ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

particolare plesso di fibre sclerenchimatiche o meccaniche, il quale propongo di chiamare *lamina del Bianconi*. È stato infatti il prof. Bianconi di Bologna, nel 1856, il primo a notare che nei cirri della Zucca esiste in vicinanza dei fasci libero-legnosi, sul lato spettante alla faccia concava dell'organo, un plesso molto compatto di elementi fibriformi, lignificati, e ne intuì subito l'ufficio meccanico. Questi elementi sono comuni a molti cirri ed esistono in tutti quelli delle Cucurbitacee. Essi prendono origine di buon'ora da modificazione delle cellule del parenchima che circonda i fasci, ma soltanto sul lato prospiciente la faccia interna del cirro. Sicchè la lamina del Bianconi ha una posizione unilaterale ed è separata dalle fibre motrici da un doppio o triplo strato di cellule parenchimatiche. Sulla sezione trasversale di un cirro piglia la forma di un arco che segue il perimetro dei 5 o 7 fasci libero-legnosi, ed aperto verso il lato convesso o esterno del cirro. Quest'arco tende a chiudersi a misura che ci avviciniamo alla base del cirro; ma non si chiude giammai perfettamente restando così in posizione unilaterale.

La lamina del Bianconi, appena il cirro ha cominciato le sue circonvoluzioni attorno al sostegno, si lignifica; e questo processo si propaga man mano verso la base, assicurando all'organo quella necessaria tenacità e resistenza utile al suo funzionamento.

Nella parte libera del cirro, mentre le fibre della lamina del Bianconi ispessiscono e lignificano le loro pareti, le cellule del parenchima circostante crescono di volume. Evvi così uno spiccato antagonismo di accrescimento, rappresentando la predetta lamina una resistenza all' accrescimento dei tessuti circostanti; antagonismo che ha per risultato finale la contorsione a spira della porzione libera dell'organo.

Anche a tarda età le pareti delle cellule del parenchima del cirro si lignificano senza subire un notevole ispessimento. Le membrane delle fibre motrici diventano allora rigide e quasi cornee.

Meccanica. — *Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente.* Nota II [1] del prof. EMILIO ALMANSI, presentata dal Socio VOLTERRA.

1. In una Nota precedente ho dimostrato che il problema di determinare la deformazione di un cilindro, sollecitato alle basi e sulla superficie laterale, nel caso che le componenti τ_1, τ_2, τ_3 della tensione che agisce sulla superficie laterale siano espresse da polinomî della forma $\Sigma g_n z^n$, $\Sigma h_n z^n$, $\Sigma l_n z^n$, ove g_n, h_n, l_n sono quantità indipendenti da z (come asse delle z si è assunto l'asse del cilindro) può sempre ridursi al problema di determinare la deformazione del cilindro sollecitato soltanto alle basi, purchè si

(1) V. pag. 333.

sappia determinarne la deformazione nel caso che sulla superficie laterale si abbia

$$\tau_1 = g\,, \quad \tau_2 = h\,, \quad \tau_3 = l\,,$$

$g\,,h\,,l$ essendo quantità indipendenti da z.

Vediamo come può risolversi questo secondo problema.

Perciò osserviamo che se si eliminano le funzioni $u\,,v\,,w$ tra le equazioni (2) e (3) della Nota precedente, e si pone per brevità $T = \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}$, si trovano sei nuove relazioni tra le tensioni, a cui possiamo dare la forma seguente:

$$(13)\qquad \left\{\begin{array}{ll} \Delta^2\tau_{11} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}\,, & \Delta^2\tau_{23} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial y\,\partial z}\,, \\ \Delta^2\tau_{22} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}\,, & \Delta^2\tau_{31} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial z\,\partial x}\,, \\ \Delta^2\tau_{33} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2}\,, & \Delta^2\tau_{12} = -\dfrac{1}{1+\lambda}\dfrac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial y}\,. \end{array}\right.$$

Si dimostra facilmente che date sei funzioni $\tau_{11}\,,\ \tau_{22}\,,\ \tau_{33}\,,\ \tau_{23} = \tau_{32}\,,\ \tau_{31} = \tau_{13}\,,\ \tau_{12} = \tau_{21}$ le quali soddisfino alle equazioni (1) e (13), è sempre possibile trovare tre funzioni $u\,,v\,,w$ che verificano le equazioni (2). Noi potremo perciò assumere quelle sei funzioni come incognite del problema, e cercare di determinarle in modo che in tutto il cilindro risultino soddisfatte le equazioni (1) e (13), e sulla superficie laterale le (4).

