ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIX.

1902

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1902

I valori delle mobilità U e V dedotti dalle equazioni (14) e (15), esprimendo tutte le diverse quantità nello stesso sistema di unità, in modo da avere le mobilità assolute secondo Kohlrausch (vedi Nernst, Theoretische Chemie, pag. 359) sono:

$$U = 25{,}4 \,.\, 10^{-13} \qquad V = 75{,}3 \,.\, 10^{-13}$$

Per passare dai valori di queste mobilità assolute ai valori delle mobilità relative u e v, ordinariamente impiegati, basterà ricordare le relazioni:

$$U = u \,.\, 1{,}036 \;\; 10^{-13} \qquad V = v \,.\, 1{,}036 \;\; 10^{-13}.$$

Si ricaverà così:

$$u = 24{,}6 \qquad v = 72{,}9$$

Questi valori concordano sufficientemente con quelli dedotti dalle misure, eseguite separatamente, della conducibilità molecolare e dei numeri di trasporto. Mi riservo di dare prossimamente i risultati sperimentali di molte misure intraprese per diversi sali e diversi metalli.

Fisica. — *Determinazione del potenziale elettro-statico mediante la deformazione d'una superficie liquida* [1]. Nota del dott. CAMILLO CARPINI, presentata dal Socio BLASERNA.

Una superficie liquida conduttrice si deforma quando, dal di sopra, si avvicini ad essa un corpo elettrizzato. È nota la natura di tale deformazione quando la superficie del liquido conduttore ed in comunicazione col suolo è indefinita, il corpo elettrizzato una sfera, ed il sollevamento del liquido al disotto della sfera è tale da potersi ritenere non alterata la distribuzione elettrica che si avrebbe se il liquido fosse impedito di muoversi. Se indichiamo un a il raggio della sfera, con E il suo potenziale, con c la distanza del centro della sfera dalla sua immagine rispetto alla superficie del liquido, la cui densità è d, con g il valore della gravità, e con ϱ il raggio di curvatura della superficie liquida deformata nel suo punto ombelicale, si ha la seguente relazione [2]:

$$(1) \qquad E^2 = \frac{\pi g d}{3c^2} \frac{a^6}{A^2_1 \, HK} \frac{1}{\varrho}$$

essendo:

$$H = 4 \frac{a^3}{c^3} \sum_0^\infty \frac{A_{n+1} + A_n}{(A_{n+1} - A_n)^2} + \sum_0^\infty \frac{A_{n+1}}{\left(A_{n+1} \frac{c^2}{2a^2} - (A_{n+1} + A_n)\right)^2},$$

$$K = 16 \frac{a^5}{c^5} \sum_0^\infty \frac{(A_{n+1} + A_n)^3}{(A_{n+1} - A_n)^4} + \frac{c^2}{a^2} \sum_0^\infty \frac{A^3_{n+1}}{\left(A_{n+1} \frac{c^2}{2a^2} - (A_{n+1} + A_n)\right)^4},$$

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisico di Roma.

[2] A. Sella, R. Accademia Lincei. Luglio 1900.

ove:

$$A_n = i_1^n - i^n$$

$$i_1 = \frac{g}{2} + \sqrt{\frac{g^2}{4} - 1} \qquad i = \frac{g}{2} - \sqrt{\frac{g^2}{4} - 1}$$

$$g = \frac{c^2 - 2a^2}{a^2}$$

Il Sella ha proposto di utilizzare la formula precedente per la determinazione del potenziale elettro-statico d'un corpo elettrizzato, ed io ho cercato di stabilire entro quali limiti, adoperando i mezzi comuni da laboratorio, si potesse praticamente applicare questo metodo di misura di potenziali elevati.

Le grandezze da determinarsi sperimentalmente sono: il raggio della sfera, la distanza del bordo inferiore della sfera dalla superficie libera del liquido, la densità di questo, ed il raggio di curvatura; quest'ultima è certamente la più importante, e la determinai mediante il *metodo ottico dell'Astigmatismo* di un fascio omocentrico riflesso. Per vedere con quale approssimazione determinavo tale raggio, e dentro quali limiti il metodo potesse essere applicabile, mi sono servito di superficie a curvatura nota, cioè della curvatura dei menischi mercuriali in tubi cilindrici di diverso diametro. Le formule della capillarità danno il raggio di curvatura della superficie del menisco in funzione di grandezze misurabili, cioè il diametro del tubo, la costante di capillarità del mercurio, e l'angolo di raccordamento della superficie del mercurio colle pareti del vetro in presenza di aria. Indicando con l il diametro del tubo, con a la costante di capillarità, e con φ l'angolo di raccordamento, si ha [1]:

$$\frac{1}{\varrho} = \sqrt{2}\, a^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\pi l}\ \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\varphi}{4}\right) e^{-\frac{l}{a} - 4 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\varphi}{4}\right)} \tag{2}$$

