Nature.

Lord Rutherford will be remembered in the history of science not only on account of his personal contributions but also as a teacher, in the highest meaning of this word. One of the largest and most successful groups of investigators developed around him and learned from him not only the principles and the methods of research, but also the necessity of endurance and steadiness as essential requirements of the man of science.

124.

AZIONE DEL BORO
SUI NEUTRONI CARATTERISTICI DELLO IODIO

E. FERMI e F. RASETTI

« Ric. Scientifica », 9 (2), 472-473 (1938).

Recentemente J. L. Michiels⁽¹⁾ ha descritto alcune esperienze sulla attivazione dello iodio con neutroni lenti filtrati da uno schermo di cadmio, in modo da eliminare i neutroni termici. In questo caso, l'attivazione è dovuta a neutroni di energie caratteristiche, valutate (per lo iodio) intorno a un centinaio di volt-elettroni⁽²⁾.

Michiels misura la diminuzione dell'attività del rivelatore di iodio, interponendo sul cammino dei neutroni schermi di iodio e di boro, disposti: (a) prima il filtro di iodio e poi quello di boro; e (b) prima quello di boro e poi quello di iodio. Michiels trova che l'attività nel caso (b) è minore (circa 75 %) che nel caso (a).

In quello che segue descriviamo alcune esperienze che ci hanno permesso di verificare questo risultato e ne proponiamo una spiegazione.

Abbiamo, prima di tutto, ripetuto le esperienze in condizioni molto simili a quelle descritte da Michiels. La sorgente di neutroni, costituita da un tubetto di emanazione con berillio, era posta nell'interno di un cilindro di paraffina di circa 25 cm. di diametro e 15 cm. di altezza, 3 cm. sotto alla base superiore. Il cilindro era interamente avvolto da una foglia di cadmio dello spessore di 0,3 mm., salvo la faccia superiore in cui lo spessore era doppio. Gli assorbitori di boro e iodio e il rivelatore venivano appoggiati uno sull'altro sulla faccia superiore. Ci siamo accertati, con esperienze apposite, che gli assorbitori erano sufficientemente più larghi del rivelatore perché l'attivazione dovuta a neutroni che non avessero attraversato gli assorbitori fosse trascurabile.

L'assorbitore di boro era costituito da una lastra di anidride borica dello spessore di 13 mm, contenente 0,76 g/cm² di boro. L'assorbitore di iodio era costituito da uno strato di PbI₂ contenente 0,72 g/cm² di iodio. Il rivelatore era un pacchetto di iodio elemento contenuto in carta paraffinata.

Le misure sono state effettuate mediante una camera di ionizzazione a pressione ed elettrometro tipo Edelman, con dispositivo descritto in precedenti lavori.

Le misure della attività nel caso (a) hanno dato, in unità arbitrarie, una attività di 24,3 mentre nel caso (b) si trova, conformemente ai risultati di Michiels, una attività minore e precisamente 19,1. Il rapporto è 0,79.

(1) « Nature », 142, p. 431 (1938).

(2) Cfr. per esempio E. AMALDI ed E. FERMI, « Ricerca Scientifica », VII, 1, p. 454 (1936).

Ottenuta così una conferma del risultato, abbiamo pensato che ciò potesse essere determinato da una variazione di energia che i neutroni subirebbero passando attraverso al boro, per effetto di urti elastici. Normalmente non si osserva la diffusione dei neutroni lenti da parte del boro, perché questa viene mascherata dal fortissimo assorbimento, che (per neutroni termici) è circa cento volte più importante. Per neutroni di energia maggiore, il rapporto si sposta a favore della diffusione, poiché il coefficiente di diffusione resta approssimativamente costante, mentre quello di assorbimento è inversamente proporzionale alla velocità dei neutroni. Tra gli elementi che mostrano assorbimenti selettivi, lo iodio ha certamente un'energia di risonanza tra le più elevate (dell'ordine di 100 volt) ed è plausibile perciò ammettere che per queste energie le sezioni d'urto elastico e di cattura siano dello stesso ordine di grandezza. Ciò sarà tanto più vero per l'anidride borica, in cui all'effetto diffondente del boro deve aggiungersi quello dell'ossigeno. Ci si possono quindi spiegare i fatti osservati al modo seguente.

Il primo filtro (di iodio) elimina dallo spettro continuo dei neutroni una (o più) sottili bande corrispondenti allo spettro caratteristico di questo elemento. Nel successivo filtro (di boro) ha luogo un assorbimento vero dei neutroni, che tende a diminuire l'intensità. Hanno luogo però anche urti elastici dei neutroni contro gli atomi di boro. Se questi ultimi avessero massa praticamente infinita, l'energia dei neutroni non verrebbe alterata da queste diffusioni, e quindi la distribuzione spettrale resterebbe invariata. Invece, la massa dell'atomo di boro è solo dieci volte maggiore di quella del neutrone, così che anche in un urto elastico si ha una sensibile diminuzione dell'energia del neutrone. Questo effetto fa sì che alcuni neutroni di energia di poco superiore a quella della banda dello iodio e che avevano pertanto attraversato senza assorbimento il primo filtro, vengono (da un urto elastico) portati entro tale banda e contribuiscono quindi alla attivazione del rivelatore. Questo effetto non ha invece evidentemente luogo quando gli assorbitori di boro e di iodio sono posti in ordine inverso (caso *b*) ciò che giustifica qualitativamente come l'intensità osservata sia maggiore nel caso *a* che nel caso *b*.

