ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

Data	Ora	Segno della carica	Durata e forza della pioggia	Cofficiente di dispersione trovato	Umidità relativa	Coefficiente di dispersione normale
4 agosto	18-20	+	$18^1/_2$-$19^3/_4$, minuta	3,20	61	1,25
5 »	12-14	+	12-$12^1/_2$, discreta	2,09	50	1,90
8 »	16-18	—	16-17, forte	1,79	46	1,86
10 »	18-20	—	19-$19^1/_2$, forte	1,93	45	2,00
18 »	18-20	+	17-$18^3/_4$, minuta	1,56	59	1,45
21 »	16-18	—	$16^1/_2$-8, forte	1,39	58	1,30
21 »	18-20	+	18-20, forte	2,33	66	1,03
21 »	20-22	—	20-22, forte	0,85	72	0,73
23 »	8-10	+	$8^1/_2$-$9^1/_2$, forte	3,80	68	0,90
24 »	14-16	—	$15^1/_2$-16, poca	1,37	57	1,40
27 »	10-12	+	10-12, minuta	2,77	58	1,30
29 »	14-16	—	$14^1/_2$-$15^1/_2$, minuta	0,81	64	1,25
8 sett.	18-20	+	18-20, forte	1,98	67	1,00
12 »	10-12	—	10-12, poca	1,55	57	1,50
18 »	10-12	+	10-$10^1/_4$, poca	1,58	59	1,45
19 »	14-16	—	$14^1/_4$-15, poca	1,41	57	1,40
19 »	*16-18*	+	*17-18*, *poca*	*1,24*	*62*	*1,25*
20 »	10-12	+	10-11, poca	2,02	62	1,25
27 »	14-16	—	$14^1/_2$-$15^1/_2$, poca	1,25	65	1.25

Come si rileva subito, tranne in quella osservazione, i dati corrispondenti alla quale vennero sottolineati, sempre durante le pioggie temporalesche, il coefficiente di dispersione è cresciuto per cariche positive ed è rimasto assolutamente normale per cariche negative, fatto questo in completa armonia coi risultati delle esperienze fatte dai sigg. Elster e Geitel in vicinanza delle cascate.

Fisica. — *Velocità della luce nei cristalli magnetici.* Nota del dott. G. Scalfaro, presentata dal Socio Blaserna [1].

Nella teoria elettromagnetica della luce, per giungere alle leggi di Fresnel, si suppone che le costanti di permeabilità magnetica siano uguali in tutte le direzioni. Sembra ora interessante ricercare, con misure molto precise, se nei cristalli magnetici si notano delle deviazioni dalle leggi di Fresnel. Le leggi di propagazione della luce nei cristalli magnetici furono sviluppate dal prof. Sella [2], partendo dalle equazioni fondamentali di Hertz.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Roma.

[2] A. Sella, Rend. Acc. Lincei, 1895, II semestre, pag. 237.

Il Sella stesso fece alcune misure sopra il solfato di ferro, non riuscendo a constatare una divergenza dalle leggi di Fresnel. Io ho ripreso, per suo consiglio, la ricerca perchè disponevo di uno strumento, con cui poteva spingere molto più avanti la precisione delle misure.

Ora, dato un cristallo, immaginiamo di determinare le velocità di propagazione della luce in tutte le direzioni, parallele ad un piano di data orientazione, e supponiamo condotti da un punto, preso come origine, dei vettori rappresentanti in grandezza e direzione queste velocità. È noto allora che i punti estremi di questi vettori definiscono una curva, che è la sezione della superficie delle velocità normali col piano suddetto. Basta quindi paragonare i raggi vettori della sezione così ottenuta con quelli della sezione che si otterrebbe, segando con lo stesso piano la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla legge di Fresnel, per dedurre se esiste o no divergenza.

