# ATTI

DELLA

# REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIX.

1902

SERIE QUINTA

# RENDICONTI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

**VOLUME XI.**

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1902

7. Poniamo ora: $\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_1 \mathfrak{D}_2$. Allora si può dimostrare, procedendo come nel § precedente, che *ogni funzione* U *che soddisfa all'equazione* $\mathfrak{D}\mathrm{U} = 0$, *può esprimersi colla formola* $\mathrm{U} = \mathrm{U}_1 + \mathrm{U}_2$, *ove* $\mathrm{U}_1$, $\mathrm{U}_2$ *sono funzioni che verificano le equazioni* $\mathfrak{D}_1 \mathrm{U}_1 = 0$, $\mathfrak{D}_2 \mathrm{U}_2 = 0$.

Da quanto precede risulta che ogni funzione U che soddisfa all'equazione $\mathfrak{D}_1^p \mathfrak{D}_2^q \mathrm{U} = 0$, può rappresentarsi mediante funzioni che verificano le equazioni $\mathfrak{D}_1 = 0$, $\mathfrak{D}_2 = 0$.

Si può pertanto dire: *Se l'espressione* $\mathfrak{D}$ *è decomponibile nel prodotto di altre espressioni lineari, l'integrale generale dell'equazione* $\mathfrak{D} = 0$ *può esprimersi mediante gli integrali di altre equazioni più semplici.*

8. Le proprietà precedenti possono estendersi ad equazioni lineari a coefficienti variabili, aggiungendo però la condizione della commutabilità fra le varie espressioni lineari che si considerano.

Per quanto riguarda il teorema del § 1, bisogna supporre che $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$ siano commutabili, cioè che $\mathfrak{D}_1 \mathfrak{D}_2 = \mathfrak{D}_2 \mathfrak{D}_1$; relativamente ai teoremi del § 6, bisogna aggiungere la condizione che $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D}_x$ siano commutabili; per i teoremi del § 7, bisogna che $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$ siano commutabili, e così pure siano commutabili $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_{1x}$ e $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{D}_{2x}$.

## Meccanica. — *Intorno ad alcuni particolari movimenti di un punto sopra una superficie.* Nota di E. Daniele, presentata dal Socio Volterra.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

## Meccanica. — *Sul problema generale della sismografia.* Nota IV del dott. M. Contarini, presentata dal Socio V. Cerruti.

In una Nota precedente, la terza di questa serie [1], aveva stabilito le equazioni differenziali che reggono il moto dei varî strumenti sismici, supponendoli costituiti ciascuno da un'unica massa sospesa almeno per un punto al terreno e soddisfacente a certe condizioni relative agli assi principali d'inerzia. Quanto alle forze aveva ammesso il seguente postulato sperimentale, che non richiede alcuna ipotesi sulla loro natura e che per la sua generalità è applicabile a tutte le specie di strumenti considerati: « *Qualsiasi strumento sismico è soggetto alla gravità e ad un sistema di resi-*

[1] V. pag. 472.

*stenze passive che hanno per risultante una coppia di momento infinitesimo rispetto al peso della massa oscillante* » (¹).

Arrivati a questo punto, sarebbe impossibile procedere alla integrazione delle equazioni differenziali trovate, perchè il precedente postulato lascia indeterminata la forma analitica delle forze. Però, senza analizzarle dal punto di vista fisico, si può facilmente risolvere la difficoltà che qui si presenta; e ciò appunto mi propongo di fare in questa Nota, ottenendo un risultato che mi sembra abbastanza notevole, perchè evita l'analisi sopra accennata, la quale si concreterebbe poi in altre ipotesi speciali più o meno verosimili ma sempre arbitrarie (²).

16. Per raggiungere lo scopo propostomi, basta ricorrere a un secondo postulato sperimentale, che è verificato con grandissima approssimazione da tutti gli strumenti registratori dei movimenti microsismici:

« *Se uno qualunque degli strumenti considerati si muove mentre il terreno è in quiete, le componenti del suo moto sono oscillazioni isocrone smorzate secondo la legge del decremento logaritmico* » (³).

