ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIX.

1902

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1902

basta conoscere il valore di P, per il quale si deve fare questo paragone. Secondo l'aspetto del fenomeno io ho potuto in ogni caso, riferendomi alla figura del Voigt, giudicare quale P io dovessi scegliere. Ai valori più grandi della rotazione negativa osservati (vedi al 2) corrispondono valori di P, che si possono stimare a 5 o 7; mentre alle rotazioni più piccole ancora facilmente osservabili, corrisponderebbe, in campo intenso, un valore intorno a 1,73.

5. Con vapore sodico molto denso, per cui veniva oltrepassato l'ultimo stadio descritto al 2. ottenni fenomeni, che si possono ritenere identici a quelli osservati dal Corbino. Allora nella mia disposizione era necessario allargare alquanto la fenditura per ottenere un'intensità luminosa sufficiente.

Presso alla metà della stria di assorbimento si nota un tratto orizzontale di una frangia d'interferenza, il quale viene apparentemente spostato verso l'alto sotto l'azione del campo. Questo tratto orizzontale è però molto più pallido e si presenta meno nettamente che non il tratto interno descritto al 2. I valori numerici degli spostamenti da me osservati sono dello stesso ordine di quelli comunicati dal Corbino. Però questi fenomeni non sono da considerarsi come contraddicenti alla teoria. Le condizioni sono qui molto meno semplici e molte spiegazioni possibili si presentano alla mente; per limitarne la scelta, sarebbe desiderabile istituire ulteriori osservazioni.

Meccanica. — *Sul problema generale della sismografia.* Nota III del dott. M. Contarini, presentata dal Socio V. Cerruti.

In altre due Note, pubblicate con lo stesso titolo nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei [1], ho studiato il modo d'una *catena di corpi rigidi* comunque articolati fra loro e in particolare d'una catena composta di due pendoli sferici. Proseguendo ora nell'applicazione dei risultati generali stabiliti fin da principio, mi propongo di studiare sistematicamente, in questa Nota e in altre che eventualmente seguiranno, la teoria dei varî strumenti sismici, considerandoli come costituiti ciascuno da un *unico corpo rigido* sospeso *almeno per un punto* al terreno, cioè supponendo che ciascuno d'essi realizzi il sistema dinamico della catena ridotta ad un corpo solo.

Per evitare ripetizioni, suppongo note al lettore le altre due pubblicazioni di questa serie, e quindi, in particolare, il significato dei simboli e delle locuzioni che verranno usati in seguito: di più convengo di omettere l'indice r, che serviva a fissare l'ordine dei vari corpi costituenti la catena, perchè d'ora in poi esso avrebbe sempre il valore $r = 1$.

[1] Vedi seduta del 4 maggio, pag. 380 e del 18 maggio, pag. 433. Queste Note verranno sempre indicate per brevità col loro numero d'ordine I e II.

11. Ricordando la equazione (8) e la convenzione testè fatta, si trova che il movimento di qualunque strumento sismico è retto dall'equazione simbolica

$$\mathrm{H}\delta\lambda + \mathrm{K}\delta\mu + \mathrm{L}\delta\nu = 0 \tag{11}$$

essendo (v. la (E'), I, pag. 385)

$$\mathrm{H} = \sum_{\mathrm{C}\,i} (\eta_i - \eta)(\boldsymbol{Z}_i - m_i\,\zeta''_i) - \sum_{\mathrm{C}\,i} (\zeta_i - \zeta)(\boldsymbol{H}_i - m_i\,\eta''_i), \text{ etc.},$$

$$\xi_i - \xi = x_i + \chi z_i - \varrho y_i\,, \text{ etc.} \tag{12}$$

Queste equazioni furono dedotte supponendo soltanto che le rotazioni siano infinitesime e che i varî sistemi d'assi cartesiani coincidano nel caso di traslazioni e rotazioni identicamente nulle.

Venendo ora ad esaminare le forze a cui uno strumento sismico è soggetto, si trova che esse possono in qualsiasi caso ridursi alle seguenti:

1°) la gravità, cioè il peso dello strumento;

2°) le varie resistenze passive, che si oppongono al suo movimento apparente o relativo, e che si possono ritenere infinitesime rispetto alla gravità [1].