Per controllare la plausibilità di questa ipotesi, abbiamo fatto una esperienza allo scopo di verificare che effettivamente il boro presenti una apprezzabile diffusione per neutroni dell'energia caratteristica dello iodio. A questo scopo abbiamo confrontato le attività che si ottengono usando il solo assorbitore di iodio con o senza la lastra di B_2O_3 appoggiata al disopra del rivelatore. Le attività misurate sono state rispettivamente 44,9 e 37,7. La differenza è dovuta alla diffusione all'indietro da parte della lastra di anidride borica. Ciò sembra rendere assai verosimile la spiegazione proposta.

Ringraziamo vivamente il prof. G. C. Trabacchi, Capo del Laboratorio Fisico dell'Istituto di Sanità Pubblica per averci fornita la sorgente di neutroni. Siamo grati anche al C. N. R. per averci messi a disposizione i mezzi per questa ricerca.

Istituto di Fisica della R. Università
Roma, 17 ottobre 1938.

N° 125.

In this letter to the Editor of the « Physical Review », the point is made that the word albedo meant different things to different authors. The albedo as defined by Halpern, Lueneburg and Clark, refers to the relation between reflected current and current incident on the surface of a medium (paraffin). This definition is the one used to impose—in diffusion theory—the boundary conditions on the separation surface of two media. Another definition is that adopted by Fermi in paper N° 119, and by Fermi and Amaldi in paper N° 118 and preceding ones. This definition corresponds to the so-called experimental albedo and refers to the practical case of measurements taken with a thin detector having a collision cross section inversely proportional to the velocity of the neutrons. Hence, in this case, the v_0^2 factor due to the sensitivity of the detector, compensates the factor v which multiplies the neutron density in the expression of the flux.

E. AMALDI.

125.

ON THE ALBEDO OF SLOW NEUTRONS

E. FERMI and E. AMALDI(*), G. C. WICK(**)
« Phys. Rev. », 53, 403 (1938).

Halpern, Lueneburg and Clark⁽¹⁾ have recently given a rigorous solution of the integrodifferential equation describing the diffusion of thermal neutrons in paraffin. Although the method used by these authors is very elegant and involves the overcoming of serious mathematical difficulties, the criticism given by them of our interpretation⁽²⁾ of the experimental results does not seem to be correct.

The definition of albedo as “ reflection coefficient for neutrons impinging on a plane surface limiting a large paraffin block ” is not quite unique. We introduced, therefore, what we called “ experimental albedo ” by formula (10) of our paper in the « Physical Review »⁽³⁾. All measurements of the albedo are to be compared with this definition, and to the same definition the relationship

$$\beta = 1 - 2/(N)^{1/2}$$

refers, as proved in Fermi's paper.

(*) R. Università — Istituto Fisico, Roma, Italy.

(**) R. Università — Istituto Fisico, Palermo, Italy.

(1) O. HALPERN, R. LUENEBURG and O. CLARK, « Phys. Rev. », 53, 173 (1938).

(2) E. AMALDI, E. FERMI, « Phys. Rev. », 50, 899 (1936); E. FERMI, « Ric. Scientifica », 7, 13 (1936).

(3) See e.g. reference 2, p. 910, column 2, line 11. [In the present volume: paper N° 118 b, p. 915, line 5].

Halpern, Lueneburg and Clark have instead calculated a different quantity viz., the reflection coefficient defined as the ratio of the number of reflected neutrons to the number of incident neutrons. Our definition rests on the measurement of the activity of a thin detector; now this activity is not simply a measure of the number of incident neutrons, but it also depends on their angular distribution, neutrons falling normally on the detector being less effective than neutrons falling at a large incidence angle (the probability of capture is proportional to $1/\cos \vartheta$). Since the angular distributions of the incident and reflected neutrons are different, the difference between Halpern's result and ours is easily explained ⁽⁴⁾.

We must therefore maintain, that the average number of impacts of a thermal neutron in paraffin as given in our papers is correct, apart from the uncertainty of the experimental data.

January 14, 1938.

(4) It may be pointed out that in a paper by WICK, « *Rend. Lincei* », 23, 775 (1936), the whole problem was based on the same integrodifferential equation as in Halpern's paper and a result in accordance with Fermi was obtained by a numerical method. The reflection coefficient, as defined by Halpern a.o., was also considered under the assumption of a cosine distribution of the incident neutrons, and a result in full accord with Halpern's result for this case was obtained.

127.

GUGLIELMO MARCONI E LA PROPAGAZIONE DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE NELL'ALTA ATMOSFERA

« Soc. It. Progr. Sci. », Collectanea Marconiana, Roma 1-5 (1938 XVI).