Notiamo poi che se sapremo determinare la deformazione del cilindro, ponendo la condizione che sulla superficie laterale τ_2 e τ_3 assumano i valori assegnati, e τ_1 risulti uguale a 0, sapremo anche risolvere il problema analogo. ma più semplice, di determinare la deformazione del cilindro, quando si ponga la condizione che τ_2 e τ_3 risultino uguali a zero, e τ_1 assuma i valori assegnati. Combinando le formule relative a questi due casi, otterremo quelle relative ad un terzo caso, in cui tutte e tre le componenti della tensione che agisce sugli elementi della superficie laterale assumeranno i valori assegnati.

Perciò, invece di trattare il problema in tutta la sua generalità, noi ci occuperemo del caso speciale in cui si abbia $\tau_1 = 0$.

2. Sieno $\varphi\,,\psi\,,\chi\,,\Phi$ funzioni *delle sole variabili* x *ed* y che soddisfano le equazioni:

$$(14)\qquad \Delta^2\varphi = 0\,, \quad \Delta^2\psi = 0\,, \quad \Delta^2\chi = 0\,,$$

$$(15)\qquad \Delta^2\Delta^2\Phi = 0\,,$$

ed $a\,,b\,,c$ delle costanti. Poniamo:

$$(16)\qquad p = a\varphi + b\psi\,, \quad q = a\varphi + b\psi + a\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}x^2y - \frac{1}{3}y^3\right),$$

$$(17)\begin{cases} \tau_{11} = \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - p\,, & \tau_{23} = z\left(\dfrac{\partial q}{\partial y} + 2bx\right) + \dfrac{\partial \chi}{\partial y} + cy\,, \\ \tau_{22} = \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - q\,, & \tau_{31} = z\left(\dfrac{\partial p}{\partial x} - 2by\right) + \dfrac{\partial \chi}{\partial x} + cx\,, \\ \tau_{33} = \lambda \Delta^2 \Phi + p + q + a(yz^2 - \frac{1}{3}y^3) - cz\,, & \tau_{12} = -\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x\, \partial y} - b(x^2 - y^2)\,. \end{cases}$$

Si verifica senza difficoltà che le equazioni (1) e (13) sono soddisfatte (¹). Vediamo se si possono determinare le funzioni φ, ψ, χ, Φ e le costanti a, b, c, in modo che sulla superficie laterale siano soddisfatte le (4), ove si ponga, come è stato convenuto, $\tau_1 = 0$.

L'ultima delle (4), sostituendo a τ_{13} e τ_{23} le loro espressioni date dalla 4ª e dalla 5ª delle (17), diventa:

$$\left\{ z\left(\frac{\partial p}{\partial x} - 2by\right) + \frac{\partial \chi}{\partial x} + cx \right\} \cos\alpha + \left\{ z\left(\frac{\partial q}{\partial y} + 2bx\right) + \frac{\partial \chi}{\partial y} + cy \right\} \cos\beta = \tau_3\,.$$

Poichè p, q, χ e τ_3 non dipendono da z, l'equazione precedente dovrà scindersi nelle due:

$$(18)\quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial p}{\partial x} - 2by\right)\cos\alpha + \left(\dfrac{\partial q}{\partial y} + 2bx\right)\cos\beta = 0\,, \\ \left(\dfrac{\partial \chi}{\partial x} + cx\right)\cos\alpha + \left(\dfrac{\partial \chi}{\partial y} + cy\right)\cos\beta = \tau_3\,; \end{cases}$$

e queste due equazioni dovranno esser verificate in tutti i punti del contorno s di una sezione trasversale A, α e β essendo gli angoli che la normale al contorno, rivolta verso l'*esterno*, forma colle direzioni $0x, 0y$.

Consideriamo la prima delle equazioni (18). Sostituendo a p e q le loro espressioni (16), ed annullando separatamente i coefficienti di a e di b, in modo che l'equazione stessa sia verificata qualunque valore venga poi attribuito alle costanti a, b, avremo:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\cos\beta + \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}x^2 - y^2\right)\cos\beta = 0\,,$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial \psi}{\partial y}\cos\beta + 2(x\cos\beta - y\cos\alpha) = 0\,.$$

(¹) Per verificare le equazioni (13) si osserverà che

$$T = \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33} = (1+\lambda)\,\Delta^2\Phi + a(yz^2 - \tfrac{1}{3}y^3) - cz\,;$$

si noterà ancora che, per le equazioni (14) e (16), le funzioni p, q delle variabili x, y, soddisfano le equazioni $\Delta^2 p = 0$, $\Delta^2 q = -\dfrac{2a}{1+\lambda}y$; e infine che $\dfrac{\partial^2 \Delta^2 \Phi}{\partial y^2} = -\dfrac{\partial^2 \Delta^2 \Phi}{\partial x^2}$.