I cristalli di cui disponevo e sui quali ho fatto le esperienze sono:

1° Seleniato di Nichel ($N_i S_e O^4 + 6H^2 O$ — sistema dimetrico)
2° Solfato di Nichel ($N_i SO^4 + 6H^2 O$ — " ")
3° Solfato di Ferro ($F_e SO^4 + 7H^2 O$ — sistema monoclino)
4° Solfato doppio di Cobalto e Ammonio ($Am^2 SO^4 + Co SO^4 + 6H^2O$ — sistema monoclino).

I sistemi da me studiati sono dunque: dimetrico e monoclino. — L'equazione della superficie delle velocità normali nel caso del sistema dimetrico, in cui gli assi principali elettrici e magnetici coincidono col sistema di assi coordinati, se l'asse z coincide con l'asse principale, è:

$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$
$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

in cui v è la velocità di propagazione dell'onda; m, n, p i coseni direttori della normale all'onda; $\varepsilon_1 \varepsilon_3, \mu_1 \mu_3$ le costanti dielettriche e magnetiche del cristallo moltiplicate per il rapporto della quantità di elettricità in misura elettromagnetica a quella in misura elettrostatica.

Nel caso del sistema monoclino, se si suppone che l'asse y coincida con l'asse di simmetria, l'equazione della superficie delle velocità normali è:

$$\begin{gathered} v^4 - v^2 \{ m^2(\varepsilon'_{22} \mu'_{33} + \varepsilon'_{33} \mu'_{22}) + n^2(\varepsilon'_{33} \mu'_{11} + \varepsilon'_{11} \mu'_{33} - 2\varepsilon'_{13} \mu'_{13}) + \\ + p^2(\varepsilon'_{11} \mu'_{22} + \varepsilon'_{22} \mu'_{11}) - 2mp(\varepsilon'_{22} \mu'_{31} + \varepsilon'_{31} \mu'_{22}) \} + \\ + [m^2 \varepsilon'_{22} \varepsilon'_{33} + n^2(\varepsilon'_{33} \varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{31}) + p^2 \varepsilon'_{11} \varepsilon'_{22} - 2mp \varepsilon'_{22} \varepsilon'_{31}] \\ [m^2 \mu'_{22} \mu'_{33} + n^2(\mu'_{33} \mu'_{11} - \mu'_{31}) + p^2 \mu'_{11} \mu'_{22} - 2pm \mu'_{22} \mu'_{31}] = 0 \end{gathered}$$

dove s'è posto:

$$\varepsilon'_{hk} = \varepsilon'_{kh} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_{hk}} \qquad \mu'_{hk} = \mu_{kh} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial \mu_{hk}}$$

e

$$\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \qquad \mu = \begin{vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{vmatrix}$$

Le osservazioni che ho fatto in questi due sistemi sono: 1° nel sistema dimetrico: in un piano normale all'asse ottico ed in un piano contenente l'asse ottico; 2° nel sistema monoclino: nel piano di simmetria cristallografica, in un altro piano di simmetria ottica; in un piano parallelo alla faccia (001). Allora esaminiamo le forme delle sezioni che nascono tagliando la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla teoria elettromagnetica, con i piani suaccennati, e confrontiamo quindi le sezioni ottenute con quelle che si otterrebbero tagliando, con i medesimi piani, la superficie delle velocità normali, quale risulta dalla teoria di Fresnel.

Nel sistema dimetrico la superficie delle velocità normali, sia rispetto alla teoria elettromagnetica, sia rispetto alla teoria di Fresnel, è una superficie di rivoluzione intorno all'asse ottico, per cui la sezione con un piano normale a quest'asse si compone sempre di due cerchi concentrici. In una sezione contenente l'asse ottico invece, secondo la teoria elettromagnetica, si dovrebbero avere due ovali:

$$v^2 - \frac{m^2}{\varepsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0 \qquad v^2 - \frac{m^2}{\varepsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

mentre secondo la teoria di Fresnel un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = a^2 \qquad v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0$$

Nel sistema monoclino invece: nel piano di simmetria secondo la teoria elettromagnetica la sezione si compone di due ovali:

$$v^2 - \varepsilon'_{22}(m^2\mu'_{33} + n^2\mu'_{11} - 2mp\mu'_{31}) = 0 \qquad v^2 - \mu'_{22}(m^2\varepsilon'_{33} + n^2\varepsilon'_{11} - 2mp\varepsilon'_{31}) = 0$$

secondo la teoria di Fresnel di un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = b^2 \qquad v^2 - m^2c^2 - p^2a^2 = 0\,.$$

Parimenti negli altri due piani di simmetria ottica, la sezione si compone di due ovali nel 1° caso, di un cerchio ed un ovale nel secondo.