Quando nel 1901 Guglielmo Marconi riusciva per la prima volta a trasmettere i tre punti della lettera S, da Poldhu in Cornovaglia a San Giovanni di Terranova, attraverso a 3500 km di oceano, dava non soltanto la definitiva dimostrazione delle grandiose possibilità che la sua scoperta offriva per risolvere i problemi delle comunicazioni transoceaniche, ma veniva anche ad aprire un nuovo ed affascinante campo di indagini sulle proprietà elettriche dell'alta atmosfera. Questi studi, che sono tuttora in corso, e che anzi hanno preso nuovo impulso particolarmente negli ultimi anni, hanno permesso di formarsi un quadro generale dei complessi fenomeni di ionizzazione atmosferica, se pure vi è tuttora discussione su punti fondamentali relativi alle cause e alle modalità con le quali il fenomeno si presenta.

LA TRASMISSIONE DELLE RADIOONDE FRA DUE STAZIONI LONTANE.

È noto a tutti che le scoperte di Marconi furono in un primo tempo accolte con un certo scetticismo negli ambienti scientifici. Lo scetticismo era basato sulla convinzione che non fosse possibile la trasmissione delle radioonde tra stazioni situate una oltre l'orizzonte dell'altra. Si ragionava, infatti, press'a poco nel modo seguente: le onde elettromagnetiche usate nelle trasmissioni radio sono sostanzialmente analoghe alle onde luminose, dalle quali si differenziano solo per la grande lunghezza d'onda; e la terra, grazie alla sua conducibilità elettrica, si comporta per esse come un corpo opaco. Le radiazioni emesse da una stazione, propagandosi in linea retta, debbono lasciare in ombra tutte le stazioni situate al di sotto dell'orizzonte della stazione trasmittente; e ciò salvo una non grande correzione dovuta a fenomeni di diffrazione. Fu una fortuna per l'umanità che queste argomentazioni, che a priori potevano sembrare ragionevoli e ben fondate, non abbiano distolto Marconi dagli esperimenti sulle trasmissioni a grande distanza. La storia di questi primi successi delle radiotrasmissioni costituisce una riconferma del fatto che nello studio dei fenomeni naturali teoria ed esperimento debbono andare di pari passo. Raramente può l'esperienza, non guidata da un concetto teorico, raggiungere risultati di larga portata; ed è certo uno dei più

significativi successi per la teoria che l'esistenza stessa e le proprietà essenziali delle onde elettromagnetiche fossero state previste matematicamente da Maxwell prima della verifica sperimentale della loro esistenza e prima che esse, attraverso alla geniale intuizione di Marconi, trovassero il loro terreno di pratica applicazione; d'altra parte una fiducia eccessivamente spinta nelle previsioni teoriche avrebbe sconsigliato di insistere in esperimenti che erano destinati a rivoluzionare la tecnica delle comunicazioni.

Nelle discussioni teoriche sulle modalità della trasmissione delle radioonde tra due stazioni lontane era stato, infatti, ommesso un fattore che è risultato in seguito di importanza fondamentale; e cioè l'influenza che gli altissimi strati dell'atmosfera, grazie al loro stato di ionizzazione, esercitano sulla propagazione delle onde elettromagnetiche. Che un possibile stato di ionizzazione dell'alta atmosfera potesse avere una influenza sopra certi fenomeni geomagnetici era stato supposto molti anni prima delle scoperte di Marconi, nel 1878, da B. Stewart. Ma solo dopo che Marconi ebbe provato sperimentalmente che le onde possono propagarsi fino a limiti bene al di là dell'orizzonte, Kennelly ed Heaviside pensarono indipendentemente alla possibilità che le trasmissioni a grande distanza fossero rese possibili da riflessioni determinate dalla ionizzazione atmosferica. Il loro ragionamento è schematicamente il seguente: ammettiamo che, ad una altezza dell'ordine di grandezza di un centinaio di chilometri al di sopra del suolo, l'aria sia intensamente ionizzata ed acquisti così le proprietà di un conduttore elettrico. Questo alto strato ionizzato avrebbe allora la proprietà di riflettere le radioonde le quali, invece di disperdersi nello spazio, verrebbero ad essere come convogliate tra i due strati riflettenti costituiti dalla terra e dall'alta atmosfera. Con successive riflessioni su questi due strati resta allora evidentemente possibile alle radiazioni raggiungere un punto qualsiasi della superficie terrestre.

LA JONOSFERA E LA PROPAGAZIONE DELLE RADIOONDE.

Non è questo il luogo per ricordare le innumerevoli ricerche e discussioni di carattere sia teorico che pratico, che si sono sviluppate in seguito alle prime esperienze fondamentali sulle radiotrasmissioni; mi limiterò, invece, a riassumere nelle linee generali quelli che oggi possono considerarsi risultati acquisiti sulle proprietà di ionizzazione dell'alta atmosfera (la così detta ionosfera) e sulla sua influenza sopra la propagazione delle radioonde.