Per vedere come una tale premessa sia sufficiente, seguo un metodo analogo a quello già seguito in altri lavori. Si noti che le resistenze compariscono soltanto negli ultimi termini delle equazioni (16), $(16_1)$, (17) e $(19_1)$, cioè in quelle funzioni $\Phi$, $\Psi, \ldots, \Omega$, che sono definite dalle posizioni (R), $(R_1)$, (S), (T) e che furono messe in evidenza perchè non contengono esplicitamente le componenti del moto sismico. Ora le equazioni differenziali citate valgono qualunque sia il movimento del terreno; quindi, in particolare, anche quando il terreno è in quiete, cioè quando tutte le componenti del moto sismico sono nulle insieme con le loro derivate. Ma in tal caso si annullano identicamente tutti i termini delle equazioni, esclusi gli ultimi; ossia il movimento strumentale non perturbato da azioni sismiche soddisfa alle equazioni:

$$\Phi = 0, \quad \Psi = 0, \ldots, \quad \Omega = 0.$$

Ciascuna di queste equazioni contiene esplicitamente una sola componente del moto relativo, ed è della forma

$$N = \varepsilon'' + I\varepsilon + J = 0,$$

rappresentando genericamente con $\varepsilon$ una delle variabili $\lambda$, $\mu$, $\nu$, $\omega$, con I

(¹) V. al numero 11, pag. 473.

(²) A questa analisi aveva ricorso nella mia I Nota *Sulla determinazione dei moti sismici*, Rendic. Acc. Linc., vol. X, pag. 143. Sebbene i risultati allora ottenuti concordino con quelli che otterrò al presente, pure riconosco che molte obbiezioni si potrebbero fare alle ipotesi ammesse sulle singole forze, specialmente sugli attriti delle leve scriventi, che sono la parte più importante delle resistenze passive.

(³) S'intende che le conseguenze alle quali arriverò sono applicabili soltanto agli strumenti che non si scostano sensibilmente dalla legge enunciata.

una funzione nota del *peso*, che può essere anche nulla, e con J una funzione lineare delle forze incognite.

Poichè si ammette che il moto rappresentato dalla variabile $\varepsilon$ e retto dall'equazione $N = 0$ è un'oscillazione smorzata secondo la legge del decremento logaritmico, $\varepsilon$ deve avere la forma

$$\varepsilon = e^{Ht}(P \operatorname{sen} Kt + Q \cos Kt) \equiv f(t)\,; \tag{20}$$

e quindi la funzione N, con la quale si rappresenta genericamente una delle $\Phi$, $\Psi, \ldots$, $\Omega$, deve essere del tipo

$$\varepsilon'' - 2H\varepsilon' + (H^2 + K^2)\,\varepsilon\,. \tag{21}$$

Per dimostrarlo basterà provare: *a*) che la $\varepsilon$ definita dalla (20) è la funzione più generale soddisfacente alle condizioni impostele dalla natura del movimento strumentale; *b*) ch'essa è appunto l' integrale generale della equazione

$$\varepsilon'' - 2H\varepsilon' + (H^2 + K^2)\,\varepsilon = 0\,.$$

*a*) Qualunque siano le costanti P e Q, esiste sempre un istante $t_0$, definito dalla condizione

$$\frac{Q}{P} = -\,tg\, K\, t_0\,,$$

nel quale la funzione $f(t)$ si annulla; ma allora essa si annulla anche in tutti e soli gl' istanti della forma

$$t_0 + m\,\tau\,,\ (m = \text{intero qualunque})$$

purchè risulti

$$K\tau = \pi\,;$$

quindi, prefissata mediante l'esperienza la costante $\tau$, basterà prendere

$$K = \frac{\pi}{\tau} \tag{V}$$

perchè la funzione $\varepsilon = f(t)$ rappresenti un *movimento oscillatorio col periodo semplice eguale a* $\tau$.

Resta determinato anche un istante $t_1$, definito dalla condizione

$$\frac{PK + QH}{QK - PH} = tg\, K\, t_1\,. \ (^1)$$

(1) Si può osservare che $t_1$ non è arbitrario, ma anzi dipende da $t_0$ e non differisce mai da $t_0$ per multipli interi di $\pi$. Infatti, ricordando la definizione di $t_0$, questa eguaglianza diventa:

$$tg\, K\, t_1 = \frac{H\, tg\, Kt_0 - K}{K\, tg\, Kt_0 + H}\,.$$

Se ora fosse

$$t_1 = t_0 + r\,\pi\,,$$

sarebbe

$$tg\, K\, t_1 = tg\, K\, t_0\,,$$

e la precedente identità porterebbe alla conseguenza assurda

$$K = 0\,.$$

nel quale si annulla la funzione

$$\varepsilon' = f'(t) = e^{Ht}\,[(PH - QK)\,\text{sen}\,Kt + (PK + QH)\cos Kt],$$

