ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

« nel medesimo luogo la terra et eruttò tanta copia di cenere et di sassi « pumicei mischiati con acqua che coperse tutto quel paese » e in una notte si formò il Monte Nuovo che tuttora si vede e che ricoprì e ricopre quella regione per l'innanzi pianeggiante e lieta di case e di piantagioni.

È soverchia temerità la nostra di scrutare e voler indovinare i segreti della natura; ma forse non troppo ci corse che l'eruzione del Monte Nuovo avesse luogo 15 secoli prima, alla morte di Cicerone. Per lo meno la sorgente che d'improvviso si originò nel parco della villa, e che poi probabilmente fu una di quelle appartenenti a Tripergola, può ritenersi prodotta da un fenomeno lontanissimo precursore e quasi preparatore dell'eruzione del Monte Nuovo.

Meccanica. — *Sulla deformazione delle piastre di grossezza finita.* Nota del prof. O. Tedone, presentata dal Socio Volterra.

1. Il Clebsch, nel suo trattato di elasticità, è condotto, per analogia col problema di Saint-Venant, a proporsi il problema di determinare i possibili stati di equilibrio elastico di corpi cilindrici quando sieno verificate le condizioni:

$$X_z = Y_z = Z_z = 0, \tag{1}$$

dove $X_x, Y_y, \ldots, X_x$ sono le componenti delle tensioni. Poichè, però, la soluzione che egli dà del problema non è esente da qualche lacuna, mi lusingo che possa riuscire di qualche interesse l'altra che io do in questa Nota, almeno per la sua maggior semplicità.

Per semplicità, supporremo che il corpo sia isotropo e adotteremo le notazioni di Kirchhoff. Supporremo, inoltre, nulle le forze di massa.

Nella ipotesi (1), le equazioni indefinite dell'equilibrio elastico si riducono a:

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} = 0. \tag{2}$$

Il potenziale elastico elementare è dato da

$$f = -K[x^2_x + y^2_y + z^2_z + \tfrac{1}{2}y^2_z + \tfrac{1}{2}z^2_x + \tfrac{1}{2}x^2_y + \theta(x_x + y_y + z_z)^2] \tag{3}$$

dove K e θ sono le due costanti che entrano nella sua espressione. Ne viene che:

$$\begin{aligned} X_x &= -2K[x_x + \theta(x_x + y_y + z_z)], & Y_z &= -Ky_z \\ Y_y &= -2K[y_y + \theta(x_x + y_y + z_z)], & Z_x &= -Kz_x \\ Z_z &= -2K[z_z + \theta(x_x + y_y + z_z)], & X_y &= -Kx_y \end{aligned}$$

e quindi, tenendo conto delle (1):

$$
(4)\quad \begin{cases}
x_x = -\dfrac{1}{2K}\left(\dfrac{1+2\theta}{1+3\theta}X_x - \dfrac{\theta}{1+3\theta}Y_y\right), & y_z = 0 \\
y_y = -\dfrac{1}{2K}\left(\dfrac{1+2\theta}{1+3\theta}Y_y - \dfrac{\theta}{1+3\theta}X_x\right), & z_x = 0 \\
z_z = \dfrac{1}{2K}\,\dfrac{\theta}{1+3\theta}(X_x + Y_y), & x_y = -\dfrac{1}{K}X_y .
\end{cases}
$$

D'altra parte, affinchè $x_x, y_y, \dots, x_y$ possano considerarsi come componenti di una deformazione elastica pura, devono essere soddisfatte 6 equazioni differenziali del second'ordine di cui le due prime sono:

$$
\frac{\partial^2 x_y}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2 x_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 y_y}{\partial x^2}, \quad 2\,\frac{\partial^2 x_x}{\partial y\,\partial z} = \frac{\partial^2 y_x}{\partial z\,\partial x} + \frac{\partial^2 z_x}{\partial y\,\partial x} - \frac{\partial^2 y_z}{\partial x^2}
$$