Per determinare la velocità di propagazione della luce nei cristalli mi son servito del rifrattometro Abbe. Come è noto, la sostanza da esaminare vien collocata, per mezzo di una goccia di liquido, d'indice più elevato, con

una faccia perfettamente piana, sopra il piano superiore della mezza sfera d'indice noto N; se in un determinato azimuth è φ l'angolo limite della riflessione totale, ed n l'indice di rifrazione della sostanza, sarà allora:

$$n = N \operatorname{sen} \varphi .$$

L'illuminazione dello strumento può farsi sia con luce riflessa, sia con luce rifratta. Io ho preferito di lavorare sempre con la luce riflessa, che mi offriva maggiore precisione nei risultati. All'uopo riporto i risultati di una delle tante serie di osservazioni preliminari fatte, puntando la linea limite del quarzo, ora adoperando la luce riflessa, ora la luce rifratta:

Luce rifratta	Luce riflessa
3′ 20″	3′ 20″
3 30	3 20
3 30	3 25
3 25	3 20
3 35	3 30
3 20	3 20
3 30	3 25

Le letture precedenti furono fatte sulla vite micrometrica.

Per determinare esattamente l'indice di rifrazione è necessario che lo strumento soddisfi ad alcune condizioni.

I. La superficie piana della mezza sfera deve essere perpendicolare all'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale. — Possiamo accorgerci se questa condizione è soddisfatta o no, osservando, col canocchiale munito della lente piano-convessa ausiliaria, l'immagine di un oggetto riflesso dalla superficie piana superiore della mezza sfera, mentre si fa ruotare il cerchio orizzontale. Se il piano superiore della mezza sfera non è normale all'asse di rotazione, l'immagine dell'oggetto riflesso si sposterà girando la superficie riflettente intorno al proprio asse di rotazione. Per mezzo delle viti di correzione si può eliminare questo errore. Io diressi il canocchiale sopra un oggetto lontano 200 m. circa ed osservai al reticolo una piccolissima deviazione dell'immagine, che quand'anche fosse stata di 1 mm. poteva dar luogo ad un errore minore di 10″ e perciò affatto trascurabile.

II. L'asse di rotazione della mezza sfera deve coincidere col suo asse di simmetria. Osservando un segnale sullo specchietto, col cannocchiale abbassato, mediante le viti di correzione si può soddisfare benissimo alla suddetta condizione.

III. Il centro della sfera deve giacere sull'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale. — Per verificare se ciò avviene basta determinare un indice di rifrazione noto. Ogni qualvolta questo si trova o più grande, o più piccolo del vero, la sfera deve essere innalzata o abbassata, il che può farsi

mediante la vite di correzione, di cui l'apparecchio è munito. Io, servendomi sia del confronto coll' indice di rifrazione del vetro della sfera, sia con quello del quarzo, corressi sufficientemente l'errore, tuttavia il centro della sfera rimase d'una quantità piccolissima più basso, e per avere un' idea dell'errore che poteva produrre, riporto la differenza tra l' indice di rifrazione vero e quello osservato, nel caso p. es., del solfato doppio di ammonio e cobalto:

$$n - n' = 0{,}000021$$

Noto però implicitamente che l' influenza di questo errore era trascurabile per la mia ricerca, intesa non a misurare valori assoluti degli indici, ma differenze in diverse direzioni.