e allora si trova ch' essa si annulla anche per tutti gl' istanti della forma

$$t_1 + m\,\tau\ (m = \text{intero qualunque}).$$

Ma le radici di $\varepsilon' = 0$ sono istanti di massimo o minimo per $\varepsilon$; i valori assoluti di questi massimi e minimi sono appunto le *ampiezze* delle oscillazioni semplici; e quindi se l' ampiezza d' una oscillazione qualunque è

$$\varepsilon_1 = |f(t_1)| = e^{Ht_1}\,|\,P\,\text{sen}\,K\,t_1 + Q\cos K\,t_1|,$$

l'ampiezza della successiva sarà

$$\varepsilon_2 = |\,f(t_1 + \tau)\,| = e^{H(t_1+\tau)}\,|\,P\,\text{sen}\,K\,(t_1 + \tau) + Q\cos K\,(t_1 + \tau)|\,;$$

ossia ricordando che, per la (V), i coefficienti di $e^{Ht_1}$, $e^{H(t_1+\tau)}$ hanno identico valore assoluto, sarà

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \cdot e^{H\tau}.$$

Siccome la legge del *decremento logaritmico* dice che deve essere costante e $> 1$ il rapporto $\varepsilon_1 : \varepsilon_2$, prefissato coll' esperienza il valore $h$ di questo rapporto, basterà prendere

$$(\mathrm{V}_1) \qquad H = -\frac{\lg_e h}{\tau}$$

perchè la funzione $\varepsilon$ rappresenti veramente il moto strumentale.

Resta ancora a dimostrare che $\varepsilon$ è la funzione più generale dotata di questa proprietà. Infatti supponiamo invece che ne esista un'altra, $v$: allora $v$ dovrà annullarsi soltanto negli istanti $t_0 + m\tau$ che annullano $\varepsilon$, e diventar massima o minima solo negli istanti $t_1 + m\tau$ che annullano $\varepsilon'$.

Ma qualunque sia $v$, possiamo sempre determinare una funzione $u$ in modo che risulti

$$v = \varepsilon + u\,;$$

donde

$$v' = \varepsilon' + u'.$$

Perchè $v$ e $v'$ si annullino rispettivamente con $\varepsilon$ e con $\varepsilon'$ è necessario che anche $u$ e $u'$ si annullino con $\varepsilon$ e con $\varepsilon'$, cioè che sia

$$u = \varphi \cdot \varepsilon \quad , \quad u' = \psi\,\varepsilon'$$
$$[\varphi\,,\,\psi \text{ funzioni finite}]\,;$$

e siccome dalla prima di queste egualianze si deduce

$$u' = \varphi'\,\varepsilon + \varphi\,\varepsilon',$$

questa non è compatibile con la seconda, se non è $\varphi' = 0$, ossia

$$\varphi = \psi = \text{costante}.$$

Ora si osservi che nell'espressione di $\varepsilon$ esiste già un fattore costante arbitrario, perchè l'istante $t_0$ definisce il rapporto fra le costanti P, Q, non già il loro valore assoluto: dunque la $\varepsilon$ definita dalla (20) è sostanzialmente identica a $v$, ossia è la funzione più generale che rappresenti il moto strumentale non perturbato.

Come si è veduto, le costanti H e K sono perfettamente determinate, essendo legate alle costanti strumentali $(\tau, h)$ dalle equazioni (V) e $(V_1)$; invece le costanti P e Q restano arbitrarie, potendosi nei singoli casi attribuire loro valori opportuni perchè siano soddisfatte certe condizioni iniziali prestabilite. Dunque la (20) che *per ipotesi* deve essere un integrale della equazione $N = 0$, è appunto il suo integrale *generale*.

*b*) Questa osservazione permette di determinare subito la forma della funzione N. A tal fine basta ricordare la genesi delle equazioni differenziali del second'ordine; cioè derivare successivamente la equazione $\varepsilon = f(t)$ e fra le equazioni

$$\varepsilon = f(t)\,, \quad \varepsilon' = f'(t)\,, \quad \varepsilon'' = f''(t)$$

eliminare le costanti P e Q. Nel caso attuale l'eliminazione è facilissima perchè le equazioni sono lineari in P, Q e quindi basta eguagliare a zero il determinante dei coefficienti. Sopprimendo nel determinante i fattori comuni, in modo che il coefficiente di $\varepsilon''$ risulti eguale a $+1$, esso diventa identico all'espressione (21), come appunto si voleva dimostrare.