e le altre quattro si deducono dalle due già scritte con permutazioni circolari delle lettere x, y, z. Sostituendo, in queste equazioni, per $x_x, y_y, \dots, x_y$ le espressioni (4) troviamo che le componenti delle tensioni da determinarsi: X_x, X_y, Y_y, oltre alle (2), devono soddisfare alle sei equazioni seguenti:

$$
(5)\quad \begin{cases}
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z\,\partial x} - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y\,\partial z} + \theta\,\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y\,\partial z} = 0, \\
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z\,\partial y} + \theta\,\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z\,\partial x} - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z\,\partial x} = 0, \\
(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial z^2} - \theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x\,\partial y} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x\,\partial y}\right) = 0, \\
(1+2\theta)\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x^2}\right) - \theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y^2}\right) - 2(1+3\theta)\dfrac{\partial^2 X_y}{\partial x\,\partial y} = 0, \\
\theta\left(\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z^2}\right) - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z^2} = 0, \\
\theta\left(\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 X_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 X_x}{\partial z^2}\right) - (1+2\theta)\dfrac{\partial^2 Y_y}{\partial z^2} = 0.
\end{cases}
$$

Se da queste equazioni. per mezzo delle (2), eliminiamo X_x e Y_y, troviamo subito che X_y deve soddisfare alle tre equazioni seguenti:

$$
(6)\qquad \Delta^2\frac{\partial X_y}{\partial z} = 0, \quad (1+3\theta)\frac{\partial^2 X_y}{\partial z^2} + \theta\Delta^2 X_y = 0, \quad \Delta^2\Delta^2 X_y = 0
$$

dove

$$
\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.
$$

Dalle (6) discende anche l'equazione $\frac{\partial^3 X_y}{\partial z^3} = 0$ e quindi

$$X_y = \frac{z^2}{2}\varphi_1 + z\varphi_2 + \varphi_3 ,$$

dove $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sono funzioni di x e y che soddisfanno alle equazioni

$$\Delta^2\varphi_1 = 0 , \quad \Delta^2\varphi_2 = 0 , \quad \Delta^2\varphi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\varphi_1 = 0 .$$

Poniamo, per comodità:

$$\varphi_1 = \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}, \quad \varphi_2 = \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}, \quad \varphi_3 = \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y},$$

onde ψ_1, ψ_2, ψ_3 soddisferanno alle equazioni:

$$(7) \qquad \begin{cases} \Delta^2\psi_1 = f_1(x) + f'_1(y) , \quad \Delta^2\psi_2 = f_2(x) + f'_2(y) , \\ \Delta^2\psi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 = f_3(x) + f'_3(y) \end{cases}$$

indicando con le f delle funzioni arbitrarie dei rispettivi argomenti. Allora X_y sarà data da

$$(8) \qquad X_y = \frac{z^2}{2}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y} + z\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y},$$

mentre, dalle (2), si otterrà per X_x e Y_y:

$$(9) \begin{cases} X_x = -\frac{z^2}{2}\left[\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + h_1(y)\right] - z\left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} + h_2(y)\right] - \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + h_3(y)\right], \\ Y_y = -\frac{z^2}{2}\left[\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + g_1(x)\right] - z\left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + g_2(x)\right] - \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + g_3(x)\right], \end{cases}$$

dove le h e le g sono funzioni dei rispettivi argomenti, da determinarsi opportunamente. Con la effettiva sostituzione della (8) e delle (9), nelle equazioni (5), si trova che queste ultime equazioni sono soddisfatte quando sono soddisfatte le condizioni:

$$(10) \qquad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(\Delta^2\psi_1) + \frac{dg_1}{dx} = 0 , \quad \frac{\partial}{\partial x}(\Delta^2\psi_2) + \frac{dg_2}{dx} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y}(\Delta^2\psi_1) + \frac{dh_1}{dy} = 0 , \quad \frac{\partial}{\partial y}(\Delta^2\psi_2) + \frac{dh_2}{dy} = 0 \end{cases}$$

