

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

Esclusi allora il piano e la sfera, supponiamo che esista una superficie  $S$  la quale ammetta un gruppo conforme  $\infty^n$  ( $n > 2$ ):  $S$  conterrà un sistema  $\infty^1$  di indice 2 di linee di curvatura, le quali, per una loro ben nota proprietà, saranno trasformate le une nelle altre dal gruppo considerato. Tenendo ferma una di codeste linee si ottiene un gruppo  $\infty^{n-1}$  che trasforma in sè la  $S$ , e tenendo fermo un punto generico si ottiene un gruppo  $\infty^{n-2}$ . Così, se  $n > 2$ , si riesce sempre a costruire un gruppo conforme  $\infty^2$  trasformante in sè la  $S$ , la quale deve perciò essere trasformabile in un cilindro o in un cono di rotazione, oppure in un toro circolare. Ma ciascuna di codeste superficie non ammette più di  $\infty^2$  trasformazioni conformi; onde concludiamo che è  $n = 2$  ed enunciamo il

**TEOREMA.** *Le superficie, che ammettono più di  $\infty^1$  trasformazioni conformi in sè sono o piani o sfere, e in tal caso il gruppo ha sei parametri, o sono trasformabili, mediante una trasformazione conforme, in un cilindro o in un cono di rotazione oppure in un toro circolare, e in tal caso il gruppo conforme è a due parametri.*

**Fisica.** — *Sulla doppia rifrazione circolare e la polarizzazione rotatoria.* Nota del dott. O. M. CORBINO, presentata dal socio PATERNÒ.

1. La geniale ipotesi di Fresnel che attribuiva la polarizzazione rotatoria allo sdoppiamento della vibrazione rettilinea primitiva in due vibrazioni circolari inverse, dotate di velocità di propagazione differente, ha dato luogo a delle controversie nell'ultimo ventennio, provocate da un lavoro del Gouy (1). Questi dava un'interpretazione differente della famosa esperienza del triprisma eseguita dal Fresnel per dimostrare che quell'ipotesi non è una semplice finzione analitica, ma corrisponde alla realtà fisica.

Il Fresnel aveva addotto ancora altre prove, e all'esperienza del triprisma aveva aggiunto la spiegazione del triplo sistema di frange ottenuto da Arago addossando alle due fenditure di Young una lamina di quarzo perpendicolare all'asse.

Il Gouy fece vedere che la doppia rifrazione circolare prodotta dal triprisma può interpretarsi come un semplice effetto di diffrazione; infatti partendo dal vero risultato sperimentale che nei diversi punti di un'onda piana che traversa un prisma di quarzo la vibrazione subisce rotazioni diverse, egli dedusse con i procedimenti ordinari seguiti nei problemi di diffrazione che una tale onda deve necessariamente produrre due immagini della sorgente polarizzate circolarmente in senso inverso. Convalidò in seguito questa dimo-

(1) C. R., t. 90, pag. 992 e 1121.

strazione analitica con una esperienza elegantissima <sup>(1)</sup>; riuscì invero a riprodurre senza mezzi attivi la doppia riparazione circolare, per mezzo di una serie di laminette birefrangenti di mezza onda, orientate in modo che la disposizione dei piani di polarizzazione alla uscita fosse simile a quella che si trova nell'onda che ha traversato un prisma di quarzo. Infine fece vedere che un'analisi completa, anche seguendo le idee di Fresnel, portava ad escludere i due sistemi di frange laterali di Arago, e avvicinò questo risultato alla concludente dimostrazione sperimentale data dal Righi <sup>(2)</sup> che quei sistemi laterali son dovuti a ben altra ragione, e precisamente all'estinzione di certi colori operata dal quarzo tra due nicol.

Si hanno in seguito su questo soggetto alcune Note del Croullebois <sup>(3)</sup> che pur avendo lo scopo di difendere le idee del Fresnel non portano in loro favore nessun nuovo argomento. In una prima Nota l'Autore ritrova i sistemi laterali di frange a luce circolare sostituendo alla lamina di quarzo di Arago il tripisma di Fresnel. Egli dimentica però che con questa disposizione ottiene quattro invece di due sorgenti interferenti; com'è chiaro, quest'esperienza non dimostra niente più di quello che dimostrava la semplice esperienza del tripisma.

In una seconda Nota egli si occupa dell'esperienza riferita dal Cornu come decisiva in favore della ipotesi di Fresnel, esperienza consistente nell'addossare alle fenditure di Young una bilamina di quarzo a rotazione inverse e giustifica correttamente la divergenza tra lo spostamento delle frange centrali osservato e quello calcolato. Ma è giusto osservare che le stesse frange si ritrovano tenendo conto della dispersione rotatoria, che cioè le vibrazioni rettilinee all'uscita dal quarzo fanno nelle due metà angoli differentissimi per i vari colori. Questo punto, indipendentemente dalla questione che ci occupa, fu largamente sviluppato dal prof. Righi nel lavoro citato.