IV. Altra sorgente importante d' errore si deve ritrovare nello strato liquido interposto fra la sostanza ed il piano superiore della mezza sfera; giacchè questo in generale non è a faccie piane parallele, ma a faccie inclinate, e le misure quindi risultano errate a causa della rifrazione in un prisma di liquido. Tenendo conto di ciò, e considerato che l'angolo d' inclinazione delle faccie è piccolo, si ha:

$$n = \mathrm{N}\,\frac{\operatorname{sen}\varphi' + \operatorname{sen}\varphi''}{2} \quad (^1)$$

dove φ' e φ'' sono gli angoli limiti letti a distanza di 180°. Se l'angolo d'inclinazione fra le due faccie è piccolissimo, la precedente può scriversi:

$$n = \mathrm{N}\operatorname{sen}\left(\frac{\varphi' + \varphi''}{2}\right).$$

Quindi, per determinare l' indice di rifrazione, si faranno due letture corrispondenti a due posizioni della mezza sfera a distanza fra loro di 180°, la media aritmetica delle due letture, con grande approssimazione, si può ritenere essere il vero angolo limite della riflessione totale. La massima differenza da me osservata nel caso del solfato di nichel fu di 1° 50″. — Applicando quindi l'ultima formola, nella determinazione dell' indice di rifrazione, l'errore che ne deriva è minore di 0,000001.

Infine ci resta di vedere l' influenza che un errore d'osservazione esercita sulla determinazione di n. Si ha:

$$\delta n = \mathrm{N}\cos\varphi\,\delta\varphi + \operatorname{sen}\varphi\,\delta\mathrm{N}$$

da cui

$$\delta n = n\left(\frac{\delta\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} + \frac{\delta\mathrm{N}}{\mathrm{N}}\right)$$

e poichè N è calcolato esattamente fino alla 5ª decimale, l' influenza di δN può essere trascurata. Nelle letture per mezzo della vite micrometrica si può

(1) C. Viola, Zeitsch. für Krys. 1898, XXX p. 437.

avere φ misurato fino ai 10″, allora per $d\varphi = 10''$, nel caso p. es. del solfato doppio di ammonio e cobalto:

$$n = 1{,}50259$$
$$\varphi = 52^\circ\, 38'\, 30''$$
$$\delta n = 0{,}000057$$

Dunque si ottiene un errore della 5ª decimale di 5 o 6 unità. Da ciò segue che tutti gli errori causati dalla non perfetta correzione dell'apparecchio sono molto più piccoli degli errori di osservazione.

Le superficie dei cristalli furono in parte preparate dalla casa Zeiss, in parte preparate da me. Accennerò il modo come sono riuscito ad avere delle superficie piuttosto buone. Per il solfato di ferro, dopo aver fatto la sezione del cristallo secondo il piano stabilito, la superficie rustica ottenuta veniva trattata sopra un vetro smerigliato con polvere di smeriglio, dapprima n. 0 e successivamente sempre più sottile, arrivando al rosso inglese. Dopo ciò la superficie veniva strofinata leggerissimamente sopra carta da filtro, preparata all'acido fluoridrico, impedendo così che delle tracce di silice facessero dei piccolissimi solchi, e sulla carta veniva messa, come polvere di smeriglio, una piccolissima quantità di carbonato di calcio in polvere, la cui durezza è leggermente superiore a quella del solfato di ferro. Alla fine il lucido si otteneva strofinando la superficie sopra la carta da filtro, ma mettendovi un po' di polvere di $Ca\,SO_4$, la cui durezza è quasi uguale a quella del $Fe\,SO^4$. Per il seleniato di nichel ottenni una buona superficie in questo modo: strofinai dapprima la superficie sopra una pietra da rasoi, poi sopra una pietra litografica ed infine feci acquistare il lucido alla superficie, strofinandola leggerissimamente sopra una pelle di guanto finissima con pochissimo rosso inglese.