$$(11)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2 g_3}{dx^2} = \dfrac{1+2\theta}{\theta}\left(\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + h_1\right) - \dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - g_1 - \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}(\Delta^2 \psi_3) \\ \dfrac{d^2 h_3}{dy^2} = \dfrac{1+2\theta}{\theta}\left(\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + g_1\right) - \dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} - h_1 - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}(\Delta^2 \psi_3) \end{cases}$$

$$(12)\qquad \Delta^2 \Delta^2 \psi_3 + \frac{d^2 g_3}{dx^2} + \frac{d^2 h_3}{dy^2} = 0 .$$

Alle prime quattro equazioni si soddisfa, nel modo più generale, prendendo:

$$(13)\quad \begin{cases} g_1(x) = -f_1(x) + a_1 , \quad g_2(x) = -f_2(x) + a_2 , \\ h_1(y) = -f'_1(y) + a'_1 , \quad h_2(y) = -f'_2(y) + a'_2 , \end{cases}$$

indicando con a_1 , a'_1 , a_2 , a'_2 delle costanti, per ora, arbitrarie. Le (11), allora, tenendo conto delle (7), diventano:

$$\frac{d^2 g_3}{dx^2} = \frac{1+3\theta}{\theta} f_1(x) - \frac{d^2 f_3}{dx^2} + \frac{1+2\theta}{\theta} a'_1 - a_1 ,$$
$$\frac{d^2 h_3}{dy^2} = \frac{1+3\theta}{\theta} f'_1(y) - \frac{d^2 f'_3}{dy^2} + \frac{1+2\theta}{\theta} a_1 - a'_1 ,$$

ed è soddisfatta la (12) se $a_1 + a'_1 = 0$. Queste ultime equazioni ci danno poi:

$$(14)\quad \begin{cases} g_3(x) = \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\, dx - f_3(x) - \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 x^2 + bx + c , \\ h_3(y) = \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^y dy \int_0^y f'_1(y)\, dy - f'_3(y) + \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 y^2 + b'y + c' \end{cases}$$

b , c , b' , c' essendo altre costanti arbitrarie. Possiamo dunque scrivere:

$$(15)\quad \begin{cases} X_x = -\dfrac{z^2}{2}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} - f'_1(y) - a_1\right] - z\left[\dfrac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} - f'_2(y) + a'_2\right] - \\ \quad -\left[\dfrac{\partial^2 \psi_3}{\partial y^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^y dy \int_0^y f'_1(y) dy - f'_3(y) + \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 y^2 + b'y + c'\right] \\ Y_y = -\dfrac{z^2}{2}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - f_1(x) + a_1\right] - z\left[\dfrac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - f_2(x) + a_2\right] - \\ \quad -\left[\dfrac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\displaystyle\int_0^x dx \int_0^x f_1(x) dx - f_3(x) - \dfrac{1+3\theta}{2\theta} a_1 x^2 + by + c\right] \end{cases}$$

dove, ripetiamo, $f_1 , f'_1 , \ldots , f'_3$ sono funzioni arbitrarie dei corrispondenti argomenti, $a_1 , a_2 , a'_2 , b , c , b' , c'$ sono costanti arbitrarie e ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 soddisfanno alle (7).

Possiamo ora determinare $\psi'_1, \psi'_2, \psi'_3$; $\psi''_1, \psi''_2, \psi''_3$; ψ'''_3 in modo che sia:

$$\psi_1 = \psi'_1 + \psi''_1, \quad \psi_2 = \psi'_2 + \psi''_2, \quad \psi_3 = \psi'_3 + \psi''_3 + \psi'''_3;$$

$$\Delta^2\psi'_1 = 0, \quad \Delta^2\psi'_2 = 0, \quad \Delta^2\psi'_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi'_1 = 0;$$

$$\psi''_1 = \int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\,dx + \int_0^y dy \int_0^y f'_1(y)\,dy - \frac{a_1}{2}(x^2 - y^2) +$$
$$+ \frac{\theta}{1+3\theta}[b'y + bx + c + c'],$$