Una considerazione elementare dimostra che vi è una semplice relazione tra l'indice di rifrazione di un gas ionizzato per le onde elettromagnetiche e la densità degli ioni in esso contenuti. La relazione è la seguente:

$$(1) \quad n = \sqrt{1 - \frac{e^2 N}{\pi m v^2}},$$

dove n rappresenta l'indice di rifrazione; e ed m rispettivamente la carica elettrica e la massa degli ioni presenti nel gas; v la frequenza delle onde in esame; N il numero di ioni per unità di volume.

Dalla ispezione della formula si riconosce:

a) che l'indice di rifrazione è minore di 1, ossia che lo stato di ionizzazione determina un abbassamento della rifrangibilità. Come conseguenza la radiazione elettromagnetica che, provenendo dalla bassa atmosfera, entra nella ionosfera può subire una riflessione totale venendo così respinta verso la terra. È appunto questa la proprietà fondamentale che si deve attribuire alla ionosfera per spiegare la sua influenza sulla propagazione delle onde a grandi distanze;

b) che, a parità di altre condizioni, l'effetto di una determinata quantità di ioni è tanto maggiore quanto più piccola è la loro massa; esso sarà quindi assai più notevole se il gas ionizzato contiene elettroni liberi, che non se essi sono legati sotto forma di ioni atomici o molecolari, di massa molto maggiore. La estrema rarefazione della altissima atmosfera, oltre cento chilometri di altezza, rende d'altra parte probabile che elettroni liberi, una volta formati, vi possano rimanere per un tempo relativamente lungo. Per questo, e più ancora per la verifica diretta fatta in base alla azione che il campo magnetico terrestre esercita sulla rifrazione delle radioonde, deve ritenersi che, almeno nei più alti strati della atmosfera, le onde si rifrangano per effetto prevalente degli elettroni liberi;

c) la radiazione elettromagnetica, che si propaga verticalmente verso l'alto, subirà una riflessione totale raggiungendo uno strato della atmosfera in cui la densità della ionizzazione sia tanto elevata da rendere eguale a 0 l'indice di rifrazione. Si riconosce, dalla formula (1), che ciò si verificherà quando si abbia:

$$(2) \quad N = \frac{\pi m v^2}{r^2},$$

e cioè per esempio una onda di 1000 m. di lunghezza si rifletterà totalmente incontrando uno strato in cui la concentrazione degli elettroni sia di 1100 per centimetro cubo. Per riflettere una onda di 100 m di lunghezza occorreranno invece 110.000 elettroni per cm^3 , mentre per una onda di 10 m. di lunghezza ne occorrerebbero 11.000.000.

Così per esempio se in determinate condizioni la massima concentrazione degli elettroni nella verticale al di sopra di una stazione fosse di 110.000 per cm^3 , le onde elettromagnetiche aventi lunghezza d'onda eguale o maggiore di 100 m verrebbero riflesse totalmente verso il basso; mentre onde di lunghezza d'onda minore non subirebbero riflessione. Si comprende da ciò come l'esame delle riflessioni di onde inviate verso l'alto, in dipendenza dalla loro frequenza, possa permettere di determinare la concentrazione degli elettroni negli strati che determinano la riflessione; si può anche del resto determinare l'altezza di questi strati misurando il tempo che intercorre tra la emissione delle onde e l'arrivo delle onde riflesse e che è dell'ordine di grandezza di un millesimo di secondo.

LO STUDIO SPERIMENTALE DELLA JONOSFERA.

Da vari anni vengono eseguite sistematicamente osservazioni di questo genere in molti osservatori; esse furono iniziate in America da Breit e Tuve; e tra i primi a dedicarsi a questo genere di ricerche fu in Italia il Ranzi.

L'osservazione sistematica di tali riflessioni ha permesso di concludere che esistono nella atmosfera diversi strati ionizzati che vengono usualmente indicati con le lettere dell'alfabeto. I più notevoli sono lo strato E ad una altezza di circa 100 km. al di sopra del suolo e lo strato F, spesso diviso a sua volta in due strati F_1 e F_2 ad altezze tra i 180 e i 300 km.

La densità della ionizzazione in questi strati arriva, come ordine di grandezza, fino a circa 1.000.000 di elettroni per cm^3 ; essa varia moltissimo dal giorno alla notte ed è tanto più intensa di regola quanto più alto è il Sole sull'orizzonte. Ciò indica l'origine solare dell'agente ionizzante, che si ritiene essere in principale misura la porzione ultravioletta della radiazione solare che non raggiunge la superficie della Terra appunto perché assorbita dall'alta atmosfera. Vi sono però varie esperienze che fanno sospettare che i raggi ultravioletti solari non siano gli unici agenti ionizzanti e che possano forse avere importanza anche radiazioni corpuscolari provenienti dal Sole. Deve anche notarsi la dipendenza della ionizzazione atmosferica dai cicli di attività solare: la ionizzazione è di regola massima nei periodi di massima attività solare, pur non essendo stata riconosciuta alcuna diretta dipendenza tra la ionizzazione e il passaggio di determinati gruppi di macchie solari al meridiano solare rivolto verso la Terra.

Sono infine estremamente appariscenti le relazioni tra la ionizzazione atmosferica e quegli stessi fenomeni solari che danno origine alle tempeste magnetiche e alle aurore boreali. In casi particolari le perturbazioni della ionizzazione atmosferica che accompagnano le tempeste magnetiche raggiungono valori così grandi da interrompere praticamente le comunicazioni radiotelegrafiche su regioni assai vaste.