Siccome il movimento relativo è una rotazione infinitesima intorno all'origine, così la *risultante di queste resistenze* sarà appunto *una coppia di momento infinitesimo intorno all'asse permanente o istantaneo di rotazione.*

Senza fare alcuna ipotesi sulla natura della coppia resistente, per maggiore comodità di calcolo la decompongo in due coppie distinte, alle quali sostituiscono due forze di momento eguale [2], applicate nei punti

[1] Infatti queste resistenze si possono raccogliere in tre gruppi: *a)* l'attrito o l'elasticità degli organi di attacco (punte, perni, fili o molle di sospensione); *b)* l'attrito degli organi registratori del movimento; *c)* la resistenza dell'aria. Si osservi ora che il movimento assoluto degli strumenti si compone d'un movimento relativo al terreno e del movimento sismico: sarebbe assurdo il pensare che quando il movimento apparente è nullo, cioè quando lo strumento è immobile oppure vien trascinato rigidamente nel moto del terreno, possano agire le resistenze *a)* e *b)* che sono di natura affatto strumentale; quindi per queste due la prima parte dell'asserzione apparisce evidente. Invece non è evidente per la *c)*: ma si badi che probabilmente durante un movimento microsismico la massa d'aria circostante allo strumento viene trascinata come un tutto rigido insieme con la custodia dove lo strumento è racchiuso, cosicchè anch'essa effettivamente viene ad opporsi soltanto al moto relativo; del resto l'estrema piccolezza di questa resistenza rende superflua ogni considerazione a suo riguardo. Quanto alla seconda asserzione, essa è praticamente giustificata da tutti gli strumenti dei quali intendo occuparmi; ad ogni modo la assumo come un *postulato sperimentale.*

[2] Veramente non si potrebbe *a priori* sostituire ad una coppia una unica forza; ma nel caso attuale la sostituzione è legittima perchè le equazioni che seguiranno tosto

$P_1 (x_1 y_1 z_1)$ e $P_3 (x_3 y_3 z_3)$ di componenti infinitesime $(\Xi_1 H_1 Z_1)$, $(\Xi_3 H_3 Z_3)$. Allora, chiamando (Ξ_2, H_2, Z_2) le componenti del peso, che si può ritenere applicato al baricentro $P_2 (x_2 y_2 z_2)$, supponendo che gli assi solidali col corpo siano paralleli agli assi principali d'inerzia e che uno d'essi passi per il baricentro, *senza fare alcuna ipotesi sull'ordine di grandezza delle traslazioni*, abbiamo

$$\begin{gathered} \mathrm{H} = \sum_1^3{}_i Z_i (\eta_i - \eta) - \sum_1^3{}_i H_i (\zeta_i - \zeta) + \\ + \eta'' \mathrm{M} (z_2 - \chi x_2 + \pi y_2) - \zeta'' \mathrm{M} (y_2 + \varrho x_2 - \pi z_2) - \pi'' \mathrm{M}^{(x)}, \text{ etc.} \end{gathered}$$

Sostituendo poi ai binomi $(\xi_i - \xi), \ldots$ le loro espressioni date dalle (12) e omettendo i termini che contengono i prodotti delle rotazioni per le forze infinitesime, avremo infine:

$$(13)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathrm{H} &= \sum_1^3{}_i (Z_i y_i - H_i z_i) + x_2 (H_2 \chi + Z_2 \varrho) - \pi (H_2 y_2 + Z_2 z_2) + \\ &+ \eta'' \mathrm{M} (z_2 + \pi y_2 - \chi x_2) + \zeta'' \mathrm{M} (- y_2 - \varrho x_2 + \pi z_2) - \pi'' \mathrm{M}^{(x)}, \\ \mathrm{K} &= \sum_1^3{}_i (\Xi_i z_i - Z_i x_i) + y_2 (Z_2 \varrho + \Xi_2 \pi) - \chi (Z_2 z_2 + \Xi_2 x_2) + \\ &+ \zeta'' \mathrm{M} (x_2 + \chi z_2 - \varrho y_2) + \xi'' \mathrm{M} (- z_2 - \pi y_2 + \chi x_2) - \chi'' \mathrm{M}^{(y)}, \\ \mathrm{L} &= \sum_1^3{}_i (H_i x_i - \Xi_i y_i) + z_2 (\Xi_2 \pi + H_2 \chi) - \varrho (\Xi_2 x_2 + H_2 y_2) + \\ &+ \xi'' \mathrm{M} (y_2 + \varrho x_2 - \pi z_2) + \eta'' \mathrm{M} (- x_2 - \chi z_2 + \varrho y_2) - \varrho'' \mathrm{M}^{(z)}. \end{aligned} \right.$$

12. Prima di procedere nella trattazione generale, conviene fare alcune considerazioni sulle varie categorie di strumenti. Il loro movimento è sempre una rotazione intorno all'origine delle coordinate: però si possono distinguere tre casi speciali corrispondenti ai diversi gradi di libertà.