Il metodo dell'Astigmatismo consiste in questo: si fa cadere un fascetto elementare luminoso nel punto ombelicale della superficie riflettente, e si accoglie il fascetto riflesso in un cannocchiale, che permette misurare le distanze s' e t' delle due linee astigmatiche dalla superficie riflettente; misurando l'angolo i d'incidenza del raggio principale del fascetto sulla superficie riflettente, si determina ϱ mediante la formula [2]:

$$\varrho = 2\, \frac{s't'}{s' - t'} \operatorname{sen} i \operatorname{tang} i$$

Mi sono servito d'un cannocchiale a scala da laboratorio, ed ho veduto che il metodo può essere utilizzabile (con i mezzi da me adoperati) fino al limite massimo di m. 8; oltre il quale non mi fu possibile sperimentare, perchè le linee di astigmatismo diventano incerte. Da diverse serie di espe-

(1) Mathieu, *Théorie de la capillarité*, pag. 160.
(2) Winkelmann, Handbuch der Physik, vol. 2.

rienze eseguite in condizione di migliore quiete, e con mercurio purificato ogni volta di recente, ho avuto i seguenti risultati:

Diametro tub.	Raggio osservato	Raggio calcolato
mm. 23,22	cm. 45,41	cm. 45,80
26,62	109,55	109,48
31,48	355,19	386,40
34,47	839,30	842,60

Nel calcolo del raggio con la (2), ho preso per le costanti i seguenti valori:

$$a^2 = 3{,}263 \qquad \varphi = 36^\circ\, 28'$$

Il liquido conduttore era l'olio di olivo, di densità eguale a 0,917, il quale sebbene coibente per fenomeni elettro-dinamici, si comporta alla superficie come un conduttore per fenomeni elettrostatici [1]; era contenuto in un vetro orizzontale di cm. 40 per 40, avente i bordi di paraffina spalmata di silicato di potassa e dell'altezza d'un centimetro. L'olio si manteneva in assoluta quiete perchè riposava sopra una colonna di granito, e lavoravo in una delle stanze buie della cantina dell'Istituto Fisico.

Per caricare la sfera mi servii d'una macchina elettrostatica a caduta di acqua, di Lord Kelvin; una delle sue armature comunicava con un piccolo condensatore, l'altra con un elettrometro del Righi, il cui ago di alluminio era posto molto vicino alla coppia superiore di quadranti, per renderlo sensibile a piccole variazioni del potenziale; il filino di argento che lo sosteneva era della lunghezza di cm. 12 e del diametro di mm. 0,03.

La natura della ricerca esigeva la costanza del potenziale durante il tempo necessario per l'esatta misura delle due grandezze s' e t', cioè per lo spazio di circa cinque minuti. Trovai utile, dopo varî tentativi, intercalare tra il polo della macchina e l'elettrometro un filo di cotone di cm. 80 di lunghezza, e di porre in comunicazione con l'elettrometro le armature interne di due condensatori; talvolta aggiunsi una punta in comunicazione con l'elettrometro, affacciata ad un'altra in comunicazione col suolo. Mediante queste cautele, e sorvegliando sopra tutto il getto liquido che caricava il polo utilizzato della macchina, riuscivo a tener relativamente fermo l'elettrometro per circa cinque minuti, ed in ogni caso a dargli un andamento lento e regolare.

La sfera, che comunicava direttamente con l'elettrometro mediante un filo di rame spoglio, era di ottone; fu costruita con ogni cura dal sig. Squarzanti, meccanico dell'Istituto fisico. Le misure del diametro fatte con un catetometro, il cui nonio da il cinquantesimo di millimetro, hanno dato il valore mm. 59,64, con uno scartamento massimo di mm. 0,04. Era sostenuta sopra al liquido dà un anello di filo di rame poco più piccolo dell'equatore della sfera, che era collegato a tre fili dello stesso diametro raccomandati

[1] Vedi per es. Bouty, Compt. Rend. t. 129, pag. 152, 1889.

ad un robusto isolante di zolfo fuso, collegato con un solido sostegno masticiato ai piedi. In tal modo la distribuzione dell' elettricità sulla sfera nella parte affacciata al liquido, la quale maggiormente influisce nel fenomeno, subisce delle leggerissime alterazioni dalla distribuzione che si avrebbe se la sfera fosse isolata, e quindi trascurabili.

Per determinare il valore di c, misuravo la distanza tra il liquido conduttore ed il bordo inferiore della sfera, conoscendosi già il raggio di questa. Disponevo sopra al liquido una vite micrometrica, terminata in punte bene affilate, in posizione verticale, guardandone l'immagine riflessa nella superficie del liquido in due posizioni ad angolo retto; facevo poscia affiorare la punta inferiore con la superficie dell' olio, e puntavo con il cannocchiale del catetometro la punta superiore; poscia puntavo il bordo inferiore della sfera, e togliendo dalla lunghezza della vite la differenza delle due letture precedentemente fatte al catetometro, ottenevo la distanza tra il bordo inferiore della sfera ed il liquido. Il massimo scartamento ottenuto da ripetute letture della medesima distanza è stato di mm. 0,04. Siccome nella (1) tale distanza comparisce alla sesta potenza, così era estremamente importante di vedere se essa si mantenesse costante durante il corso dell'esperienza. Le piccole variazioni di temperatura (4° al massimo) e la stabilità del sostegno hanno reso tali variazioni trascurabili, come ho potuto rilevare da una serie di misure fatte nella spazio di due giorni in condizioni differenti.

