ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIX.

1902

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XI.

2° SEMESTRE.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1902

rire con etere; trattati ora con alcool hanno ceduto ad esso abbondante quantità di lecitina che abbiamo precipitato con $Cd\ Cl^2$ ed identificato.

Abbiamo provato lo stesso trattamento con altri tre tuorli d' uovo usando invece dell' etere il cloroformio, ed abbiamo ottenuto i medesimi risultati.

Se il cloroformio e l'etere, nei quali la lecitina è solubilissima, nulla più estraggono dai tuorli con essi esauriti prima del trattamento con alcool, è chiaro che la lecitina che si ottiene dipoi, si trova combinata nell' uovo coll'albumina come ha dimostrato Hoppe-Seyler e recentemente ha confermato Osborne.

Il comportamento e la dimostrazione dell' esistenza delle lecito-albumine sono perfettamente analoghi a quelli del nostro nucleo-protagone.

Cristallografia. — *Le deviazioni minime della luce mediante prismi birifrangenti.* Nota di C. Viola, presentata dal Socio Blaserna.

Consideriamo la deviazione minima della luce per onde piane parallele allo spigolo di un prisma. Quando la deviazione è prodotta da un prisma anisotropo immerso in un mezzo isotropo, essa può avere luogo in generale per onde piane inclinate rispetto alla bisettrice del prisma. E questo è il caso generale, che può avvenire sempre, qualunque sia l' orientazione del prisma per rispetto alle direzioni principali ottiche del cristallo; esso non porta alcuna facilitazione alla determinazione degli indici di rifrazione di un cristallo, e non viene perciò mai utilizzato. Ove all' incontro si vuole raggiungere una certa semplicità, si stabilisce il problema in guisa che il minimo della deviazione luminosa avvenga per l' angolo incidente eguale all' angolo emergente; questo intento non è raggiungibile che per speciale orientazione del prisma o meglio delle bisettrici dell' angolo rifrangente del prisma.

I cristallografi e i fisici si sono occupati spesso dell' orientazione, che deve avere un prisma, per far sì che il minimo della deviazione luminosa per onde piane accada quando l' onda è parallela alla bisettrice interna del prisma birifrangente. Senarmont [1] dimostrò che quest' ultima condizione è verificata, quando una delle due bisettrici del prisma cada in uno degli assi di simetria ottica del cristallo per una data luce. Liebisch [2] pervenne agli stessi risultati di Senarmont, trattando il problema da un punto di vista gene-

(1) H. de Senarmont, *Note sur quelques formules propres à la determination des trois indices principaux dans les cristaux biréfrangents.* Nouv. Ann. de Math. 1857, XVI, 273. Vedi pure V. v. Lang, *Ueber die Minimum-Ablenkung der Lichtstrohlen durch doppeltbrechende Prismen.* Akademie der Wissensch. Wien, 1858, XXXIII, 155.

(2) Th. Liebisch, *Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.* Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen, 1888, 197.

rale. I lavori teorici posteriori [1] hanno poi dimostrato che i risultati ottenuti da Senarmont e Liebisch non sono i soli che ammette il problema. — Oggi si suole esprimere nel modo seguente la condizione, alla quale deve corrispondere l'orientazione del prisma: Se il minimo della deviazione luminosa mediante un prisma anisotropo immerso in un mezzo isotropo per onde parallele allo spigolo del prisma debba aver luogo con l'angolo incidente eguale all'angolo emergente, la bisettrice esterna del prisma deve cadere in uno dei tre piani di simmetria ottica del cristallo, dal quale si è tagliato il prisma.

Eppure possono darsi delle orientazioni del prisma non contemplate nella proposizione testè espressa, presentando anche esse il minimo della deviazione luminosa con l'angolo incidente eguale all'angolo emergente. Queste orientazioni sfuggirono fino ad ora a tutti coloro, che si sono occupati di questo problema; ma esse non sono meno interessanti delle prime.

Lo scopo della presente Nota è di esaurire la questione del minimo della deviazione luminosa con l'intento di ricercare tutte le possibili orientazioni, che può assumere un prisma nel cristallo capace di generare il minimo per angoli incidente ed emergente eguali.