Se il corpo è sospeso per un punto solo, sono arbitrarie tutte e tre le rotazioni elementari apparenti, e il moto è retto dalle tre equazioni indipendenti

$$\mathrm{H} = \mathrm{K} = \mathrm{L} = 0 .$$

Se il corpo oscilla intorno a una sua retta e questa può rotare intorno a un'altra retta fissa nel terreno e giacente in un piano con la prima (p. e. nel caso d'una sospensione cardanica), esistono due gradi di libertà,

avrebbero l'identica forma anche se, in luogo delle due forze considerate, ne esistessero quattro, di componenti $(\pm \frac{1}{2} \Xi_1, \ldots..)$, $(\pm \frac{1}{2} \Xi_3, \ldots..)$ applicate rispettivamente nei punti $(\pm x_1, \ldots.)$, $(\pm x_3, \ldots.)$, e costituenti appunto due coppie di momenti eguali ai momenti delle due forze.

cioè il moto è retto da due equazioni differenziali i cui primi membri sono combinazioni lineari di H, K, L, variabili a seconda della direzione degli assi di rotazione.

Infine se il corpo oscilla intorno ad una sua retta fissata al terreno, è arbitraria soltanto la sua rotazione ω intorno a questa retta: chiamando p, q, r i coseni di direzione (costanti) dell'asse di sospensione rispetto agli assi X, Y, Z, solidali col terreno, abbiamo

$$\lambda = p\omega\,, \quad \mu = q\omega\,, \quad \nu = r\omega\,;$$

quindi l'equazione (11) dà luogo all'unica equazione effettiva del moto:

$$p\mathrm{H} + q\mathrm{K} + r\mathrm{L} = 0\,,$$

nella quale si intendono sostituiti a λ, μ, ν le loro espressioni sopra scritte.

13. Alla prima categoria di strumenti appartengono i pendoli verticali (p. e. Brassart, Agamennone, Vicentini), la cui teoria fu già da me studiata in altri lavori [1], ma che riprendo in questa trattazione sommaria per darle maggior generalità ed esattezza.

Supponendo, come farò sempre d'ora in poi, che l'asse delle ζ sia diretto secondo la gravità, abbiamo intanto:

$$\Xi_2 = H_2 = 0\,, \quad Z_2 = \mathrm{M}g \tag{14}$$

Decomponendo poi la coppia resistente in una coppia intorno ad un asse orizzontale e un'altra intorno ad un asse verticale, supporrò che il punto $\mathrm{P}_1\,(x_1\, y_1\, z_1)$ sia sull'asse delle z e coincida col baricentro P_2, e il punto $\mathrm{P}_3\,(x_3\, y_3\, z_3)$ sia sull'asse delle x; cosicchè chiamando, come farò sempre, l la distanza del baricentro dall'origine, abbiamo:

$$x_1 = y_1 = x_2 = y_2 = y_3 = z_3 = 0\,,$$
$$z_1 = z_2 = l\,.$$

Ricordo infine le eguaglianze

$$\pi = \alpha + \lambda\,, \quad \chi = \beta + \mu\,, \quad \varrho = \gamma + \nu \tag{15}$$

e così dalle (13) si ricavano le equazioni effettive del moto:

$$\left\{\begin{aligned} &\xi''\, m_y + \beta'' + \beta g m_y - \zeta''\, \chi m_y + \Phi = 0 \\ &-\eta''\, m_x + \alpha'' + \alpha g m_x - \zeta''\, \pi m_x + \Psi = 0 \\ &\gamma'' + (\xi''\, \pi + \eta''\, \chi)\, m_z + X = 0\,, \end{aligned}\right. \tag{16}$$

avendo posto

$$m_x = \frac{\mathrm{M}l}{\mathrm{M}^{(x)}}\,, \quad m_y = \frac{\mathrm{M}l}{\mathrm{M}^{(y)}}\,, \quad m_z = \frac{\mathrm{M}l}{\mathrm{M}^{(z)}}\,, \tag{Q}$$

[1] *Sulla determinazione dei moti sismici,* Note pubblicate in questi Rendiconti, vol. X, 1° sem., serie 5ª, fasc. 5° e 6°; v. anche II, pag. 439.

e avendo raccolto i termini che non dipendono esplicitamente dalle componenti del moto sismico nelle funzioni:

$$
(\mathrm{R}) \quad \begin{cases} \Phi = \mu'' + \mu g m_y + \dfrac{Z_3\, x_3 - \Xi_1\, l}{\mathrm{M}^{(y)}} \\ \Psi = \lambda'' + \lambda g m_x + \dfrac{H_1\, l}{\mathrm{M}^{(x)}} \\ X = \nu'' - \dfrac{H_3\, x_3}{\mathrm{M}^{(z)}} \end{cases}
$$

Fra i vari casi che si potrebbero esaminare particolarmente, è interessante quello in cui il punto di sospensione coincide col baricentro.

