ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

Fisica. — *Di un nuovo istrumento per la misura della frequenza delle correnti alternate.* Nota di R. MANZETTI, presentata dal Socio BLASERNA [1].

I metodi finora adottati per la misura della frequenza si fondano sui fenomeni più svariati. Molti determinano una velocità angolare: contagiri o tachimetri applicati o direttamente alla macchina generatrice, o ad un motore che si riduce alla stessa velocità di quella. Altri contano le alternazioni

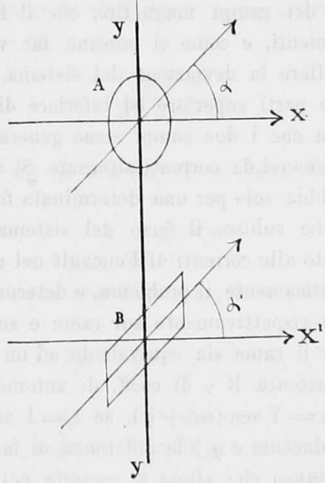

FIG. 1.

avvenute in un determinato tempo, fissando sopra una superficie mobile un fenomeno qualunque che si ripete insieme ad un determinato valore dell' intensità, come indice del numero delle alternazioni, e misurando il tempo dal quoziente di una lunghezza per una velocità. Altri infine determinano l' altezza del suono prodotto dalla corrente, ottenendo il sincronismo ad un apparecchio di numero di vibrazioni noto, con metodi ottici o di risuonanza acustica.

L' apparecchio che ho fatto costruire si fonda sulle proprietà elettromagnetiche dei circuiti percorsi da correnti alternate, e permette, a differenza

[1] Lavoro eseguito nel gabinetto di Fisica tecnica della R. Scuola Ingegneri di Roma.

degli altri, la misura della frequenza con un metodo di riduzione a zero, da un semplice rapporto di resistenze.

Supponiamo di avere due campi magnetici alternativi e indipendenti, diretti secondo le X e X_1. In un bastoncino di alluminio siano fissi, un disco di rame A, secondo un diametro, ed un piccolo parallelepipedo di ferro B. Il diametro del disco e la lunghezza del parallelepipedo, formino colla direzione dei campi in cui sono rispettivamente posti, degli angoli α, α_1.

È chiaro allora che se i due campi sono generati da correnti alternate, ognuno di questi due corpi subirà un certo momento torcente in una certa direzione, uno per effetto delle correnti di Foucault, l'altro per azione semplicemente magnetica, e se il sistema è rigido ed attaccato ad un filo di sospensione, questo sarà soggetto ad un momento uguale alla somma algebrica dei due.

Si capisce come si possan dare direzioni tali agli assi dei due corpi per rispetto a quelle dei campi magnetici, che il filo sia sottoposto alla differenza dei due momenti, e come si possano far variare in modo tale le due intensità da annullare la deviazione del sistema, per quanto non nulli i momenti torcenti delle parti superiore ed inferiore di esso.

Supponiamo allora che i due campi sieno generati da due sistemi indipendenti di rocchetti percorsi da correnti alternate. Si vede subito come questa posizione di zero si abbia solo per una determinata frequenza, poichè mentre il momento torcente che subisce il ferro del sistema, è indipendente dalla frequenza, quello dovuto alle correnti di Foucault nel rame è funzione di essa.

Esaminiamo analiticamente il problema, e determiniamo i due momenti esercitati dai rocchetti rispettivamente sul rame e sul ferro. Vogliamo supporci a tale scopo che il rame sia equivalente ad un circuito circolare semplice di area S di resistenza R e di coeff. di autoinduzione L, percorso da una corrente indotta $y = \mathrm{Y} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$, se $i = \mathrm{I} \operatorname{sen} \omega t$ è la corrente che circola nel rocchetto inducente e φ è la differenza di fase esistente fra y ed i.