A tale uopo risaliamo alla condizione generale del minimo della deviazione luminosa. In questa bisogna non si potrà a meno di ripetere alcune cose note; ma io cercherò di essere breve, e per maggior speditezza manterrò le notazioni utilizzate nella mia precedente comunicazione, che sono pure quelle di Liebisch.

Con X, Y, Z sono indicati gli assi di simmetria luminosa del cristallo per una data luce, Z′, X′, Y′ esprimono in questo ordine lo spigolo del prisma, la bisettrice interna e la bisettrice esterna dell'angolo rifrangente del prisma. — I coseni di direzione fra i due sistemi ortogonali sono dati dal seguente schema:

	X	Y	Z
X′	α	β	γ
Y′	α_1	β_1	γ_1
Z′	α_2	β_2	γ_2

[1] C. Viola, *Ueber die Minima der Lichtablenkung durch Prismen anisotroper Medien.* Zeitsch. f. Krystall. XXX, 545. — Th. Liebisch, *Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.* Neues Jahrb. für Miner. etc. 1900, I, 57. — C. Viola, *Le deviazioni minime della luce mediante prismi di sostanze anisotrope.* R. Accad. d. Lincei, Roma, 1900, I, 196. V. v. Lang, op. cit.

Siano a, b, c le velocità luminose principali del cristallo; e poniamo:

$$\begin{aligned}
L &= (b^2+c^2)\,\alpha^2 &&+ (c^2+a^2)\,\beta^2 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma^2\\
L_1 &= (b^2+c^2)\,\alpha_1{}^2 &&+ (c^2+a^2)\,\beta_1{}^2 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma_1{}^2\\
L_2 &= (b^2+c^2)\,\alpha\,\alpha_1 &&+ (c^2+a^2)\,\beta\,\beta_1 &&+ (a^2+b^2)\,\gamma\,\gamma_1\\
M &= b^2\,c^2\,\alpha^2 &&+ c^2\,a^2\,\beta^2 &&+ a^2\,b^2\,\gamma^2\\
M_1 &= b^2\,c^2\,\alpha_1{}^2 &&+ c^2\,a^2\,\beta_1{}^2 &&+ a^2\,b^2\,\gamma_1{}^2\\
M_2 &= b^2\,c^2\,\alpha\,\alpha_1 &&+ c^2\,a^2\,\beta\,\beta_1 &&+ a^2\,b^2\,\gamma\,\gamma_1
\end{aligned}$$

Il piano perpendicolare allo spigolo del prisma, ossia la base di questo prisma, taglia la superficie delle normali secondo una curva, che noi dobbiamo considerare per la ricerca del minimo della deviazione. — Chiamando con p il vettore e con φ l'angolo, che il vettore fa con l'asse X', l'equazione in coordinate polari di detta curva acquista una grande semplicità, grazie alle convenzioni fatte. Essa è la seguente (¹):

$$(1)\quad p^4 - p^2 \{L\cos^2\varphi + L_1 \operatorname{sen}^2\varphi + L_2 \operatorname{sen} 2\varphi\} + M\cos^2\varphi + M_1 \operatorname{sen}^2\varphi + M_2 \operatorname{sen} 2\varphi = 0$$

Il vettore p ricavato da questa equazione dà dunque la velocità luminosa dell'onda parallela allo spigolo del prisma, la quale fa con la bisettrice esterna Y' l'angolo φ.

Si noti che p è funzione di φ, e quest'angolo è a sua volta funzione della deviazione luminosa Δ per effetto del prisma.

Noi dunque otterremo dalla (1) il quoziente differenziale

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \varphi}$$

derivando dapprima p per rispetto a Δ, e indi Δ per rispetto a φ. La condizione del minimo di Δ, ossia

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} = 0$$

riceve con ciò la seguente espressione:

$$(2)\quad p^2\{(L_1 - L)\operatorname{sen} 2\varphi + 2\,L_2\cos 2\varphi\} + (M - M_1)\operatorname{sen} 2\varphi - 2\,M_2\cos 2\varphi = 0$$

Quivi si farà $\varphi = 90°$, poichè il minimo deve avere luogo per l'onda parallela alla bisettrice interna del prisma.