La presenza di elettroni o ioni nella atmosfera non produce soltanto una variazione dell'indice di rifrazione per le onde elettromagnetiche, ma determina anche in genere un assorbimento di esse. Tale assorbimento è prodotto dal fatto che gli elettroni, messi in moto oscillatorio dal campo elettrico dell'onda elettromagnetica, subiscono ogni tanto degli urti contro le molecole dell'aria, trasferendo ad esse una parte della loro energia, che viene trasmutata in calore. Si comprende da ciò come, a parità di altre condizioni, l'assorbimento sia tanto più intenso quanto più frequenti sono gli urti che subiscono gli elettroni e cioè quanto più elevata è la densità della atmosfera attraverso alla quale l'onda si propaga. Per conseguenza l'assorbimento ha luogo in misura tanto maggiore, quanto più bassi sono gli strati ionizzati mentre è praticamente trascurabile negli altissimi strati della atmosfera.

Accenneremo infine al notevole effetto esercitato dal campo magnetico terrestre sulla rifrazione delle onde elettromagnetiche. Gli elettroni liberi degli alti strati ionizzati, per effetto del campo magnetico terrestre, invece di muoversi in linea retta tra un urto e un altro, tendono a descrivere delle spirali attorno alle linee di forza magnetiche, girando attorno ad esse con una frequenza che risulta proporzionale alla intensità del campo magnetico. A causa di questa frequenza propria degli elettroni, hanno luogo dei fenomeni di risonanza per cui la rifrazione delle onde elettromagnetiche presenta delle anomalie, quando la frequenza dell'onda è vicina alla frequenza propria degli elettroni. Le lunghezze d'onda per le quali hanno luogo queste specie di risonanza

nanze si aggirano attorno ai 200 m e dipendono naturalmente dalla intensità del campo magnetico terrestre nella località. Il fenomeno viene di solito osservato come una specie di birifrangenza e si possono distinguere un raggio ordinario e un raggio straordinario aventi diversa rifrangibilità, in modo analogo a quanto avviene per la propagazione della luce in un mezzo birifrangente.

CONCLUSIONE.

Io spero di avere mostrato con questi brevi cenni quanto sia vasto ed interessante il campo che lo studio della propagazione delle onde elettromagnetiche nell'alta atmosfera, originato dalle prove di Marconi sulle radiocomunicazioni a grandi distanze, ha aperto alla investigazione. L'interesse è accentuato dal fatto che queste proprietà dell'alta atmosfera si ricollegano a molti altri fenomeni, per ora soltanto parzialmente compresi, di fisica terrestre e di fisica solare; ed è da augurarsi che uno studio metodico di questi fenomeni e delle loro interdipendenze possa portare ad un notevole approfondimento delle nostre conoscenze sullo stato della atmosfera da un lato, e che possa dall'altro essere fecondo di risultati pratici per garantire la stabilità e la efficienza delle radiocomunicazioni in condizioni atmosferiche avverse.

N° 128

The 1938 Nobel Prize for Physics was attributed to Fermi. The official proclamation reads: "för hans påvisande av nya radioaktiva grundämnen, framställda genom neutronbestrålning, och hans i anslutning därtill gjorda upptäckt av kärnreaktioner, åstadkomna genom långsamma neutroner", "for his demonstrations of the existence of new radioactive elements produced by neutron irradiation, and for his related discovery of nuclear reactions brought about by slow neutrons."

He received the prize in Stockholm on December 10, 1938 from the King of Sweden in a solemn ceremony according to tradition.

The official speech conferring the Prize was given by Professor H. Pleijel of the Swedish Academy who concluded with the following words in Italian:

" Professor Fermi,

La Reale Accademia Svedese delle Scienze ha assegnato a Voi il premio Nobel per la Fisica Millenovecentotrentotto, per la Vostra scoperta di nuove sostanze radioattive appartenenti all'intero campo degli elementi e per la scoperta, da Voi fatta nel corso di tali studi, del potere selettivo dei neutroni lenti.

Vi presentiamo le nostre congratulazioni e Vi esprimiamo la più viva ammirazione per le Vostre geniali ricerche, che gettano nuova luce sulla costituzione dei nuclei atomici ed aprono nuovi orizzonti all'ulteriore sviluppo delle indagini atomiche.

Vi prego ora di ricevere il Premio Nobel dalle mani di Sua Maestà il Re. "

Fermi went to Stockholm on this occasion, having decided that he would not return to Italy. The political situation had forced this decision which he communicated only to a few intimate friends. From Stockholm he sailed for New York where he arrived on January 2nd, 1939.

It will be noted that the Nobel speech composed before the discovery of fission contains the names ausonium and hesperium for elements 93 and 94. The discovery of fission occurred between December 10, 1938 and the printing of the speech. It is mentioned in a footnote and, as is well known, required a reappraisal of the work on the activities induced in uranium.

E. SEGRÈ.

128.