Le equazioni dinamiche d'un tale strumento si possono ottenere dalle precedenti, purchè si supponga $l = 0$, e purchè il punto P_1, pure restando sull'asse delle z, si trovi a una distanza dall'origine z_1 diversa da zero. Così procedendo si ottiene:

$$
(16_1) \qquad \beta'' + \Phi_1 = 0\,, \quad \alpha'' + \Psi_1 = 0\,, \quad \gamma'' + X_1 = 0\,,
$$

essendo

$$
(\mathrm{R}_1) \quad \begin{cases} \Phi_1 = \mu'' + \dfrac{Z_3\, x_3 - \Xi_1\, z_1}{\mathrm{M}^{(y)}}\,, \quad \Psi_1 = \lambda'' + \dfrac{H_1\, z_1}{\mathrm{M}^{(x)}} \\ X_1 = \nu'' - \dfrac{H_3\, x_3}{\mathrm{M}^{(z)}}\,. \end{cases}
$$

Da queste equazioni apparisce che « un corpo rigido sospeso per il suo baricentro si mostra inerte di fronte a qualsiasi movimento traslatorio del terreno, e quindi *è atto a registrare soltanto le rotazioni* » (¹).

14. Alla seconda categoria di strumenti si potrebbero ascrivere con grande approssimazione quelli costituiti da una sbarra elastica cilindrica o prismatica, fissata al terreno per una estremità e caricata all'altro estremo da una massa oscillante.

Infatti durante i piccoli movimenti dell'estremità libera, corrispondenti all'oscillazione fondamentale, si può prescindere dalle deformazioni elastiche della sbarra, le quali sono infinitesime rispetto alle sue dimensioni, e supporre che il tutto ruoti rigidamente intorno ad un asse istantaneo giacente nel piano della sezione incastrata (²). Lo studio del suo movimento sarebbe assai più difficile nel caso di vibrazioni corrispondenti alle armoniche supe-

(¹) Questa conseguenza mi pare importante anche per le applicazioni pratiche, perchè uno strumento di tal natura, servirebbe a risolvere la questione tanto dibattuta sulle onde lente caratteristiche dei terremoti lontani.

(²) A rigore bisognerebbe tener conto non solo della *flessione* ma anche della *torsione* della sbarra, in virtù della quale il movimento acquista un terzo grado di libertà: ma la sezione della sbarra sarà in generale tanto grande da rendere la torsione trascurabile.

riori, cioè nel caso che si formassero due o più *ventri* ed altrettanti *nodi*; ma questo caso resta fin d'ora escluso dalla mia trattazione, come del resto fu implicitamente esclusa la considerazione delle vibrazioni trasversali dell'asta o dei fili di sospensione nella teoria dei pendoli sferici [1].

In pratica possono avere importanza questi due casi;

1°. Sbarra rettilinea, cilindrica o prismatica regolare, fissata e caricata in modo che allo stato di quiete il suo asse longitudinale sia verticale.

In tal caso è praticamente nulla la rotazione ν, e restano arbitrarie e indipendenti le rotazioni λ e μ. Quindi il moto dello strumento è retto dalle prime due fra le equazioni (16), purchè si ricordi: che la posizione del baricentro e i momenti d'inerzia si devono calcolare supponendo la sbarra rigida, rettilinea e priva della porzione incastrata, e che le rotazioni apparenti λ e μ si ottengono dividendo per $\mp l$ le traslazioni apparenti del baricentro.

2°. Sbarra previamente incurvata e incastrata in modo che, caricandone l'estremità libera, il suo asse longitudinale diventi rettilineo e orizzontale nello stato di quiete.