Con ciò la condizione generale del minimo di Δ si riduce alla seguente

$$(3)\qquad p^2\,L_2 - M_2 = 0$$

(¹) C. Viola, op. cit., p. 202.

Ed introducendovi di nuovo i valori di L_2 ed M_2, dati di sopra, essa diviene:

$$(3a) \qquad p^2 = \frac{b^2 c^2 \alpha \alpha_1 + c^2 a^2 \beta \beta_1 + a^2 b^2 . \gamma \gamma_1}{(b^2 + c^2) \alpha \alpha_1 + (c^2 + a^2) \beta \beta_1 + (a^2 + b^2) \gamma \gamma_1}$$

Ecco ora quale aspetto presenta il nostro problema: tutte le volte che la velocità luminosa per l' onda parallela alla bisettrice interna del prisma potrà ricevere il valore, che le viene dato dall' espressione ($3a$), si verificherà il minimo della deviazione luminosa con l' angolo d' incidenza eguale all' angolo d' emergenza. Ed allora essa velocità potrà essere calcolata mercè della deviazione luminosa $\varDelta$ e dell' angolo rifrangente A del prisma. Infatti essa è proporzionale all' espressione.

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A + \varDelta}{2}}.$$

Il problema si riduce dunque a questo: ricercare quando avviene che l'espressione di p dato dalla ($3a$) sia realmente la velocità della luce, vale a dire sia eguale a quello stesso valore, che si ottiene dalla (1) facendo ivi $\varphi = 90°$.

Alcune soluzioni se ne ricavano immediatamente. Facendo infatti

$$\alpha_1 = 0 ,$$

ed essendo

$$\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1 + \gamma \gamma_1 = 0$$

ossia

$$\beta \beta_1 = - \gamma \gamma_1 ,$$

si avrà dalla ($3a$):

$$p^2 = \frac{(c^2 a^2 - a^2 b^2) \beta \beta_1}{(c^2 + a^2 - a^2 - b^2) \beta \beta_1} = a^2$$

Altrettanto per $\varphi = 90°$, l' equazione (1) ci offre:

$$p^4 - p^2 L_1 + M_1 = 0 .$$

Per $\alpha_1 = 0$ è $\beta_1^2 = 1 - \gamma_1^2$, ed allora le due radici dell' ultima equazione sono le seguenti:

$$p^2 = \frac{(c^2 - b^2) \beta_1^2 + (a^2 + b^2)}{2} \pm \frac{(c^2 - b^2) \beta_1^2 - (a^2 - b^2)}{2}$$

ossia, chiamandole con p_1^2 e p_2^2:

$$p_1^2 = (c^2 - b^2) \beta_1^2 + b^2$$
$$p_2^2 = a^2 .$$

Ecco dunque che per $\alpha_1 = 0$, la soluzione è possibile, poichè il valore che si ottiene per p^2 dalla (3a), è identico a uno dei due che si ottengono dalla (1).

Se in luogo di fare $\alpha_1 = 0$ si facesse $\alpha = 0$, la equazione (3a) offrirebbe $p^2 = a^2$, ma all'opposto l'equazione (1) darebbe due valori per p^2, nessuno dei quali è eguale ad a^2. Da qui si conclude, le soluzioni del problema sono:

$$\left.\begin{array}{r} \alpha_1 = 0 \\ \text{ovvero} \quad \beta_1 = 0 \\ \text{ovvero} \quad \gamma_1 = 0 \end{array}\right\}$$

Stabilita una di queste condizioni, anche uno o due dei tre coseni α, β, γ possono annullarsi, con che le soluzioni generali acquistano delle espressioni particolareggiate.

Questo modo di trattare il problema ha condotto alla proposizione sopra espressa, che cioè il minimo della deviazione luminosa per onde parallele alla bisettrice interna del prisma avviene tutte le volte che la bisettrice esterna cada in uno dei piani di simmetria ottica del cristallo. E si credeva che con ciò il problema fosse esaurito.