Del resto mi sembra ozioso, per difendere le idee del Fresnel, insistere sui sistemi laterali di frange, quando, anche accettando la sua ipotesi, combinando completamente le vibrazioni circolari presupposte, si perviene a un risultato che non permette di ritrovare le vibrazioni medesime. D'altra parte questa prova è inutile; e l'errore in cui incorse il Fresnel derivò, probabilmente, da un altro errore in cui egli stesso incorse in un'esperienza analoga sulla doppia rifrazione rettilinea, errore che, per quanto è a mia conoscenza, non è stato rilevato da alcuno.

Egli infatti, solo e con Arago, dall'esistenza di due sistemi laterali di frange per l'addossamento di una lamina di gesso alle due fenditure di Young, ricavò che in essa l'onda straordinaria e quella ordinaria si propagano con

(1) Journal de Physique, t. II, pag. 360, 1883.

(2) Ricerche sperimentali sull'interferenza della luce, Mem. Acc., Bologna, 1877.

(3) C. R., t. 92, pag. 519; t. 93, pag. 459.

diversa velocità. Or se la lamina di gesso, compresa tra due nicol, si interpone interamente al di là del sistema produttore le frange di interferenza, i sistemi laterali si hanno egualmente. Quest'esperienza fu già eseguita, a un fine analogo, dal prof. Righi (1).

2. Dall'esame accurato delle diverse pubblicazioni in proposito, sembrami che si sia voluto dare al lavoro del Gouy, nel combatterlo, uno scopo superiore a quello prefissosi dall'Autore.

Questi infatti non poteva dimostrar falsa la concezione del Fresnel, concezione che si basa su un'equivalenza cinematica inattaccabile; ma invece egli voleva dimostrare che non c'è nessun argomento per ritenere che quell'ipotesi risponde alla realtà fisica. C'è però qualche cosa che è sfuggita all'analisi del Gouy e dei suoi contraddittori, se se ne toglie un rapido accenno in una Nota del Sig. Cornu (2), e che merita di essere sviluppata più largamente.

Le considerazioni precedenti possono invero estendersi alla doppia rifrazione rettilinea, e concluderne che *c'è tante ragioni partendo dai fenomeni presentati dalle sostanze attive per credere alla realtà della doppia rifrazione circolare, quante ce n'è partendo dai fenomeni presentati dai cristalli per credere alla realtà della doppia rifrazione intesa nel modo ordinario*, cioè alla realtà dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni rettilinee ortogonali.

Il parallelismo tra i due ordini di fenomeni è completo. L'effetto delle sostanze attive sulle onde che le attraversano è infatti la rotazione della direzione della vibrazione; e questa rotazione, crescente con lo spessore attraversato, in una lamina a spessore continuamente crescente, cioè in un prisma, deve produrre necessariamente la doppia rifrazione circolare.

A dimostrare che un'onda del genere di quelle emergenti da un prisma di sostanza attiva deve dar luogo a due fasci di raggi circolari inversi, il Signor Gouy non aveva bisogno di ricorrere alla teoria della diffrazione o alla riprova sperimentale data dalla sua lamina multipla; poichè quella necessità può essere dimostrata *a priori* e molto più semplicemente.

E infatti, oltre al triprisma di Fresnel e alla lamina multipla di Gouy noi conosciamo un altro mezzo che permette di ottenere, dato un punto o una linea luminosa a vibrazioni rettilinee, un'onda in cui la direzione della vibrazione varia all'istesso modo da un punto all'altro di essa; precisamente possiamo polarizzare circolarmente in senso inverso la luce emergente da *due immagini coniugate* della prima sorgente.

Ora, in quest'ultimo caso, raccogliendo la successione delle onde su un cannocchiale, si osservano, com'è evidente, le due immagini invianti luce circolare inversa. Se gli altri due metodi danno luogo a onde identiche, è na-

(1) Loco citato, pag. 92.

(2) C. R. t. 92, pag. 1365.

turale che con un cannocchiale nell'uno e nell'altro caso, si trovino due immagini con luce circolare inversa (<sup>1</sup>). Se questo ragionamento non ci dice nulla sul meccanismo del fenomeno, e però logicamente inappuntabile.

Venendo ora alla doppia rifrazione ordinaria, quali prove noi abbiamo dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni ortogonali?

Una analoga alla corrispondente data dal triprisma di Fresnel. Un prisma di una sostanza anisotropa trasforma un'onda a vibrazioni rettilinee in un'onda a vibrazioni in generale ellittiche, variabili per la forma e l'orientazione dell'ellisse da un punto a un altro secondo una legge determinata; e quest'onda emergente, esaminata con un cannocchiale, dà della sorgente due immagini polarizzate ortogonalmente.

Ora un ragionamento analogo a quello del Gouy applicato, sulla scorta della teoria della diffrazione, a quest'onda a polarizzazione ellittica variabile, condurrebbe qui alla necessaria esistenza di due fasci di luce polarizzati ortogonalmente. Nè sarebbe impossibile *ideare* un sistema ottico senza cristalli capace di dar luogo a quest'onda speciale, e che, come la lamina multipla di Gouy per la doppia rifrazione circolare, riprodurrebbe le apparenze della doppia rifrazione ordinaria. Ebbene, concluderebbe da ciò il Sig. Gouy che la scomposizione in due onde polarizzate ortogonalmente prodotta dai cristalli è una supposizione arbitraria?