Supponendo che l'asse longitudinale della sbarra sia diretto secondo l'asse delle x, è praticamente nulla la rotazione λ, restano arbitrarie e indipendenti μ e ν, cosicchè le equazioni del moto sono

$$K = L = 0 .$$

Questo caso però richiede speciali considerazioni circa le forze. Infatti allo stato di quiete la gravità è equilibrata dalla reazione elastica provocata con la rettificazione forzata della sbarra; quindi durante i piccoli movimenti dell'estremità libera, che si possono ritenere infinitesimi rispetto alla flessione iniziale della sbarra, restano attive soltanto le reazioni elastiche corrispondenti alle leggere deformazioni che la sbarra subisce [2], oltre agli attriti degli organi registratori e alla resistenza dell'aria: tutte forze infinitesime rispetto al peso e che nella discussione generale abbiamo raccolte in un'unica coppia resistente. Notando che il movimento si riduce ad una rotazione intorno ad un asse istantaneo contenuto nel piano $X = 0$, si potrà sostituire alla coppia l'unica forza $(\Xi_1\, H_1\, Z_1)$, applicata in un punto P_1 dell'asse della x: se questo punto coincide col baricentro del sistema, abbiamo allora:

$$x_1 = x_2 = l ; \quad y_1 = y_2 = z_1 = z_2 = 0 ,$$

$$\Xi_2 = H_2 = Z_2 = \Xi_3 = H_3 = Z_3 = 0 ,$$

(1) V. a questo riguardo II, pag. 437, nota (1).

(2) A rigore bisognerebbe dire: le reazioni elastiche corrispondenti alle deformazioni in senso orizzontale (cioè alla rotazione ν), e l'eccesso del peso sulla forza elastica o viceversa, corrispondente alle deformazioni in senso verticale (cioè alle rotazioni $+\mu$ o $-\mu$).

e le equazioni effettive del moto sono:

$$
(17) \qquad \begin{cases} \eta'' m_z + \gamma'' - \xi'' \varrho m_z + \mathrm{U} = 0 \\ -\zeta'' m_y + \beta'' - \xi'' \chi m_y + \mathrm{V} = 0 , \end{cases}
$$

avendo posto

$$
(\mathrm{S}) \qquad \mathrm{U} = \nu'' - \frac{H_1\, l}{\mathrm{M}^{(z)}}, \quad \mathrm{V} = \mu'' + \frac{Z_1\, l}{\mathrm{M}^{(y)}},
$$

e valendo ancora le (Q).

Anche per l'applicazione di queste equazioni bisogna ricordare le osservazioni fatte per il caso della sbarra rettilinea.

15. Alla terza categoria si possono ascrivere: i *pendoli orizzontali*, dei quali mi occuperò tosto; i *pendoli verticali* a una sola componente (p. e. i sismografi Cecchi) per i quali vale la prima o la seconda delle equazioni (16); i *sismografi per la componente verticale*, sia costituiti da una sbarra elastica a sezione rettangolare previamente incurvata verso l'alto (p. e. il « Vicentini » modificato) [1], sia costituiti da un telaio rigido sorretto da molle a spirale [2], ai quali è applicabile la seconda delle (17), purchè sia trascurabile la massa delle spirali, e siano soddisfatte tutte le condizioni relative agli assi principali d'inerzia; infine *gli strumenti sospesi per un asse passante per il loro baricentro*, ai quali si applica una delle equazioni (16_1), a seconda dell'orientamento dell'asse di sospensione.

I *pendoli orizzontali* dei quali intendo occuparmi (p. e. Milne, Rebeur Paschwitz, Cancani) si possono definire generalmente come corpi rigidi sospesi per un asse *quasi* verticale non passante per il baricentro: in tal modo restano esclusi per ora quelli a sospensione bifilare, perchè effettivamente realizzano il sistema dinamico della *catena* di *tre* corpi rigidi.

Un pendolo orizzontale è in equilibrio statico quando il piano verticale passante per l'asse di rotazione contiene il baricentro. Allora se il baricentro si trova sull'asse delle x, nelle condizioni di quiete e d'equilibrio l'asse di rotazione dovrà essere contenuto nel piano $\mathrm{Y} = 0$, cioè avrà i coseni di direzione p, o, r, essendo p generalmente piccolissimo e di segno opposto ad l, ed r molto prossimo all'unità positiva.

Chiamando ω la rotazione effettiva dello strumento intorno al proprio asse, le rotazioni elementari apparenti sono

$$
(18) \qquad \lambda = p\omega , \quad \mu = 0 , \quad \nu = r\omega ;
$$

e quindi l'equazione del moto è

$$
(19) \qquad p\mathrm{H} + r\mathrm{L} = 0 .
$$

[1] V. a questo proposito la mia *lettera aperta* al prof. G. Alfani, Bollett. d. Soc. Sism. Ital. vol. VII, fasc. 7°, e i lavori in essa citati.