Per vedere con quale approssimazione restasse così determinato il potenziale ho seguito il seguente criterio: determinavo il valore del raggio di curvatura quando l'elettrometro segnava sopra una scala graduata cinque determinate divisioni. Poscia variavo la distanza tra la sfera ed il piano e determinavo di nuovo il raggio di curvatura quando l'elettrometro segnava le stesse divisioni, cioè quando i potenziali erano quelli di dianzi. I valori del potenziale dedotti dalla (1) in entrambi i casi dovrebbero essere gli stessi. Tale operazione fu ripetuta per sette diverse distanze della sfera dalla superficie liquida; i risultati ottenuti, spingendo l'approssimazione delle serie H e K fino alla quarta cifra decimale, sono i seguenti:

Deviazione elettrometro	Distanza bordo inf. sfera mm.	3.98	4.23	4.26	4.86	5.13	5.19	5.56	
37	ϱ = cm.	78.7	97.3	100.0	154.0	185.0	190.0	234.5	
	E = Volt	1652.0	1654.0	1642.0	1623.0	1615.0	1629.0	1634.0	Media 1635.6
32	ϱ =	92.7	111.0	119.8	181.0	209.4	212.0	284.0	
	E =	1532.0	1539.0	1500.0	1500.0	1512.0	1542.0	1482.0	1515.3
27	ϱ =	112.0	141.7	142.2	220.0	256.0	260.4	334.0	
	E =	1393.0	1362.0	1376.0	1333.0	1373.0	1392.0	1367.0	1370.9
22	ϱ =	140.5	172.3	176.0	285.0	310.9	311.0	402.0	
	E =	1244.0	1235.0	1238.0	1246.0	1245.0	1273.0	1247.0	1246.8
17	ϱ =	192.0	223.0	226.0	384.0	428.5	418.5	512.0	
	E =	1064.0	1086.0	1092.0	1083.0	1062.0	1098.0	1105.0	1084.3

Gli scartamenti massimi dal valore medio sono compresi tra 30 e 19 Volt, e rientrano nel limite dell'errore calcolato con la (1), ove si suppongano c, φ determinate con l'approssimazione che abbiamo stabilita.

La (1) vale nel caso che la distribuzione elettrica non venga alterata dalla deformazione; ho calcolato che il massimo sollevamento, avutosi quando la distanza tra la sfera ed il liquido era di mm. 3,98, va da un massimo di mm. 0,0785 ad un minimo di mm. 0,0322; mentre il minimo sollevamento, avutosi per la distanza di mm. 5,56, va da un massimo di mm. 0,0375 ad un minimo di mm. 0,0171. Volendosi render conto di questo errore, si potrebbe diminuire il valore della distanza tra sfera e liquido della metà del sollevamento, e determinare il raggio di curvatura a questa nuova distanza; questa diminuzione varierebbe da un massimo di mm. 0,0392 ad un minimo di mm. 0,0085; si vede adunque che al potenziale massimo di 1635 Volt, ed alla minima distanza tra sfera e liquido da me adoperata, il sollevamento diventa già comparabile con l'errore di osservazione della suddetta distanza, e quindi siamo al limite inferiore delle distanze adoperabili ed al massimo potenziale, ove si voglia trascurare il sollevamento del liquido perchè di ordine inferiore all'approssimazione con cui si determina la precedente distanza.

La deformazione della superficie libera del liquido dovuta all'attrazione newtoniana fra sfera e liquido, è trascurabile [1]; infatti nel caso più favorevole della minima distanza della sfera dal liquido si avrebbe un raggio di curvatura di km. 3107 ed un sollevamento del liquido dell'ordine del millesimo del micron.

Risulta adunque dalla presente ricerca che la formula (1) applicata alla determinazione del potenziale elettro-statico dei corpi elettrizzati, con i mezzi da me adoperati, garantisce una approssimazione del 2 % circa.

Il metodo può applicarsi a potenziali più elevati con vantaggio, perchè l'errore relativo di osservazione della distanza tra sfera e liquido va diminuendo, potendosi allontanare la sfera dalla superficie del liquido pur mantenendo il raggio di curvatura nei limiti da me assegnati, e quindi restando costante l'errore relativo di esso; non si presta a più bassi potenziali, perchè l'errore relativo della suddetta distanza va aumentando rapidamente, e per di più le serie H e K non sono più molto convergenti.

Risultati migliori si potranno avere quando si abbia cura di migliorare il metodo dell'Astigmatismo, servendosi d'un cannocchiale a lungo foco, e del quale si conoscono le costanti ottiche; e quando la distanza tra sfera e liquido venga determinata con approssimazione maggiore.

Ringrazio vivamente il prof. Alfonso Sella, che mi iniziò e diresse nella presente ricerca.

[1] Gerschun, Journal de Physique, 1901; Sella, Archives des Sciences de Genève, 1900.