Diciamo n la normale al contorno s, diretta verso l'*interno* di A. Sarà:

$$\frac{\partial}{\partial n} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\cdot\cos\alpha + \frac{\partial}{\partial y}\cdot\cos\beta\right);$$

e le equazioni precedenti potremo scriverle:

$$(19) \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\,x^2 - y^2\right)\cos\beta\,, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = 2(x\cos\beta - y\cos\alpha)\,.$$

Affinchè queste equazioni siano compatibili colle (14) (1^a e 2^a), è necessario che sia:

$$(20) \qquad \int_s \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\,x^2 - y^2\right)\cos\beta\,ds = 0\,, \quad \int_s (x\cos\beta - y\cos\alpha)\,ds = 0\,.$$

Ricordando le note formule di trasformazione

$$(21) \qquad \int_s f\cos\alpha\,ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial x}\,dA\,, \quad \int_s f\cos\beta\,ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial y}\,dA\,,$$

vediamo che la seconda delle equazioni (21) è soddisfatta. La prima diventa:

$$(22) \qquad -2\int_A y\,dA = 0\,,$$

e questa pure è soddisfatta, giacchè l'asse delle z passa per il baricentro di A (§ 1), e quindi l'integrale $\int_A y dA$, rappresentando il momento statico di A rispetto ad una retta baricentrica, è nullo.

Dunque le equazioni (19) e (14) sono compatibili tra loro, e definiscono le funzioni $\varphi(x\,,y)$, $\psi(x\,,y)$, a meno di costanti additive, a cui attribuiremo valori arbitrarî [1].

Riprendiamo ora la seconda delle equazioni (18). Essa può scriversi:

$$(23) \qquad \frac{\partial\chi}{\partial n} = -\tau_3 + c(x\cos\alpha + y\cos\beta)\,.$$

Questa equazione sarà compatibile colla terza delle (14) purchè sia:

$$\int_s \left\{ -\tau_3 + c(x\cos\alpha + y\cos\beta)\right\} ds = 0\,,$$

ovvero:

$$(24) \qquad c\int_s (x\cos\alpha + y\cos\beta)\,ds = \int_s \tau_3\,ds\,;$$

[1] Questa indeterminatezza dipende dal fatto che non teniamo conto delle condizioni relative alle basi del cilindro.

Trasformando l'integrale del primo membro mediante le formule (21), e risolvendo rispetto a c, abbiamo:

$$c = \frac{1}{2A} \int_s \tau_3 \, ds .$$

Attribuito alla costante c questo valore, le equazioni (14) 3ª e (23) definiscono la funzione $\chi(x, y)$ a meno di una costante che non ha influenza.

Abbiamo così determinate le funzioni φ, ψ, χ e la costante c. Resta a determinarsi la funzione Φ, e le costanti a, b.

3. Consideriamo la prima e la seconda delle equazioni (4), di cui non abbiamo ancora tenuto conto. Sostituendo a $\tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{12}$ le loro espressioni (17), e facendo $\tau_1 = 0$, abbiamo:

$$\left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - p \right\} \cos\alpha + \left\{ - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} - b(x^2 - y^2) \right\} \cos\beta = 0 ,$$

$$\left\{ - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} - b(x^2 - y^2) \right\} \cos\alpha + \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - q \right\} \cos\beta = \tau_2 ,$$

ossia

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \cos\alpha - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} \cos\beta = p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta ,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \, \partial y} \cos\alpha - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cos\beta = - \tau_2 - q \cos\beta - b(x^2 - y^2) \cos\alpha .$$

Se attribuiamo al contorno s di A un verso positivo, individuato dalla formula:

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot \cos\alpha - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \cos\beta ,$$

le equazioni precedenti potremo scriverle:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta ,$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = - \tau_2 - q \cos\beta - b(x^2 - y^2) \cos\alpha .$$

Aggiungiamo la condizione che in un punto P_0 del contorno sia $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$. In un altro punto qualunque P sarà:

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \int_{P_0}^{P} \left\{ p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta \right\} ds , \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= - \int_{P_0}^{P} \left\{ \tau_2 + q \cos\beta + b(x^2 - y^2) \cos\alpha \right\} ds . \end{aligned} \right.$$

Affinchè ritornando al punto P_0, dopo aver percorso l'intero contorno, si ritrovino per $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ gli stessi valori, dovrà essere:

$$\int_s \{ p \cos\alpha + b(x^2 - y^2)\cos\beta \} \, ds = 0 ,$$

$$\int_s \{ \tau_2 + q\cos\beta + b(x^2 - y^2)\cos\alpha \} \, ds = 0 ;$$

ma

$$\int_s b(x^2 - y^2)\cos\beta \, ds = -2b \int_A y dA = 0 ,$$

$$\int_s b(x^2 - y^2)\cos\alpha \, ds = 2b \int_A x dA = 0 ;$$

dovremo dunque avere:

$$\int_s p\cos\alpha \, ds = 0 , \quad \int_s q\cos\beta \, ds = -\int_s \tau_2 \, ds$$

e sostituendo a p e q le loro espressioni (16):

$$(26) \quad \begin{cases} a\int_s \varphi\cos\alpha \, ds + b\int_s \psi\cos\alpha \, ds = 0 , \\ a\int_s \varphi\cos\beta \, ds + b\int_s \psi\cos\beta \, ds + a\int_s \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 y - \frac{1}{3} y^3\right)\cos\beta \, ds = -\int_s \tau_2 \, ds. \end{cases}$$

Calcoliamo $\int_s \varphi\cos\alpha \, ds$. Osserviamo perciò che tanto φ come x soddisfano all'equazione $\Delta^2 = 0$: quindi sarà:

$$\int_s \left(\varphi \frac{\partial x}{\partial n} - x\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) ds = 0 ;$$

ovvero, osservando che $\frac{\partial x}{\partial n} = -\cos\alpha$, e sostituendo a $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ il suo valore dato dalla prima delle formole (19):

$$\int_s \varphi\cos\alpha \, ds = -\int_s x\left(\frac{\lambda}{1+\lambda} x^2 - y^2\right)\cos\beta \, ds ;$$

e trasformando il secondo membro in un integrale esteso ad A:

$$\int_s \varphi\cos\alpha \, ds = 2\int_A xy \, dA .$$

Fin qui la direzione degli assi $0x$, $0y$ si è lasciata indeterminata. Ora supponiamo che essi siano gli *assi principali d' inerzia* della sezione passante per l' origine. Sarà allora $\int_A xy\,dA = 0$, e perciò:

$$\int_s \varphi \cos\alpha\, ds = 0.$$

Con un procedimento perfettamente analogo, osservando che $\cos\beta = \frac{\partial y}{\partial n}$, e tenendo conto della seconda delle formule (19), si troverebbe;

$$\int_s \varphi \cos\beta\, ds = -\int_A \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\, x^2 - 3y^2\right) dA\,,$$

$$\int_s \psi \cos\alpha\, ds = 0\,, \int_s \psi \cos\beta\, ds = 0\,.$$

Così vediamo che la prima delle formule (26) è identicamente soddisfatta; la seconda diventa:

$$-a\int_A \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\, x^2 - 3y^2\right) dA + a\int_s \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\, x^2 y - \tfrac{1}{3}\, y^2\right) \cos\beta\, ds = -\int_s \tau_2\, ds.$$

Da questa equazione, trasformando anche il secondo integrale in un integrale esteso ad A, e ponendo $\int_A y^2\, dA = I$, si deduce:

$$a = -\frac{1}{2I}\int_s \tau_2\, ds\,.$$

Attribuito alla costante a questo valore, le quantità $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$, quali son date dalle formule (25), assumono un sol valore in tutti i punti del contorno.

4. Il valore della funzione Φ, in un punto qualunque P' di s, ponendo la condizione che nel punto P_0 debba essere $\Phi = 0$, sarà dato dalla formula:

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\, dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\, dy\right),$$

ovvero, chiamando U, V i valori di $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ dati dalle formule (25):

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} (U dx + V dy)\,. \tag{27}$$

Affinchè nel punto P_0, dopo aver percorso l' intero contorno, si ritrovi per Φ il valore 0, dovrà essere:

$$\int_s (U dx + V dy) = 0\,,$$

e integrando per parti:

$$\int_s (x dU + y dV) = 0 .$$

Ma per le formule (25):

$$dU = - \{ \tau_2 + q \cos\beta + b(x^2 - y^2) \cos\alpha \} \, ds ,$$
$$dV = \{ p \cos\alpha + b(x^2 - y^2) \cos\beta \} \, ds .$$