[2] V. a questo proposito la Nota, del dott. Agamennone: *Il Microsismometrografo a tre componenti*, ricca di citazioni bibliografiche. Rendic. Acc. d. Lincei, vol. X, 21 aprile 1901, pag. 291, oppure Bollett. d. Soc. Sism. It., vol. VII, 1901-1902, pag. 70.

Anche in questo caso alla coppia resistente possiamo sostituire un' unica forza $(\boldsymbol{\Xi}_1\, \boldsymbol{H}_1\, \boldsymbol{Z}_1)$ applicata in un punto dell'asse delle x, p. e. nel baricentro: cosicchè basterà porre nelle (13)

$$x_1 = x_2 = l\,,\ \ y_1 = z_1 = y_2 = z_2 = 0\,,$$
$$\boldsymbol{\Xi}_3 = \boldsymbol{H}_3 = \boldsymbol{Z}_3 = 0\,,$$

e ricordare le (15) e le (18).

Così appunto facendo, la (19) divenuta:

$$(19_1)\qquad \begin{aligned} &\eta''\, r\, \boldsymbol{M} + \alpha''\, p\, \boldsymbol{M}_x + \gamma''\, r\, \boldsymbol{M}_z - \gamma\, g\, p\, \boldsymbol{M} + \\ &+ \boldsymbol{M}(-\xi''\, \varrho r + \eta''\, \chi p + \zeta''\, \varrho p) + \boldsymbol{\Omega} = 0 \end{aligned}$$

avendo posto per brevità

$$(\mathrm{T})\quad \boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{M}l}{p^2\,\mathrm{M}^{(x)} + r^2\,\mathrm{M}^{(z)}}\,,\ \ \boldsymbol{M}_x = \frac{\mathrm{M}^{(x)}}{p^2\,\mathrm{M}^{(x)} + r^2\,\mathrm{M}^{(z)}}\,,\ \ \boldsymbol{M}_z = \frac{\mathrm{M}^{(z)}}{p^2\,\mathrm{M}^{(x)} + r^2\,\mathrm{M}^{(z)}}\,,$$

e avendo raccolto i termini indipendenti dalle componenti del moto sismico nella funzione:

$$(\mathrm{U})\qquad \boldsymbol{\Omega} = \omega'' - \omega\, gpr\, \boldsymbol{M} - \frac{r\boldsymbol{H}_1\, l}{p^2\,\mathrm{M}^{(x)} + r^2\,\mathrm{M}^{(z)}}\,,$$

Se gli strumenti che abbiamo supposti orientati secondo l'asse delle X fossero invece normali al piano $\mathrm{Y} = 0$, il loro moto sarebbe retto da equazioni perfettamente analoghe a quelle trovate, che credo superfluo di riferire [1].

Fisica terrestre. — *Misure pireliometriche fatte sul monte Cimone nell'estate del 1901.* Nota di Ciro Chistoni, presentata dal Socio Blaserna.

I. *Apparecchio di misura.* — Le misure pireliometriche sul monte Cimone vennero, nell'estate del 1901, eseguite mediante un attinometro costrutto secondo il modello del Violle, con dimensioni però un po' più piccole di quelle che comunemente soglionsi dare a questo apparecchio, e precisamente lo strumento usato ha la sfera esterna con diametro di cm. 21,3 e la sfera interna con diametro di cm. 13,7. Essendo l'attinometro stato costrutto

[1] Era già consegnata questa terza Nota, quando venni a conoscenza d' una Memoria del Principe B. Palitzin: « *Ueber seismometrische Beobachtungen* » I. Accad. d. Sc. di Pietroburgo, la quale tratta appunto la teoria matematica degli strumenti sismici. Sebbene essa prevenga in certo modo i risultati del presente lavoro, pure credetti opportuuo insistere nella mia pubblicazione; ed ecco le ragioni principali: In primo luogo questa scende come corollario dal problema più generale trattato nella I Nota, e d'altra parte tutta la nuova serie di Note si collega ad un mio precedente lavoro, sconosciuto al Matematico russo. In secondo luogo per il metodo seguito, per aver considerati gli strumenti quali corpi rigidi di dimensioni finite anzichè quali punti materiali, e infine per aver tenuto conto delle resistenze passive, importantissime come sa chiunque conosca per esperienza i sismografi a registrazione meccanica, il mio lavoro risulta sostanzialmente diverso da quello citato.