$$\psi''_2 = \int_0^x dx \int_0^x f_2(x)\,dx + \int_0^y dy \int_0^y f'_2(y)\,dy + \frac{a'_2 - a_2}{4}(x^2 - y^2),$$

$$\psi''_3 = \int_0^x dx \int_0^x f_3(x)\,dx + \int_0^y dy \int_0^y f'_3(y)\,dy;$$

$$\psi'''_3 = -\frac{1+3\theta}{\theta}\Big[\int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\,dx +$$
$$+ \int_0^y dy \int_0^y dy \int_0^y dy \int_0^y f'_1(y)dy - \frac{a_1}{24}(x^4 - y^4)\Big] - \frac{1}{6}(b'y^3 + bx^3) - \frac{1}{2}(cx^2 + c'y^2).$$

Risulta allora anche:

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\psi'_1}{\partial x^2} + f_1(x) - a_1, \quad \frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\psi'_1}{\partial y^2} + f'_1(y) + a_1, \quad \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2\psi'_1}{\partial x\,\partial y};$$

$$\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\psi'_2}{\partial x^2} + f_2(x) + \frac{a'_2 - a_2}{2}, \quad \frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\psi'_2}{\partial y^2} + f'_2(y) - \frac{a'_2 - a_2}{2}, \quad \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2\psi'_2}{\partial x\,\partial y};$$

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\psi'_3}{\partial x^2} + f_3(x) - \frac{1+3\theta}{\theta}\int_0^x dx \int_0^x f_1(x)\,dx + \frac{1+3\theta}{2\theta}a_1 x^2 - bx - c,$$

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\psi'_3}{\partial y^2} + f'_3(y) - \frac{1+3\theta}{\theta}\int_0^y dy \int_0^y f'_1(y)\,dy - \frac{1+3\theta}{2\theta}a_1 y^2 - b'y - c',$$

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2\psi'_3}{\partial x\,\partial y}.$$

Se sostituiamo questi valori di ψ_1, ψ_2, ψ_3 nelle espressioni di X_x, Y_y, X_y, poniamo ψ_1, ψ_2, ψ_3 ancora al posto di $\psi'_1, \psi'_2, \psi'_3$, il che non genera equivoco, e chiamiamo c la costante $-\frac{a_2 + a'_2}{2}$, possiamo scrivere:

$$(16) \quad \begin{cases} X_x = \dfrac{z^2}{2}\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} + z\left(\dfrac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + c\right) + \dfrac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 \\ Y_y = \dfrac{z^2}{2}\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + z\left(\dfrac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} + c\right) + \dfrac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + \dfrac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 \\ X_y = \dfrac{z^2}{2}\dfrac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y} + z\dfrac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y} + \dfrac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y} \end{cases}$$

dove ψ_1, ψ_2, ψ_3 soddisfanno alle equazioni:

$$\Delta^2\psi_1 = 0\,, \quad \Delta^2\psi_2 = 0\,, \quad \Delta^2\psi_3 + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 = 0 \tag{17}$$

e c è una costante arbitraria.

2. Supponiamo ora che il nostro corpo elastico sia un corpo cilindrico di cui le generatrici della superficie laterale sieno parallele all'asse z ed abbia, quindi, le due basi parallele perpendicolari allo stesso asse. Affinchè questo corpo elastico sia in equilibrio, nelle ipotesi precedenti, le tensioni applicate alle basi devono esser nulle, mentre le tensioni applicate ai punti della superficie laterale devono esser date dalle espressioni

$$X = X_x \cos(nx) + X_y \cos(ny)\,, \quad Y = X_y \cos(nx) + Y_y \cos(ny)\,, \tag{18}$$

X_x, Y_y, X_y essendo determinate dalle (17). Ne viene che X e Y devono potersi porre sotto la forma

$$X = \frac{z^2}{2} X_1 + zX_2 + X_3\,, \quad Y = \frac{z^2}{2} Y_1 + zY_2 + Y_3\,, \tag{19}$$