Il momento istantaneo che allora si esercita nel circuito secondario per effetto del campo H generato da i sarà

$$\mathrm{M} = \mathrm{H\,S}\, y \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

Il momento medio

$$\overline{\mathrm{M}} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{HS}\, y \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \, dt = \gamma \delta$$

se γ è una costante di proporzionalità, e δ è la deviazione angolare che si dovrebbe dare al filo per ricondurre il sistema nella stessa posizione ed essendo

$$\mathrm{H} = \beta \mathrm{I} \operatorname{sen} \omega t\,; \quad y = \frac{\beta \omega \mathrm{I}}{\sqrt{\mathrm{R}^2 + \omega^2 \mathrm{L}^2}} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)\,.$$

Si trova sostituendo integrando e raggruppando le costanti

$$\varepsilon \frac{\omega I^2 \cos\varphi}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \delta .$$

Questa deviazione adunque dipende non solo dalla frequenza per l'aumento di f. e. m. nel secondario, ma anche dalla differenza di fase φ.

Noi non abbiamo un'idea del valore di questa differenza di fase, poichè non abbiamo un'idea del valore delle costanti R ed L del rame percorso da correnti di Foucault.

Ora si può porre $\varphi = \frac{\pi}{2} + \Phi$ essendo Φ lo spostamento di fase fra f. e. m. e corrente nel rame il sistema, e cioè

$$\cos\varphi = - \operatorname{sen}\Phi = - \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

da cui infine

$$\delta = \frac{K I^2 \omega^2}{R^2 + \omega^2 L^2} .$$

Il circuito agente sul ferro produrrà un momento tale che la deviazione sarà data da

$$\delta_1 = K_1 I_1^2$$

Ed ammettendo $\delta = \delta_1$ cioè l'equipaggio in posizione di zero,

$$K_1 I_1^2 = K I^2 \frac{\omega^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

od anche

$$\frac{I_1^2}{I^2} = \chi \frac{\omega^2}{\mu + \omega^2} .$$

Siano ora i due circuiti in derivazione, il rapporto delle due intensità sarà in prima approssimazione l'inverso delle impedenze dei circuiti derivati, se ammettiamo che l'induzione mutua fra circuito mobile e circuito fisso non faccia variare le impedenze, ciò che è ammissibile essendo molto piccoli i coefficienti di autoinduzione, avremo cioè

$$\frac{r^2 + \omega^2 l^2}{r_1^2 + \omega^2 l_1^2} = \chi \frac{\omega^2}{\mu + \omega^2} \tag{1}$$

Si vede dunque come per valori di ω sufficientemente piccoli, ω sia data dalla

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\mu + \omega^2}{\chi \omega^2} \tag{1_a}$$

Ma le correnti di Foucault agiscono anche nel circuito del ferro, cosicchè la deviazione del sistema per questa parte dovrà essere espressa da

$$\delta_1 = K_1 I_1^2 + K^2 I_1^2 \frac{\omega^2}{\mu_1 + \omega^2}.$$

E tenendo conto di ciò si giungerebbe a dimostrare che la funzione $\left(\frac{r_1}{r}\right)^2$ deve essere del tipo

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{a + b\omega^2 + c\omega^4}{\omega^2 + d\omega^4}. \tag{2}$$

La figura annessa dà il disegno dell' apparecchio che fu costruito.

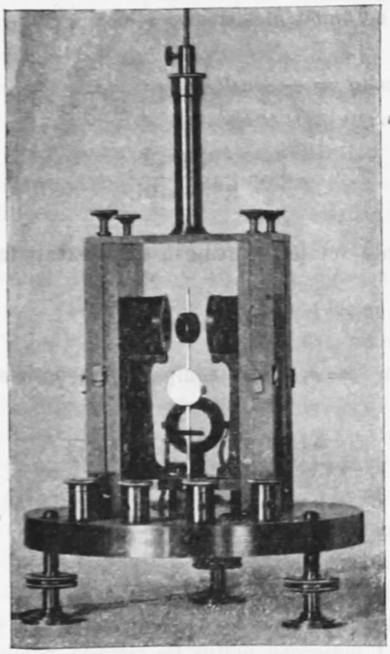

Fig. 2.

Il campo che produce le correnti di Foucault è generato da due rocchetti A A ciascuno contenente 8 strati di filo da $^3/_{10}$ di mm., in tutto circa 600 spire con una resistenza di 11 ohm. Nell' interno di questi vi è un disco di rame di 28 mm. di diametro e 5 mm. di grossezza.