ARTIFICIAL RADIOACTIVITY PRODUCED BY NEUTRON BOMBARDMENT

« Les Prix Nobel en 1938 ». Les Conférences Nobel Stockholm p. 1-8 (1939).

Although the problem of transmuting chemical elements into each other is much older than a satisfactory definition of the very concept of chemical element, it is well known that the first and most important step towards its solution was made only nineteen years ago by the late Lord Rutherford who started the method of the nuclear bombardments. He showed on a few examples that, when the nucleus of a light element is struck by a fast α -particle, some disintegration process of the struck nucleus occurs, as a consequence of which the α -particle remains captured inside the nucleus and a different particle, in many cases a proton, is emitted in its place. What remains at the end of the process is a nucleus different from the original one; different in general both in electric charge and in atomic weight.

The nucleus that remains as disintegration product coincides sometimes with one of the stable nuclei, known from the isotopic analysis; very often, however, this is not the case. The product nucleus is then different from all "natural" nuclei; the reason being that the product nucleus is not stable. It disintegrates further, with a mean life characteristic of the nucleus, by emission of an electron (positive or negative), until it finally reaches a stable form. The emission of electrons that follows with a lag in time the first practically instantaneous disintegration, is the so-called artificial radioactivity, and was discovered by Joliot and Irène Curie at the end of the year 1933.

These authors obtained the first cases of artificial radioactivity by bombarding boron, magnesium and aluminum with α -particles from a polonium source. They produced thus three radioactive isotopes of nitrogen, silicon and phosphorus, and succeeded also in separating chemically the activity from the bulk of the unmodified atoms of the bombarded substance.

THE NEUTRON BOMBARDMENT.

Immediately after these discoveries, it appeared evident that α -particles very likely did not represent the only type of bombarding projectiles for producing artificial radioactivity. I decided therefore to investigate from this point of view the effects of the bombardment with neutrons.

Compared with α -particles, the neutrons have the obvious drawback that the available neutron sources emit only a comparatively small number of neutrons. Indeed neutrons are emitted as products of nuclear reactions, whose yield is only seldom larger than 10^{-4} . This drawback is, however, compensated by the fact that neutrons, having no electric charge, can reach the nuclei of all atoms, without having to overcome the potential barrier, due to the Coulomb field that surrounds the nucleus. Furthermore, since neutrons practically do not interact with electrons, their range is very long, and the probability of a nuclear collision is correspondingly larger than in the case of the α -particle or the proton bombardment. As a matter of fact, neutrons were already known to be an efficient agent for producing some nuclear disintegrations.

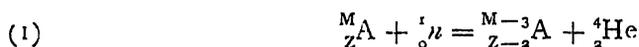
As source of neutrons in these researches I used a small glass bulb containing beryllium powder and radon. With amounts of radon up to 800 millicuries such a source emits about $2 \cdot 10^7$ neutrons per second. This number is of course very small compared to the yield of neutrons that can be obtained from cyclotrons or from high voltage tubes. The small dimensions, the perfect steadiness and the utmost simplicity are, however, sometimes very useful features of the radon + beryllium sources.

NUCLEAR REACTIONS PRODUCED BY NEUTRONS.

Since the first experiments I could prove that the majority of the elements tested became active under the effect of the neutron bombardment. In some cases the decay of the activity with time corresponded to a single mean life; in others to the superposition of more than one exponential decay curve.

A systematic investigation of the behaviour of the elements throughout the periodic table was carried out by myself, with the help of several collaborators, namely Amaldi, D'Agostino, Pontecorvo, Rasetti and Segrè. In most cases we performed also a chemical analysis, in order to identify the chemical element that was the carrier of the activity. For short living substances, such an analysis must be performed very quickly, in a time of the order of one minute.

The results of this first survey of the radioactivities produced by neutrons can be summarized as follows: Out of 63 elements investigated, 37 showed an easily detectable activity; the percentage of the activable elements did not show any marked dependence on the atomic weight of the element. Chemical analysis and other considerations, mainly based on the distribution of the isotopes, permitted further to identify the following three types of nuclear reactions giving rise to artificial radioactivity:



where ${}_Z^M\text{A}$ is the symbol for an element with atomic number Z and mass number M and n is the symbol of the neutron.

The reactions of the types (1) and (2) occur chiefly among the light elements, while those of the type (3) are found very often also for heavy elements. In many cases the three processes are found at the same time in a single element. For instance neutron bombardment of aluminum that has a single isotope ${}^{27}\text{Al}$, gives rise to three radioactive products: ${}^{24}\text{Na}$, with a period of 15 hours by process (1); ${}^{27}\text{Mg}$, with a period of 10 minutes by process (2); and ${}^{28}\text{Al}$ with a period of 2.3 minutes by process (3).

As mentioned before, the heavy elements usually react only according to the process (3) and therefore, but for certain complications to be discussed later, and for the case in which the original element has more than one stable isotope, they give rise to an activity decaying exponentially. A very striking exception to this behaviour is found for the activities induced by neutrons in the naturally active elements thorium and uranium. For the investigation of these elements it is necessary to purify first the element as thoroughly as possible from the daughter substances that emit β -particles. When thus purified, both thorium and uranium emit spontaneously only α -particles, that can be immediately distinguished by absorption from the β -activity induced by the neutrons.