X_1, X_2, X_3; Y_1, Y_2, Y_3 essendo funzioni di x e y soltanto. Dev'essere, inoltre

$$\left\{\begin{aligned}
X_1 &= \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_1 &= \frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2}\cos(ny)\,;\\
X_2 &= \left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + c\right]\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_2 &= \frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \left[\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2} + c\right]\cos(ny)\,;\\
X_3 &= \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1\right]\cos(nx) + \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y}\cos(ny)\,,\\
Y_3 &= \frac{\partial^2\psi_3}{\partial x\,\partial y}\cos(nx) + \left[\frac{\partial^2\psi_3}{\partial y^2} + \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1\right]\cos(ny)\,.
\end{aligned}\right. \tag{20}$$

Se chiamiamo s il contorno della sezione normale σ del nostro cilindro e supponiamo che n sia la normale ad esso diretta verso l'interno della sezione stessa, troviamo subito che

$$\int_s X_1\,ds = \int_s \frac{d}{dn}\,\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\,\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\,d\sigma = 0$$

e, con processo analogo, si trova che le 6 espressioni $X_1, X_2, \ldots, Y_3$ devono soddisfare alle condizioni:

$$(21)\quad \begin{cases} \int_s X_1\,ds = \int_s Y_1\,ds = \int_s X_2\,ds = \int_s Y_2\,ds = \int_s X_3\,ds = \int_s Y_3\,ds = 0 \\ \int_s (xY_1 - yX_1)\,ds = \int_s (xY_2 - yX_2)\,ds = \int_s (xY_3 - yX_3)\,ds = 0\,. \end{cases}$$

Risulta pure dalle (20) che le tensioni X_1, Y_1 e le altre X_2, Y_2 applicate ad uno stesso punto del contorno s devono avere, rispettivamente, un potenziale V_1 e V_2, mentre X_3 e Y_3 devono potersi porre sotto la forma:

$$X_2 = \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 + \frac{\partial V_3}{\partial x}, \quad Y_3 = \frac{1+3\theta}{\theta}\psi_1 + \frac{\partial V_3}{\partial y}.$$

D'altra parte V_1, V_2, V_3 si possono dare arbitrariamente come funzioni dei punti del contorno s. Quando sono date le funzioni V_1, V_2, V_3 le tre funzioni ψ_1, ψ_2, ψ_3 sono determinate, a meno di costanti, dal dover soddisfare alle (17) in ogni punto di σ ed alle condizioni:

$$(22)\qquad \frac{d\psi_1}{dn} = V_1\,, \quad \frac{d\psi_2}{dn} = V_2\,, \quad \frac{d\psi_3}{dn} = V\,.$$

nei punti del contorno s.

Poichè poi V_1, V_2, V_3 sono determinate a meno di costanti, possiamo determinare queste ultime sempre in modo che sieno soddisfatte le condizioni:

$$\int_s V_1\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_1\,d\sigma = 0\,, \quad \int_s V_2\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_2\,d\sigma = 0\,,$$

$$\int_\sigma V_3\,ds = -\int_\sigma \Delta^2\psi_3\,d\sigma = \frac{1+3\theta}{\theta}\int_\sigma \psi_1\,d\sigma\,.$$

Meccanica. — *Sui moti stazionarî dei sistemi olonomi.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio V. Cerruti.

La regola per la determinazione di moti stazionarî dei sistemi olonomi (a legami indipendenti dal tempo e soggetti a forze conservative), che ho avuto l'onore di comunicare a codesta Accademia poche settimane or sono [1], è enunciata nella ipotesi che le variabili di riferimento sieno canoniche. La stessa regola vale però in generale, comunque si scelgano le variabili. È questo un risultato pressochè ovvio, che mi permetto tuttavia di formulare

[1] Sedute del 6 e 20 gennaio u. s.