Il rocchetto B agisce sul ferro ed è formato da circa 70 spire di filo anche di $^3/_{10}$. Il diametro interno dei rocchetti è di 30 mm. Il ferro è in forma di un piccolo parallelepipedo di 10 lastrine di lamina di $^1/_{10}$ perfettamente isolate con carta velina e vernice di gommalacca, per non risentire correnti parassite in questa parte dell'equipaggio mobile. Questo poi era sospeso da un filo di quarzo dei più grossi che potei avere per non dare una sensibilità eccessiva all'istrumento.

Era necessario che per le ordinarie frequenze non avessero valori troppo diversi le costanti K e K_1, il che si raggiunse rendendo molto debole il campo che sollecitava il ferro dell'apparecchio, e quindi i rocchetti e le dimensioni del rame e del ferro come pure le direzioni di questi per rispetto ai campi, erano state scelte convenientemente. Lo smorzamento del sistema mobile, dato da una palettina di mica, fu trovato molto più conveniente di quello elettromagnetico. Notiamo infine come tutte i rocchetti poggiavano sopra corsoi per far variare in modo semplice e rapido la sensibilità dell'apparecchio, e per rendere più comodo l'attacco del filo. Così aggiustato l'apparecchio, si disponevano i due circuiti in derivazione ed in ognuno dei rami si inseriva una cassetta di resistenza. Si inviava una corrente di circa $^1/_{10}$ di ampère, corrente che poteva far dare forti deviazioni in ognuno dei rami derivati. Una difficoltà trovai nell'avere la corrente alternata di frequenza nota e variabile in limiti sufficientemente estesi. Mi servì per tale scopo un piccolo alternatore collegato ad un motorino elettrico a corrente continua da circa $^1/_2$ cavallo, ed azionato da accumulatori. L'alternatore aveva due puleggie: una riceveva il movimento dal motorino, l'altra era collegata da un'altra cinghia ad un tachimetro a forza centrifuga, graduato di 200 a 2000 giri al minuto primo, ed in modo da rendere sicura la lettura a meno di qualche giro. Però il tremito della macchina, lo scorrimento delle puleggie, e le variazioni di velocità del motorino stesso, non permettevano di assicurare la lettura della velocità che con una differenza di 10 o 20 giri per velocità elevate, e dai 5 ai 10 per velocità più piccole. Queste variazioni erano sensibili non tanto per l'incostanza del potenziale degli accumulatori, quanto per la variabilità degli attriti delle macchine; poichè essendo il lavoro da queste eseguito quasi esclusivamente quello necessario a vincere gli attriti, la più piccola variazione di questi poteva dare sensibili variazioni di velocità: per questa ragione avevo dovuto ridurre straordinariamente la sensibilità dell'apparecchio. Ottenni frequenze variabili da 70 a 250 cambiando le puleggie all'alternatore.

Riporto una serie di misure eseguite, allorchè il ferro dell'equipaggio mobile era costituito da laminette sottili e ben isolate.

Ebbi i seguenti valori medie di molte misure:

ω	1315	1020	890	773	420
$\frac{r_1}{r}$	0,840	0,970	1,060	1,140	1,590

Giova notare come interessi tenere alti i valori delle resistenze nei due rami derivati, per impedire che le autoinduzioni di questi influiscano sensibilmente nei rapporti, nelle esperienze eseguite variavano da 50 a 100 ohm circa. In questo intervallo la differenza dei rapporti con diverse resistenze inserite era sempre dell'ordine della precisione con cui si poteva misurare la frequenza, vale a dire all'incirca del 2 %. Questi rapporti erano indipendenti anche dai valori assoluti delle intensità nei due rami, come si poteva riconoscere facendo variare la intensità complessiva delle correnti dei due rami.

Con questi valori calcolai dapprima le costanti della prima col metodo dei minimi quadrati, per assicurarmi se le correnti di Foucault agivano anche nel ferro: trovai

$$\mu = 10^5\, 9{,}150 \qquad \chi = 2{,}053$$

Con queste costanti ho ricalcolato i valori di $\frac{r_1^2}{r^2}$ ed ho ottenuto

$\frac{r_1^2}{r^2}$ osservati	0,7056	0,9409	1,236	1,300	2,528
$\frac{r_1^2}{r^2}$ calcolati	0.745	0,9156	1,051	1,233	3,136

Da questi risultati si osserva subito come la concordanza fra valori osservati e valori calcolati sia tutt'altro che soddisfacente, quindi l'effetto Foucault si faceva risentire anche nel ferro già alle frequenze adottate.