Esaminiamo ora le osservazioni fatte. Nel sistema dimetrico la 1ª serie di osservazioni fatta nel piano normale all'asse ottico, fornisce due cerchi concentrici. Per brevità non riporto i risultati. Prendiamo in considerazione la 2ª serie, cioè quella fatta in un piano contenente l'asse ottico. Nel caso del $Ni\,Se\,O^4$ le letture furono fatte di 15° in 15° sul cerchio orizzontale, e dopo esaurito il giro di 360°, furono ben determinate le posizioni dei massimi e minimi, cioè la posizione e grandezza degli assi della curva di sezione. Per la determinazione degli angoli limiti fu adoperato il metodo differenziale, adoperando come termine di paragone l'indice ω del quarzo. — I raggi vettori della sezione furono calcolati in base alla teoria di Fresnel, cioè per mezzo della formola:

$$v = \sqrt{m^2 c^2 + p^2 a^2}$$

dove per a e c furono assunti i valori delle velocità principali risultanti dalla esperienza. Nella tabella seguente sono disposti i risultati ottenuti. Da essa

risulta che messi a confronto i raggi vettori calcolati con quelli risultanti dalle esperienze, si trova la coincidenza in generale fino alla 4ª decimale.

$Ni\,Se\,O^4 + 6H^2O$. — *Sezione contenente l'asse ottico.*

Cerchio orizzontale	CURVA ESTERNA			CURVA INTERNA
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi vettori osservati
0	0.659938	0.659817	— 0.000121	0.650107
15	0.657280	0.657207	— 0.000073	0.650097
45	0.651715	0.651680	— 0.000035	0.650120
60	0.650205	0.650270	+ 0.000065	0.650107
66.30	0.650120	0.650120	0.000000	0.650130
90	0.651833	0.651955	+ 0.000122	0.650120
120	0.657556	0.657596	+ 0.000040	0.650130
135	0.660022	0.660115	+ 0.000093	0.650120
150	0.661604	0.661507	— 0.000097	0.650126
156.30	0.661653	0.661653	— 0.000000	0.650126
165	0.661400	0.661403	+ 0.000003	0.650107

$Ni\,SO^4 + 6H^2O$. — *Sezione contenente l'asse ottico.*

0	0.665700	0.665724	+ 0.000024	0.662237
15	0.663462	0.663494	+ 0.000032	0.662269
30	0.662306	0.662340	+ 0.000034	0.662283
35	0.662260	0.662260	0.000000	0.662270
45	0.662625	0.662581	— 0.000044	0.662247
60	0.664102	0.664142	+ 0.000040	0.662240
75	0.666658	0.666606	— 0.000052	0.662268
90	0.669382	0.669302	— 0.000080	0.662247
105	0.671482	0.671515	+ 0.000033	0.962238
120	0.672659	0.672652	— 0.000007	0.662293
125	0.672732	0.672732	0.000000	0.662309
135	0.672393	0.672420	+ 0.000027	0.662293
165	0.668467	0.668425	— 0.000042	0.662222

Ora se nel caso dei cristalli dimetrici in una sezione contenente l'asse ottico, indichiamo con $E_1\,\Omega_1$ i valori degli indici di rifrazione secondo l'asse ottico, e con E_2, Ω_2 quelli corrispondenti al vettore normale all'asse ottico, si avrà evidentemente, indicando con v la velocità della luce nei cristalli, V quella nel vuoto, e con m, n, p i coseni direttori del vettore:

$$\text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \qquad v_1 = \frac{V}{E_1} \qquad v_2 = \frac{V}{\Omega_1}$$

$$\text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \qquad v_2 = \frac{V_1}{E_2} \qquad v_2 = \frac{V}{\Omega_2}$$

Dalla teoria elettromagnetica si deduce invece:

$$\text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \qquad v_1^2 = \frac{1}{\mu'\,\varepsilon'} \qquad v_2^2 = \frac{1}{\mu'\,\varepsilon'}$$

$$\text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \qquad v_1^2 = \frac{1}{\mu'\,\varepsilon''} \qquad v_2^2 = \frac{1}{\mu''\,\varepsilon'}$$

per cui:

$$\frac{V^2}{\Omega_1^2} = \frac{1}{\varepsilon' \mu'} \quad \text{e} \quad \frac{V^2}{\Omega_2^2} = \frac{1}{\varepsilon' \mu''}$$

e quindi:

$$\frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} = \frac{\mu''}{\mu'}$$