Dovrà dunque aversi:

$$(28) \int_s [-x\{\tau_2 + q\cos\beta + b(x^2 - y^2)\cos\alpha\} + y\{p\cos\alpha + b(x^2 - y^2)\cos\beta\}] \, ds = 0 .$$

Se in questa formula sostituiamo a p e q le loro espressioni (16), vediamo che tutte le quantità che vi figurano sono note, tranne la costante b. Detto C il coefficiente di b, si troverà:

$$(29) \qquad C = \int_s \{ \psi(y \cos\alpha - x \cos\beta) + (x^2 - y^2)(y \cos\beta - x \cos\alpha) \} \, ds .$$

Affinchè la determinazione di b sia possibile, occorrerà che C sia differente da zero.

Per dimostrare che C è effettivamente differente da zero, osserviamo che la seconda delle formule (19) può scriversi:

$$y \cos\alpha - x \cos\beta = \tfrac{1}{2} \frac{\partial\psi}{\partial n} + 2(y \cos\alpha - x \cos\beta) ,$$

e per conseguenza la (29), sostituendo ad $y \cos\alpha - x \cos\beta$ questa sua espressione:

$$C = \tfrac{1}{2} \int_s \left\{ \psi \frac{\partial\psi}{\partial n} + 4\psi(y \cos\alpha - x \cos\beta) + 2(x^2 - y^2)(y \cos\beta - x \cos\alpha) \right\} ds .$$

Trasformiamo il secondo membro in un integrale esteso ad A, osservando che, in virtù dell'equazione $\Delta^2\psi = 0$, si ha:

$$\int_s \psi \frac{\partial\psi}{\partial n} \, ds = - \int_A \left\{ \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 \right\} dA .$$

Otterremo:

$$C = -\tfrac{1}{2} \int_A \left\{ \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 - 4\left(y \frac{\partial\psi}{\partial x} - x \frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + 4(x^2 + y^2) \right\} dA ;$$

ovvero:

$$C = -\tfrac{1}{2} \int_A \left\{ \left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - 2y\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} + 2x\right)^2 \right\} dA .$$

Questa formula mostra che C è sempre negativo: affinchè fosse nullo dovrebbero sussistere le due equazioni

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 2y \,, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -2x \,,$$

che sono incompatibili tra loro.

Ne segue che dall'equazione (28) si può sempre ricavare il valore della costante b, in modo che la formula (27) dia per Φ un valore unico in tutti i punti del contorno. Determinata la costante b, nei secondi membri delle equazioni (25) figurano soltanto quantità note. Quindi mediante la formula (27) che può anche scriversi

$$\Phi = \int_{P_0}^{P'} (V \cos \alpha - U \cos \beta)\, ds$$

conosceremo il valore della funzione $\Phi(x, y)$ in un punto qualunque del contorno s. Mediante la formula

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cos \beta\right) = -(U \cos \alpha + V \cos \beta)$$

potremo poi conoscere, in ogni punto di s, la derivata normale della funzione Φ. E poichè questa funzione deve soddisfare all'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$, essa sarà determinata in tutta l'area A, ossia in tutto il cilindro.

La determinazione effettiva della funzione Φ può farsi per un grandissimo numero di aree. In tali casi pertanto il problema è risoluto.

Meccanica. — *Sui casi d'equilibrio d'un corpo elastico isotropo, che ammettono sistemi isostatici di superficie.* Nota di Adolfo Viterbi, presentata dal Corrisp. Ricci.

§ I.

Il problema che forma oggetto della presente Nota trae le sue origini dalle seguenti proposizioni enunciate dal Lamé:

1ª. « Un corpo in equilibrio elastico può sempre essere diviso in parallelepipedi elementari mediante un sistema triplo di superficie ortogonali, dette dal Lamé stesso « Superficie isostatiche » (mentre il sistema triplo costituito dalle superficie in discorso si dirà « Sistema isostatico di superficie » o anche semplicemente « Sistema isostatico »), le quali sono sollecitate normalmente dalle forze elastiche » [1].

Quindi per un corpo in equilibrio elastico ogni sistema triplo di superficie ortogonali può divenire isostatico, quando le sue superficie che costituiscono il contorno del solido siano soggette a sforzi normali. [1].

[1] Lamé, *Leçons sur le Coordonnées Curvilignes* ecc. Paris, 1859, pag. 272-273.