Ciò era dimostrato anche da un altro fatto. In altre esperienze il ferro dell'equipaggio mobile era formato da laminette poco isolate fra loro.

Si ottennero i seguenti valori

ω	415	520	750	1300
$\frac{r_1}{r}$	1,78	1,70	1,39	0,685

cioè una decrescenza molto più rapida nel valore di questo rapporto.

Questo fatto si spiega molto facilmente, poichè l'effetto Foucault nel ferro è di senso opposto a quello magnetico, quindi a parità di intensità nell'altro ramo si doveva diminuire la resistenza nel ramo del ferro più del necessario, per ottenere l'equilibrio.

La formula (2) rappresenta perfettamente il fenomeno, nei limiti almeno delle misure fatte, messa sotto questa forma

$$\frac{r_1^2}{r^2} = \frac{a + b\omega - c\omega^4}{\omega^2}$$

Calcolando col solito metodo dei minimi quadrati le costanti, ottenni

$$a = 10^5\, 2{,}858 \quad b = 0{,}9710 \quad c = 10^{-7}\, 2{,}519.$$

Da questi calcolai di nuovo i valori $\frac{r_1^2}{r^2}\omega^2$ ed ottenni

$\frac{r_1^2}{r^2}\omega^2$	calcolati 10^5	12,118	10,105	8,969	7,761	4,418
	osservati 10^5	12,202	9,789	8,900	7,770	4,460

Si può dunque concludere che quest' istrumento permette di misurare la frequenza delle correnti alternative, mediante un semplice rapporto di resistenze, con un metodo di riduzione a zero, indipendentemente dal valore assoluto dell' intensità di corrente circolante nei circuiti.

Esso può essere adoperato in un intervallo molto esteso senza bisogno di variar nulla nell' apparecchio. Esso comincia da poche alternazioni; per $\omega = 0, = \frac{r_1}{r} = \infty$. Il limite superiore è meno ben definito da queste esperienze preliminari. Il rapporto $\frac{r_1}{r}$ tende ad essere costante per $\omega = \infty$ cioè la posizione di zero dell' istrumento è indipendente dalla frequenza. La formula trovata dimostra che l' istrumento può essere certamente adoperato fino a frequenze del valore di circa mille, però in questo caso il problema si complica dovendo tener conto anche delle autoinduzioni dei circuiti derivati; cosicchè bisogna guardarsi dalle estrapolazioni, tanto più che le impedenze variano colla frequenza anche per effetto dell' induzione mutua fra circuiti mobili e circuiti fissi.

La sensibilità dell' istrumento può esser fatta variare ad arbitrio facendo variare il filo di sospensione, e l' intensità di corrente.

Nel mio caso l' istrumento sentiva bene 1 alternazione con una corrente complessiva di $^1/_{10}$ di ampère. In condizioni di massima sensibilità non sarebbe difficile sentire collo stesso apparecchio $^1/_{1000}$ di alternazione.

Dal primo calcolo fatto si deduce ancora un dato.

Il valore di μ è il quadrato del rapporto fra la resistenza e il coeff. di autoinduzione del circuito equivalente al rame percorso da correnti di Foucault. Si può quindi, per quel solido almeno, dedurre l'ordine di quel rapporto, che deve essere intorno al numero 900.

L' istrumento può essere adottato per la misura rapida e facile di coefficienti di autoinduzione, come si vede senz' altro dalla formola

$$\frac{r_1^2 + \omega^2 l_1^2}{r^2 + \omega^2 l^2} = \frac{a + b\omega^2 - c\omega^4}{\omega^2}$$

specie quando i due coefficienti dei rocchetti dell' istrumento sieno trascurabili rispetto a quelli che si vogliono misurare.

Infine può essere adoperato come elettrodinamometro sensibilissimo usando solo i rocchetti AA. Con una conveniente scelta dell' equipaggio mobile (un piccolo parallelepipedo di $20 \times 5 \times 5$ di laminette di ferro isolate) l' istrumento può sentire i decimillesimi di ampère con una resistenza interna di 11 ohm.

In una prossima Nota darò lo studio sperimentale più minuzioso di questo istrumento.