Ora sarebbe superfluo calcolare l'espressione analitica delle resistenze, poichè lo scopo finale di questa ricerca è di stabilire la forma definitiva delle funzioni $\Phi, \ldots, \Omega$. Ma siccome questa forma è appunto data dalla (21), nella quale le costanti H e K si determinano direttamente con esperienze eseguite sui singoli strumenti, si vede che le resistenze passive devono essere *funzioni lineari delle rotazioni e delle velocità apparenti*: la quale conclusione giustifica le ipotesi più restrittive che nei precedenti lavori mi avevano condotto allo stesso risultato.

17. Prima di passare alla *integrazione* delle equazioni differenziali, cioè alla *determinazione in funzione del tempo delle sei incognite sismiche* $\xi$, $\eta$, $\zeta$, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, la quale sarà oggetto d'un altro lavoro, chiuderò questa Nota con la dimostrazione d'un teorema da me già enunciato in un'altra pubblicazione [1], importante perchè può fornire un criterio sulla scelta delle disposizioni sperimentali più adatte alla determinazione del vero movimento sismico.

[1] *Lettera aperta al P. G. Alfani*, Bollett. Soc. Sism. Ital., vol. VII, fasc. 7°, nota 9.

Si supponga che le accelerazioni traslatorie del terreno $\xi''$, $\eta''$, $\zeta''$, sulle quali finora non s' era fatta alcuna restrizione, siano d' un ordine di grandezza paragonabile a quello delle rotazioni; potendosi in tal caso trascurare i loro prodotti per $\pi$, $\chi$, $\varrho$, tutte le equazioni differenziali si riducono alla forma

$$F + N = 0$$

essendo F una funzione lineare omogenea delle sei incognite e delle loro derivate seconde, ed N una funzione della forma (21), dipendente solo dal movimento apparente dello strumento. In pratica sarà generalmente nota la funzione N e si tratterà di determinare le incognite che compariscono in F; ma se supponiamo nota la natura del movimento sismico, si potrà invece determinare *a priori* la forma del diagramma, cioè il movimento apparente dello strumento, bastando a tal fine considerare F come funzione nota, e come incognita quella che comparisce in N. Il caso che presenta la massima importanza per le applicazioni pratiche è contemplato nel seguente teorema generale:

« Se il movimento del terreno consiste d' un numero finito di rotazioni e traslazioni simultanee, *tutte infinitesime e oscillatorie*, il movimento apparente di qualunque strumento sismico consiste d' una oscillazione strumentale smorzata sovrapposta ad altrettante coppie di oscillazioni coi periodi ordinatamente eguali a quelli delle oscillazioni sismiche ».

Una qualunque delle sei componenti, che indicherò genericamente con $\vartheta$, sia la risultante di $r$ oscillazioni coi semiperiodi $T_i$, e con le massime ampiezze $a_i$ corrispondenti agli istanti $t_i$ $(i = 1, 2, \dots r)$. Allora posto

$$k_i = \frac{\pi}{T_i},$$

avremo:

$$\vartheta = \sum_{1}^{r}{}_i\, a_i \cos k_i (t - t_i),$$

$$\vartheta'' = -\sum_{1}^{r}{}_i\, k_i^2 a_i \cos k_i (t - t_i);$$

e i termini della funzione F che dipendono dalla componente $\vartheta$, e che sono della forma

$$a\vartheta + b\vartheta'',$$

si potranno raccogliere nella somma

$$\sum_{1}^{r}{}_i\, (a - bk_i^2)\, a_i \cos k_i (t - t_i).$$

Ripetendo lo stesso ragionamento per tutte le componenti, sviluppando $\cos k_i (t - t_i)$, e ponendo

$$(22) \qquad \left. \begin{aligned} p_i &= (a - b k_i^2)\, a_i \operatorname{sen} k_i t_i \\ q_i &= (a - b k_i^2)\, a_i \cos k_i t_i \end{aligned} \right\} i = 1\,,\ 2\,, \ldots s$$

avremo infine una equazione differenziale della forma

$$(23) \qquad \sum_1^s p_i \operatorname{sen} k_i t + \sum_1^s q_i \cos k_i t + \varepsilon'' + \mathrm{A}\varepsilon' + \mathrm{B}\varepsilon = 0\,.$$