Ammettendo una differenza di 5 unità nella 5ª decimale fra i valori di Ω_1 e Ω_2, si trova per il seleniato di nichel e per il solfato di nichel:

$$\frac{\mu''}{\mu'} - 1 < 0{,}00006 .$$

Passiamo al caso dei cristalli monoclini. Una prima serie di esperienze fu eseguita nel piano di simmetria cristallografica del solfato doppio di ammonio e cobalto. In questo piano cadono gli assi ottici. Le misure furono eseguite di 10° in 10°, ed in vicinanza degli assi ottici di 5° in 5°. — Le curve ottenute rappresentano il cerchio:

$$v^2 = b^2$$

e l'ovale:

$$v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0 .$$

La coincidenza dei raggi vettori osservati con quelli calcolati si verifica anche qui in generale fino alla quarta decimale compresa.

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H^2O$. — *Piano di simmetria cristallografica.*

Cerchio orizzontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	letture fatte sulla vite micrometrica
0	0 665710	0.665783	+ 0.000073	9′ 30″
13	0.665515	0.665515	0.000000	9 30
15	0.665465	0 665522	+ 0.000057	9 35
30	0.665946	0.665968	+ 0.000022	9 35
45	0.666980	0.667005	+ 0.000025	9 30
50	0.667359	0.667439	+ 0.000080	
55	0.667970	0.667892	− 0.000078	
60	0.668408	0.668354	− 0.000054	9 20
65	0.668734	0.668810	+ 0,000076	
70	0.669160	0.669245	+ 0.000085	9 25
90	0.670394	0.670546	+ 0.000152	9 20
103	0.670814	0.670814	0.000000	
105	0.670843	0.670807	− 0.000036	
115	9.670613	0.670585	− 0.000028	9 30
120	0.670280	0.670362	+ 0.000082	9 30
130	0.669701	0.669725	+ 0.000024	
135	0.669310	0.669330	+ 0.000020	9 30
140	0.668858	0.668900	+ 0.000042	
145	0.668337	0.668447	+ 0 000110	9 20
150	0.667885	0.667985	+ 0.000100	
155	0.667445	0.667528	+ 0.000083	9 35
160	0.667027	0.667091	+ 0.000064	
165	0.666614	0.666633	+ 0.000019	9 35
170	0.666220	0.666327	+ 0.000107	

Una seconda serie di osservazioni fu eseguita in un secondo piano di simmetria ottica, ottenendosi come curve di sezioni il cerchio:

$$v^2 = a^2$$

e l'ovale:

$$v^2 - n^2 c^2 - p^2 b^2 = 0 .$$

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H^2O$. — *Piano di simmetria ottica.*

Cerchio orizzontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi osservati
0	0.666694	0.666625	— 0.000069	0.670806
15	0.665897	0.665941	+ 0.000044	0.670811
30	0.665522	0.665560	+ 0.000038	0.620820
37	0.665515	0.665515	0.000000	0.670800
45	0.665523	0.665574	+ 0 000051	0.670801
60	0.665799	0.665978	+ 0.000179	0.670798
75	0.666614	0.666664	+ 0.000050	0.670801
90	0.667372	0.667450	+ 0 000078	0.670776
105	0.668045	0·668014	— 0 000031	0.670816
120	0.668520	0.668500	— 0.000020	0.670801
127	0.668545	0.668545	0.000000	0.670820
135	0.668489	0.668486	— 0.000003	0.670820
150	0.668056	0.668083	+ 0 000027	0.670801
165	0.667354	0.667397	+ 0.000043	0.670811

Infine la 3ª serie di esperienze fu eseguita in un piano parallelo alla faccia (001) che è normale al piano contenente gli assi ottici. Per i calcoli mi son servito dell'orientazione data da Murmann (¹) che anch' io ho verificato. I raggi vettori furono calcolati per mezzo della formola:

$$v^4 - v^2\{m^2(b^2+c^2) + n^2(c^2+a^2) + p^2(a^2+b^2)\} + m^2b^2c^2 + nc^2a^2 + p^2a^2b^2 = 0$$

che deducesi dalla equazione della superficie delle velocità normali.