Or bene poniamo il caso generale. Per quali valori di α, β, γ, α_1, β_1 e γ_1 l'espressione data da

$$p^2 = \frac{M_2}{L_2} \tag{3}$$

corrisponde alla velocità dell'onda luminosa parallela alla bisettrice interna del prisma? Chiamiamo in generale con p_1^2 e p_2^2 le due radici dell'equazione (1), e poniamo

$$p_1^2 = \frac{M_2}{L_2}.$$

Facendo nella (1) $\varphi = 0$, si ricaverà come seconda radice di p da questa equazione:

$$p_2^2 = \frac{M_1}{M_2} L_2 .$$

Il prodotto di queste due quantità è:

$$p_1^2 p_2^2 = M_1 = b^2 c^2 \alpha_1^2 + c^2 a^2 \beta_1^2 + a^2 b^2 \gamma_1^2$$

Ora questa relazione esprime quanto segue [1]: Subito che la direzione X' (bisettrice interna del prisma) data dai coseni direttivi α, β, γ è la direzione di polarizzazione dell'onda, la qual onda vien data dai coseni direttivi α_1, β_1, γ_1, la velocità di questa onda acquisterà il valore:

$$p_1^2 = \frac{M_2}{L_2},$$

[1] Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891, p. 322.

ed allora avrà luogo necessariamente per questa onda il minimo della deviazione luminosa. Ogni piano d'onda luminosa ha due velocità e due direzioni di polarizzazione.

L'onda di velocità $\frac{M_2}{L_2}$ ha per direzione di polarizzazione la bisettrice interna del prisma, e l'onda di velocità $\frac{M_1 L_2}{M_2}$ ha per direzione di polarizzazione lo spigolo del prisma.

Riassumiamo tutte le condizioni entro le quali può avere luogo il minimo della deviazione luminosa per onde piane parallele allo spigolo del prisma rifrangente e per angoli incidente ed emergente eguali:

1) *Il minimo della deviazione ha luogo quando la bisettrice esterna del prisma cada in uno dei piani di simmetria ottica del cristallo;*

2) *Il minimo della deviazione ha eziandio luogo quando la bisettrice interna del prisma è la direzione di polarizzazione dell'onda luminosa parallela a questa bisettrice.*

Possiamo arrivare allo stesso risultato per una via sintetica, più breve, anche più comprensiva e non meno rigorosa del metodo analitico fin qui seguito.

Supponiamo per un momento che si tratti di un prisma isotropo, o meglio di un prisma dove l'indice di rifrazione sia costante per tutte le onde parallele allo spigolo del prisma. Girando il piano d'onda attorno allo spigolo del prisma in uno o nell'altro verso, la deviazione rimarrà costante in vicinanza del minimo, ma uscendo da questa posizione, la deviazione aumenterà.

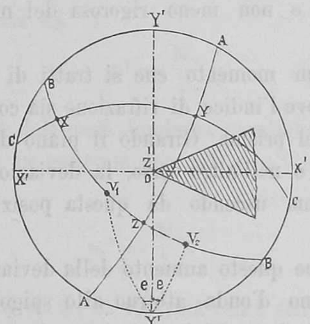
Consideriamo dunque questo aumento della deviazione per il solo effetto della rotazione del piano d'onda attorno allo spigolo del prisma, essendo costante la velocità della luce. D'altra parte se la velocità diminuisce come nei prismi anisotropi; per questa sola ragione la deviazione luminosa diminuirà rimanendo fissa la posizione dell'onda. Se ora l'aumento della deviazione luminosa per una causa è identico alla diminuzione per l'altra causa, avremo il minimo di questa deviazione. Ecco perchè la deviazione minima può avvenire in un prisma anisotropo fuori della posizione mediana; ma in tale posizione del minimo non potrà cadere nè un minimo nè un massimo della velocità luminosa. All'opposto se il minimo della deviazione luminosa deve aver luogo nella posizione mediana, vale a dire per angoli incidente ed emergente eguali, questa dovrà essere eziandio la posizione di un minimo o di una massimo della velocità luminosa.