Both elements show a rather strong induced activity when bombarded with neutrons; and in both cases the decay curve of the induced activity shows that several active bodies with different mean lives are produced. We attempted since the spring of 1934 to isolate chemically the carriers of these activities, with the result that the carriers of some of the activities of uranium are neither isotopes of uranium itself, nor of the elements lighter than uranium down to the atomic number 86. We concluded that the carrier

was one or more elements of atomic number larger than 92; we use to call the elements 93 and 94 in Rome with the names of Ausonium and Hesperium respectively. It is known that O. Hahn and L. Meitner have investigated very carefully and extensively the decay products of irradiated uranium, and were able to trace among them elements up to the atomic number 96⁽¹⁾.

It should be noticed here, that besides the processes (1), (2) and (3) for the production of artificial radioactivity with neutrons, neutrons of sufficiently high energy can react also as follows, as was first shown by Heyn: The primary neutron does not remain bound in the nucleus, but knocks off instead one of the nuclear neutrons out of the nucleus; the result is a new nucleus, that is isotopic with the original one and has atomic weight less by one unit. The final result is therefore identical with the products obtained by means of the nuclear photoeffect (Bothe), or by bombardment with fast deuterons. One of the most important results of the comparison of the active products obtained by these processes, is the proof, first given by Bothe, of the existence of isomeric nuclei, analogous to the isomers UX_2 and UZ recognized long since by O. Hahn in his researches on the uranium family. The number of well established cases of isomerism appears to increase rather rapidly, as investigation goes on and represents an attractive field of research.

THE SLOW NEUTRONS.

The intensity of the activation as a function of the distance from the neutron source shows in some cases anomalies apparently dependent on the objects that surround the source. A careful investigation of these effects led to the unexpected result that surrounding both source and body to be activated with masses of paraffin, increases in some cases the intensity of activation by a very large factor (up to 100). A similar effect is produced by water, and in general by substances containing a large concentration of hydrogen. Substances not containing hydrogen show sometimes similar features, though extremely less pronounced.

The interpretation of these results was the following. The neutron and the proton having approximately the same mass, any elastic impact of a fast neutron against a proton initially at rest, gives rise to a partition of the available kinetic energy between neutron and proton; it can be shown that a neutron having an initial energy of 10^6 volts, after about 20 impacts against hydrogen atoms has its energy already reduced to a value close to that corresponding to thermal agitation. It follows that, when neutrons of high

(1) The discovery by Hahn and Strassmann of barium among the disintegration products of bombarded uranium, as a consequence of a process in which uranium splits into two approximately equal parts, makes it necessary to reexamine all the problems of the transuranic elements, as many of them might be found to be products of a splitting of uranium.

energy are shot by a source inside a large mass of paraffin or water, they very rapidly lose most of their energy and are transformed into "slow neutrons". Both theory and experiment show that certain types of neutron reactions, and especially those of type (3), occur with a much larger cross-section for slow neutrons than for fast neutrons, thus accounting for the larger intensities of activation, observed when irradiation is performed inside a large mass of paraffin or water.

It should be remarked furthermore that the mean free path for the elastic collisions of neutrons against hydrogen atoms in paraffin, decreases rather pronouncedly with the energy. When therefore, after three or four impacts, the energy of the neutron is already considerably reduced, its probability of diffusing outside of the paraffin, before the process of slowing down is completed, becomes very small.

To the large cross section for the capture of slow neutrons by several atoms, there must obviously correspond a very strong absorption of these atoms for the slow neutrons. We investigated systematically such absorptions, and found that the behaviour of different elements in this respect is widely different; the cross section for the capture of slow neutrons varies, with no apparent regularity for different elements from about 10^{-24} cm² or less, to about a thousand times as much. Before discussing this point, as well as the dependence of the capture cross section on the energy of the neutrons we shall first consider how far down the energy of the primary neutrons can be reduced by the collisions against the protons.

THE THERMAL NEUTRONS.

If the neutrons could go on indefinitely diffusing inside the paraffin, their energy would evidently reach finally a mean value equal to that of thermal agitation. It is possible, however, that, before the neutrons have reached this lowest limit of energy, either they escape by diffusion out of the paraffin, or are captured by some nucleus. If the neutron energy reaches the thermal value, one should expect the intensity of the activation by slow neutrons to depend upon the temperature of the paraffin.

Soon after the discovery of the slow neutrons, we attempted to find a temperature dependence of the activation, but, owing to insufficient accuracy, did not succeed. That the activation intensities depend upon the temperature was proved some months later by Moon and Tillman in London; as they showed, there is a considerable increase in the activation of several detectors, when the paraffin, in which the neutrons are slowed down, is cooled from room temperature to liquid air temperature. This experiment definitely proves that a considerable percentage of the neutrons actually reaches the energy of thermal agitation. Another consequence is that the diffusion process must go on inside the paraffin for a relatively long time.