$Am_2 SO_4 + Co SO_4 + 6H_2O$. — *Superficie parallela alla faccia* (001).

Cerchio orizzontale	CURVA INTERNA			CURVA ESTERNA		
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza
0	0.667422	0.667370	— 0.000052	0.670682	0.670707	+ 0.000025
30	0.666030	0.665948	— 0.000082	0.670822	0.670779	— 0.000043
52	0.665515	0.665515	0.000000	0.670815	0.670815	0.000000
60	0.665658	0.665574	— 0 000074	0.670814	0.670809	— 0.000005
90	0.666601	0.666642	+ 0.000041	0.670788	0.670764	— 0.000024
120	0.668095	0.668109	+ 0.000014	0.670636	0.670659	+ 0.000023
142	0.668545	0.668566	+ 0.000021	0.670586	0·670608	+ 0.000022
150	0.668495	0.668391	— 0.000104	0.670687	0.670724	+ 0.000037

(¹) Murmann, Sitzber., Wien, Ak. 1859, pag.

Infine resta la serie di osservazioni fatta sul solfato di ferro. Con questo cristallo era estremamente difficile avere una buona superficie riflettente e la percezione delle curve limiti riusciva assai penosa. Nella serie che segue gli errori d'osservazione influiscono qualche volta anche sulla 4ª decimale.

$Fe\,SO_4 + 7H_2O$. — *Faccia parallela al piano di simmetria cristallografica.*

Cerchio orizzontale	OVALE			CERCHIO
	raggi vettori osservati	raggi vettori calcolati	differenza	raggi osservati
0	0.674881	0.674900	+ 0.000019	0.677158
10	0.675834	0.675958	+ 0.000124	0.676934
20	0.677119	0.677081	— 0.000038	0.677197
30	0.678246	0.678133	— 0.000113	0.676929
40	0.678990	0.678989	— 0.000001	0.676926
50	0.679432	0.679547	+ 0.000115	0.677120
60	0.679740	0.679740	0.000000	0.677190
70	0.679500	0.679547	+ 0.000047	0.677101
80	0.678902	0.678989	+ 0.000087	0.677197
100	0.677193	0.677081	— 0.000112	0.677000
110	0.675732	0.675962	+ 0.000230	0.676970
120	0.674975	0.674907	— 0.000068	0.677209
130	0.674157	0.674045	— 0.000112	0.677060
140	0.673267	0.673483	+ 0.000216	0.676979
150	0.673287	0.673287	0.000000	0.677001
180	0.674796	0.674900	+ 0.000104	0.677000

Nel caso dei cristalli monoclini, ammettendo una differenza di 5 unità nella 5ª cifra decimale dei raggi vettori, si trova per il solfato di ferro e per il solfato doppio di ammonio e cobalto

$$\frac{\mu_{22}}{\mu_{11}} - 1 < 0{,}000065\,.$$

Dai risultati ottenuti in tutte le serie di esperienze eseguite in cristalli magnetici, risulta che la velocità di propagazione della luce segue le leggi di Fresnel, nei limiti degli errori derivanti dall'osservazione, e questi errori abbiamo visto che influiscono sulla sola quinta decimale dei raggi vettori. Per cui si può concludere che se, per tali cristalli, si verifica una divergenza dalle leggi di Fresnel, questa è piccolissima e solo con mezzi di osservazione molto più precisi può determinarsi.

Chimica. — *Sopra alcune reazioni del nitrossile.* Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico, presentata dal Corrisp. Ciamician.

Geologia. — *Scorie trachitiche dell'Averno nei Campi Flegrei.* Nota di L. Pampaloni, presentata dal Socio C. De Stefani.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.