Io dimostrai questo risultato nella mia precedente Nota (¹); esso ci apparisce evidente con una semplice considerazione.

(¹) C. Viola, R. Accad. d. Lincei, I, p. 204. Roma 1900.

Il problema della minima deviazione luminosa per angoli incidente ed emergente eguali, si riduce con ciò alla ricerca del minimo o del massimo della velocità luminosa per onde parallele allo spigolo del prisma. Questo nuovo problema si risolve con la curva delle velocità normali, quale sezione della base del prisma con la superficie delle normali. Facendo cadere la bisettrice esterna del prisma in una delle posizioni dei minimi o massimi della velocità luminosa, avremo l'orientazione necessaria per una deviazione luminosa in posizione mediana, vale a dire per angoli incidente ed emergente eguali.

La curva delle velocità normali consiste di due parti interna ed esterna; è noto che essa possiede nel mezzo giro due massimi e due minimi. Ma noi possiamo ricavare questo risultato con una semplice considerazione. Ove il piano della curva delle velocità normali taglia i tre piani di simmetria ottica, devono cadere dei massimi o minimi, perchè in tali luoghi le onde ordinarie sono tangenti alla superficie delle normali, e quindi anche tangente alla detta curva. La quarta posizione dove l'onda è pure tangente alla curva delle normali è caratterizzata da questo, che la proiezione del raggio luminoso sul piano della curva cade nella normale all'onda. Ora questa condi-



zione è verificata se il piano che contiene la normale all'onda, è perpendicolare al piano della curva della velocità; vale a dire la condizione è verificata quando la direzione di polarizzazione dell'onda cade nel piano della curva. E questo è il risultato, che abbiamo sopra trovato analiticamente.

La posizione di questo quarto massimo o minimo ha una proprietà importante, che vogliamo ora rilevare; per mezzo di essa si arriverà alla conclusione che la curva delle velocità normali possiede nel mezzo giro quattro fra massimi e minimi e quattro soltanto.

La figura annessa dà in proiezione stereografica i poli X, Y, Z dei tre assi di simmetria ottica omonimi del cristallo. Nel centro O della proiezione si proietta lo spigolo del prisma, che è la nostra direzione Z'; il piano del disegno è perciò perpendicolare allo spigolo del prisma, e contiene la curva delle velocità normali, che nella figura non è rappresentata.

OX' e OY' sono in tal caso la bisettrice interna ed esterna del prisma. La posizione di questi due assi è tale che OX' dà la direzione di polarizzazione dell'onda normale a OY'.

Avendo il prisma questa orientazione, ne verrà che la minima deviazione luminosa per mezzo di un tal prisma succederà nella posizione mediana cioè per angoli incidente ed emergente eguali.

Siano V_1 e V_2 in proiezione i poli degli assi ottici; e si tirino i cerchi massimi $Y'V_1$ e $Y'V_2$, i quali formano nel loro punto d'incontro l'angolo $2e$. Se OX' deve essere la direzione di polarizzazione dell'onda, la cui normale è OY', dovrà questa direzione OY' dividere per metà l'angolo $2e$, come si trova indicato nella figura. Con ciò è dato anche il mezzo di costruire la posizione di OY' quando siano conosciuti gli assi ottici del cristallo. Da qui risulta pure che vi deve essere sempre una posizione tale OY' che soddisfi a questa condizione, ed una sola.

Dato che sia lo spigolo di un prisma birifrangente (Z' nella figura) e trattisi di tagliare questo prisma con siffatta orientazione, che per risultato si abbia la minima deviazione luminosa per angoli incidente ed emergente eguali, le soluzioni di questo problema sono quattro. Tre di esse sono date dai tre piani di simmetria ottica del cristallo. Nella figura sono segnate queste tre posizioni date dai tre diametri AA, BB, CC. La quarta soluzione è determinata con la posizione degli assi ottici.

Il fenomeno dei massimi e minimi come condizione della minima deviazione di un prisma per angoli incidente ed emergente eguali, trova un certo riscontro nel fenomeno dei massimi e minimi della riflessione totale.