A dimostrare l'analogia completa dei due casi posso aggiungere che, come a produrre l'onda a vibrazioni rettilinee rotate progressivamente si può pervenire in tre modi diversi: col triprisma di Fresnel, con la lamina multipla di Gouy, con la fenditura di Young seguita dalla bilamina di Bravais a quarti d'onda, così a riprodurre l'onda a vibrazioni ellittiche variabili nel modo conosciuto si può pervenire pure in tre modi: Al primo corrisponde il doppio prisma costituente il compensatore di Babinet, al secondo un dispositivo teoricamente possibile, risultante dalla combinazione opportuna di mezzi attivi, di mezzi assorbenti ordinari e di mezzi che assorbono solo uno dei raggi circolari, quali quelli scoperti dal Cotton; e infine al terzo corrisponde il sistema formato dalle fenditure di Young seguite da una bilamina di sostanza attiva capace di produrre rotazioni di 45°, inverse nelle due metà; questo sistema darebbe luogo identicamente alle stesse apparenze prodotte dai prismi cristallini, senza l'intervento di sostanze birefrangenti.

Concludendo la concezione di Fresnel sulla propagazione della luce nei mezzi attivi non era necessaria per spiegare l'esperienza del triprisma, e in ciò mi sembra abbia ragione il Gouy; ma essa è altrettanto verosimile quanto quella accettata da tutti, e dovuta pure al Fresnel, sulla propagazione della

(<sup>1</sup>) Si può anche ottenere l'onda suddetta disponendo, dopo un nicol e un prisma birifrangente con la sezione principale a 45° da quella del nicol, una lamina quarto d'onda con la sezione principale parallela a quella del nicol (Mascart, *Optique*, t. II, § 380).

luce nei mezzi birefrangenti. Venendo poi alle ricerche successive a quelle celebri di Fresnel, se da una parte la teoria del Mallard toglie ogni realtà fisica alla concezione del grande fondatore dell'ottica, essa apparisce come una geniale intuizione dopo la scoperta fatta dal Cotton di mezzi che hanno un assorbimento selettivo per una specie di raggi circolari, e dopo le ricerche che seguirono la scoperta del fenomeno Zeeman.

**Fisica.** — *Sull'uso dell'elettrodinamometro nella misura dei coefficienti di induzione mutua* (1). Nota del dott. RICCARDO MANZETTI, presentata dal Socio BLASERNA.

Quando il galvanometro balistico presenta delle sensibilità eccezionali con basse resistenze, come è necessario nelle misure di coefficienti di induzione mutua molto piccoli (p. es.  $K = 10^{-8}$  amp. per 1 mm. della scala a 2 m. di distanza ed  $R = 6$  ohm.) è noto come si abbiano nel suo uso dei seri inconvenienti, che si possono riassumere così: 1° Variazioni di zero, dovute alle correnti vaganti del sottosuolo, ed alle correnti termoelettriche che si generano per l'inevitabile differenza di temperatura fra le diverse parti del circuito eterogeneo; 2° Variabilità della costante dell'istrumento nel corso delle misure, dovuta principalmente alla variazione dell'intensità di magnetizzazione del magnete astatizzatore (2).

Queste ragioni che permangono almeno in parte anche per sensibilità meno elevate, mi spinsero a ricercare se l'elettrodinamometro e le correnti alternate non offrissero un metodo altrettanto sensibile ed esente dalle perturbazioni suddette, in tutti quei casi però in cui la corrente alternata possa e debba essere adoperata, e p. es. per la misura dei coefficienti di induzione mutua fra correnti nell'aria, per la determinazione della permeabilità di sostanze non conduttrici, e nella misura delle variazioni dei coefficienti stessi per effetto delle correnti parassite ecc.

È chiaro intanto che nella scelta dell'istrumento, qualunque schema di circuiti si adottasse, si doveva ricercare la massima sensibilità colla minima resistenza, esclusi pertanto il tipo Siemens a bobina mobile, come quello affatto insufficiente allo scopo. Mi servii invece dell'elettrodinamometro a ferro mobile, che ho già descritto nella sua parte costruttiva (3).

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica Tecnica della Scuola per Ingegneri, di Roma.

(2) Vedi R. Manzetti ed A. Sella, *Ricerche magnetiche*. Atti dell'Accademia Gioenia 1900.

(3) Vedi R. Manzetti, Atti della R. Acc. dei Lincei, 1901. *Di un nuovo metodo per la misura della frequenza delle correnti alternate*.

L'equipaggio mobile di questo elettrodinamometro avrebbe potuto essere di rame, ma in tal caso la sensibilità sarebbe stata molto minore, e la costante dell'istrumento avrebbe variato colla frequenza.