In order to measure directly at least the order of magnitude of this time, an experiment was attempted by myself and my collaborators. The source of neutrons was fastened at the edge of a rotating wheel, and two identical

detectors were placed on the same edge, at equal distances from the source, one in front and one behind with respect to the sense of rotation. The wheel was then spun at a very high speed inside a fissure in a large paraffin block. We found that, while, with the wheel at rest, the two detectors became equally active, when the wheel was in motion during the activation, the detector that was behind the source became considerably more active than the one in front. From a discussion of this experiment was deduced, that the neutrons remain inside the paraffin for a time of the order of 10^{-4} seconds.

Other mechanical experiments with different arrangements were performed in several laboratories. For instance Dunning, Fink, Mitchell, Pegram and Segrè in New York, built a mechanical velocity selector, and proved by direct measurement, that a large amount of the neutrons diffusing outside of a block of paraffin, have actually a velocity corresponding to thermal agitation.

After their energy is reduced to a value corresponding to thermal agitation, the neutrons go on diffusing without further change of their average energy. The investigation of this diffusion process, by Amaldi and myself, showed that thermal neutrons in paraffin or water can diffuse for a number of paths of the order of 100 before being captured. Since, however, the mean free path of the thermal neutrons in paraffin is very short (about 0.3 cm.) the total displacement of the thermal neutrons during this diffusion process is rather small (of the order of 2 or 3 cm). The diffusion ends when the thermal neutron is captured, generally by one of the protons, with production of a deuteron. The order of magnitude for this capture probability can be calculated, in good agreement with the experimental value, on the assumption that the transition from a free neutron state to the state in which the neutron is bound in the deuteron is due to the magnetic dipole moments of the proton and the neutron. The binding energy set free in this process, is emitted in the form of γ -rays first observed by Lea.

All the processes of capture of slow neutrons by any nucleus are generally accompanied by the emission of γ -rays. Immediately after the capture of the neutron, the nucleus remains in a state of high excitation and emits one or more γ -quanta, before reaching the fundamental state. γ -rays emitted by this process were investigated by Rasetti and by Fleischmann.

ABSORPTION ANOMALIES.

A theoretical discussion of the probability of capture of a neutron by a nucleus, under the assumption, that the energy of the neutron is small compared with the differences between neighbouring energy levels in the nucleus, leads to the result that the cross-section for the capture process should be inversely proportional to the velocity of the neutron. While this result is in qualitative agreement with the high efficiency of the slow neutron bombardment, observed experimentally, it fails on the other hand to account for several features of the absorption process, that we are now going to discuss.

If the capture probability of a neutron were inversely proportional to its velocity, one would expect two different elements to behave in exactly the same way as absorbers of the slow neutrons, provided the thicknesses of the two absorbers were conveniently chosen, so as to have equal absorption for neutrons of a given energy. That the absorption obeys instead more complicated laws, was soon observed by Moon and Tillman and other authors who showed that the absorption by a given element appears, as a rule, to be larger, when the slow neutrons are detected by means of the activity induced in the same element. That the simple law of inverse proportionality does not hold, was also proved by a direct mechanical experiment by Dunning, Pegram, Rasetti and others in New York.

In the winter of 1935-36 a systematic investigation of these phenomena was carried out by Amaldi and myself. The result was, that each absorber of the slow neutrons has one or more characteristic absorption bands, usually for energies below 100 volts. Besides this or these absorption bands, the absorption coefficient is always large also for neutrons of thermal energy. Some elements, especially cadmium, have their characteristic absorption band overlapping with the absorption in the thermal region. This element absorbs therefore very strongly the thermal neutrons, while it is almost transparent to neutrons of higher energies. A thin cadmium sheet is therefore used for filtering the thermal neutrons out of the complex radiation that comes out of a paraffin block containing inside a neutron source.

Bohr and Breit and Wigner proposed independently to explain the above anomalies, as due to resonance with a virtual energy level of the compound nucleus (i.e. the nucleus composed by the bombarded nucleus and the neutron). Bohr went much farther in giving also a qualitative explanation of the large probability for the existence of at least one such level, within an energy interval of the order of magnitude of 100 volts corresponding to the energy band of the slow neutrons. This band corresponds, however, to an excitation energy of the compound nucleus of many million volts, representing the binding energy of the neutron. Bohr could show that, since nuclei, and especially heavy nuclei, are systems with a very large number of degrees of freedom, the spacing between neighbouring energy levels decreases very rapidly with increasing excitation energy. An evaluation of this spacing shows that, whereas, for low excitation energies, the spacing is of the order of magnitude of 10^5 volts, for high excitation energies, of the order of ten million volts, it is reduced, for elements of mean atomic weight, to less than one volt. It is therefore a very plausible assumption that one (or more) such level lies within the slow neutron band thus explaining the large frequency of the cases in which absorption anomalies are observed.

Before concluding this review of the work on artificial radioactivity produced by neutrons, I feel it as a duty to thank all those who have contributed to the success of these researches. I must thank in particular all my collaborators that have already been mentioned; the Istituto di Sanità Pubblica in Rome and especially prof. G.C. Trabacchi, for the supply of all the many radon sources that have been used; the Consiglio Nazionale delle Ricerche for several grants.