È facile provare che essa può essere soddisfatta dalla funzione

$$\varepsilon_1 = \sum_1^s m_i \operatorname{sen} k_i t + \sum_1^s n_i \cos k_i t:$$

infatti sostituendo nella (23) ad $\varepsilon$ e alle sue derivate questa espressione di $\varepsilon_1$ e delle sue derivate, e raccogliendo i termini simili, si trova che la somma risultante è identicamente nulla se sono soddisfatte le seguenti condizioni necessarie e sufficienti:

$$(24) \qquad \left. \begin{aligned} m_i (\mathrm{B} - k_i^2) - n_i \mathrm{A} k_i + p_i &= 0 \\ m_i \mathrm{A} k_i + n_i (\mathrm{B} - k_i^2) + q_i &= 0 \end{aligned} \right\} (i = 1\,,\ 2\,, \ldots s).$$

Il determinante dei coefficienti di questo sistema di $2s$ equazioni a $2s$ incognite è un prodotto di $s$ fattori della forma

$$(\mathrm{W}) \qquad \varDelta_i = (\mathrm{A} k_i)^2 + (\mathrm{B} - k_i^2)^2\,;$$

e poichè nessuno dei fattori è identicamente nullo [1], il sistema stesso ammette una soluzione unica e determinata:

$$(24_1) \qquad m_i = -\frac{p_i (\mathrm{B} - k_i^2) + q_i \mathrm{A} k_i}{\varDelta_i}\,; \quad n_i = \frac{p_i \mathrm{A} k_i - q_i (\mathrm{B} - k_i^2)}{\varDelta_i}\,.$$

Dunque la funzione $\varepsilon_1$ è un integrale della (23). Ma essa è soddisfatta anche dalla funzione

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + e^{\mathrm{H}t} (\mathrm{P} \operatorname{sen} \mathrm{K}t + \mathrm{Q} \cos \mathrm{K}t) \equiv \varepsilon_1 + f:$$

infatti per tal valore di $\varepsilon$ il primo membro della (23) diventa

$$\left[ \sum (p_i \operatorname{sen} k_i t + q_i \cos k_i t) + \varepsilon_1'' + \mathrm{A}\varepsilon_1' + \mathrm{B}\varepsilon_1 \right] + \left[ f'' + \mathrm{A} f' + \mathrm{B} f \right];$$

e mentre la prima di queste due somme si annulla per ciò che fu dimostrato

[1] Infatti $\varDelta_i$ è somma di due quantità positive o nulle; ma mentre può annullarsi $(\mathrm{B} - k_i^2)$, i fattori A e $k_i$ sono sempre diversi da zero; perchè per le (Z) è $\mathrm{A} = -2\mathrm{H} = \frac{2}{\tau} \log_e h$, e $k_i = \frac{\pi}{\mathrm{T}_i}$; ora $\tau$ e $\mathrm{T}_i$ sono quantità *finite*, $h$ è $> 1$; quindi $\mathrm{A} k_i$ non si annulla mai.

poco fa, la seconda si annulla per ciò che fu detto al numero precedente, purchè H e K siano tali da rendere

(Z) $$A = -2H\,,\quad B = H^2 + K^2\,.$$

Infine si può dimostrare che questa funzione

(25) $$\varepsilon = \sum_1^s (m_i \operatorname{sen} k_i\, t + n_i \cos k_i\, t) + e^{Ht} (P \operatorname{sen} Kt + Q \cos Kt)$$

è appunto l'integrale generale, cioè che per valori opportuni delle costanti arbitrarie P e Q possono essere soddisfatte certe condizioni iniziali prestabilite. Volendo infatti che nel tempo $t_0$ la funzione e la sua derivata abbiano valori prefissati $\varepsilon_0$, $\varepsilon'_0$, è necessario e sufficiente che P e Q siano radici delle equazioni

$$e^{Ht_0} (P \operatorname{sen} Kt_0 + Q \cos Kt_0) + \sum (m_i \operatorname{sen} k_i\, t_0 + n_i \cos k_i\, t_0) - \varepsilon_0 = 0$$

$$e^{Ht_0} ([PH - QK] \operatorname{sen} Kt_0 + [PK + QH] \cos Kt_0) + \\ + \sum (k_i\, m_i \cos k_i\, t_0 - n_i\, k_i \operatorname{sen} k_i\, t_0) - \varepsilon'_0 = 0\,;$$

il qual sistema ammette una soluzione unica e determinata, perchè il determinante dei coefficienti è eguale a $-K\,e^{2Ht_0}$ (¹).