Prendiamo da una parte lo spigolo di un prisma rifrangente, e dall'altra il piano ad esso normale. La riflessione totale in questo piano ha nel mezzo giro due minimi e due massimi precisamente come esistono due minimi e due massimi della velocità luminosa normale allo spigolo. — Tre di essi nell'un caso coincidono con i tre nell'altro caso. La quarta posizione nell'un caso è vicinissima alla quarta posizione nell'altro caso, poichè in entrambi la detta posizione è distinta da questo che la direzione di polarizzazione cade nel piano di sezione normale allo spigolo del prisma (¹). Ma intanto per costruire la quarta posizione pel caso della riflessione totale si procederà come si è fatto poc'anzi, con la differenza che in luogo degli assi ottici V_1 e V_2 si assumono gli assi dei raggi. La quarta posizione nel caso della riflessione totale cadrà tanto vicina alla quarta orientazione della bisettrice esterna del prisma nel caso della deviazione minima, quanto sono pure vicini tra di loro gli assi ottici e gli assi dei raggi.

E finalmente vediamo quali sono i valori della velocità luminosa che si ottengono con i due modi di osservazione. Dapprima per le prime tre

(¹) C. Viola, Zeitsch. für Krystall. XXXIV, fascicolo III. Bull. d. la Société franc. de Miner. tome XXV, 1902.

posizioni tanto il metodo della riflessione totale quanto il metodo della minima deviazione col prisma danno gli indici principali di rifrazione del cristallo n_p, n_m, n_g. Il metodo della minima deviazione dà anche per la quarta posizione un indice di rifrazione intermedio. Invece il metodo della riflessione totale dà per questa quarta posizione non l'indice di rifrazione dell'onda, ma del raggio luminoso.

Io credo che il problema della minima deviazione luminosa mediante prismi birifrangenti riceva con ciò una soluzione completa.

Patologia Vegetale. — *La bacteriosi della canepa* [1]. Nota del dott. Vittorio Peglion, presentata dal Corrisp. Cuboni.

Nell'estate del 1896 ho dato una descrizione sommaria di una speciale alterazione dello stelo della canepa, caratterizzata da una profonda disorganizzazione dell'epidermide e del tessuto corticale e dalla presenza in seno ai tessuti alterati di zooglee di un microrganismo, i cui caratteri morfobiologici presentavano grandissima analogia col *Bacillus Cubonianus*, che, come è noto, determina delle lesioni specifiche nelle foglie e nei getti erbacei del gelso. Da quell'epoca non mi si è offerta più l'occasione di estendere le mie ricerche intorno a questa bacteriosi della canepa e non mi consta che da altri sia stata oggetto di studio; nè si può tacere che qualche dubbio sia stato sollevato in merito alle specificità di questa manifestazione patologica, derivante dal fatto che i pochi cenni descrittivi circa l'apparenza macroscopica delle lesioni, potevano ingenerare confusione con quelli che produce la grandine: tale incertezza può in pratica avere delle conseguenze tutt'altro che lievi, quando si rifletta alle numerose controversie che possono insorgere nell'apprezzamento o nella verifica dei danni arrecati dalla grandine stessa; d'altra parte la scarsezza del materiale da studio di cui disponevo allora e l'imperfetta conoscenza delle condizioni locali nelle quali erano state rinvenute le piante colpite non permettevano in alcun modo di pronunciarsi intorno alla possibile correlazione fra le lesioni della grandine con queste, aventi carattere infettivo.

Nei giorni scorsi ho avuto occasione di osservare numerose piante di canepa, cresciute in condizioni non molto favorevoli, per imperfetta preparazione del terreno e per semina tardiva, seguita da condizioni climateriche insistentemente sfavorevoli: numerose foglie ed in qualche caso anche la vetta o fiocco della pianta mostravano tracce di un'alterazione che volgarmente viene indicata dai contadini coll'espressione generica di *brusone*, e che un esame

[1] Relazioni e studî della Cattedra Ambulante di Agricoltura per la Provincia di Ferrara.