Dunque la (25) definisce nel modo più completo la componente $\varepsilon$ del moto apparente dello strumento; e poichè essa esprime analiticamente il contenuto del teorema, questo resta completamente dimostrato.

18. Si può dargli ora una forma alquanto diversa che mette in maggiore evidenza le relazioni fra il diagramma e il movimento sismico.

Determinando convenientemente $2s$ costanti $b_i$, $\tau_i$, $(i = 1, 2, \ldots, s)$, si può mettere la somma

$$\sum_1^s{}_i (m_i \operatorname{sen} k_i\, t + n_i \cos k_i\, t)$$

che comparisce nella (25), sotto la forma:

$$\sum_1^s{}_i\, b_i \cos k_i\, (t - \tau_i)\,;$$

al qual fine è necessario e sufficiente che sia

$$m_i = b_i \operatorname{sen} k_i\, \tau_i\,,\quad n_i = b_i \cos k_i\, \tau_i$$

ossia

$$b_i^2 = m_i^2 + n_i^2\,,\quad \operatorname{tg} k_i\, \tau_i = \frac{m_i}{n_i}\,.$$

(¹) Questo prodotto non può annullarsi perchè è $K = \frac{\pi}{\tau}$ e il periodo d'oscillazione strumentale $\tau$ è sempre finito, e d'altra parte il fattore esponenziale $e^{2Ht_0}$ non si annulla mai.

D'altra parte le $(24_1)$, tenuto conto della (W), danno:

$$m_i^2 + n_i^2 = \frac{p_i^2 + q_i^2}{\varDelta_i},$$

$$\frac{m_i}{n_i} = \frac{\frac{p_i}{q_i}(\mathrm{B} - k_i^2) + \mathrm{A}k_i}{-\frac{p_i}{q_i}\mathrm{A}k_i + \mathrm{B} - k_i^2};$$

e siccome per le (22) è

$$p_i^2 + q_i^2 = a_i^2 (a - bk_i^2)^2, \quad \frac{p_i}{q_i} = \operatorname{tg} k_i t_i ,$$

così avremo

$$(26) \qquad \begin{cases} b_i = \pm \dfrac{a_i}{\sqrt{\varDelta_i}} (a - bk_i^2) \\ \operatorname{tg} k_i \tau_i = \dfrac{\operatorname{tg} k_i t_i (\mathrm{B} - k_i^2) + \mathrm{A}k_i}{-\operatorname{tg} k_i t_i \mathrm{A}k_i + \mathrm{B} - k_i^2} \end{cases}$$

e si potrà porre

$$(25_1) \qquad \varepsilon = \sum_1^s{}_i\, b_i \cos k_i (t - \tau_i) + e^{\mathrm{H}t} (\mathrm{P} \operatorname{sen} \mathrm{K}t + \mathrm{Q} \cos \mathrm{K}t) .$$

Al teorema dunque si potrà dare anche la forma seguente: « Ferme restando le ipotesi precedenti circa la natura del moto sismico, il diagramma che ne risulta consiste di un'oscillazione strumentale smorzata sovrapposta ad $s$ oscillazioni sinusoidali di periodo ordinatamente eguale a quello delle onde sismiche; le massime ampiezze ed i tempi ad esse corrispondenti delle onde sismiche e delle oscillazioni registrate sono legate dalle relazioni (26) ».

Fisica. — *Conduttività elettrica acquistata dall'aria proveniente da una soffieria ad acqua.* Nota di A. Pochettino ed A. Sella, presentata dal Socio Blaserna.

1. In un lavoro sulla pretesa perdita di carica elettrica per evaporazione di un liquido elettrizzato (Pochettino e Sella, Rend. d. Acc. dei Lincei IX, 2, p. 3, 1900) noi avevamo notato che l'aria proveniente da una soffieria ad acqua e poi accuratamente essiccata, diselettrizzata e privata di pulviscolo, mostrava una conduttività maggiore di quella posseduta dall'aria atmosferica, che veniva immessa nella soffieria. Questa conduttività veniva tolta o per lo meno fortemente diminuita, se la corrente d'aria passava in un palloncino, nel cui fondo si trovava dell'acqua in leggera ebollizione, poi attraverso un lungo tubo di vetro ripieno di pezzetti di pomice imbevuta d'acqua e quindi per un serpentino di vetro.