ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCC.

1903

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1903

Fisica matematica. — *Sulla legge elementare di Weber relativa alle azioni elettrodinamiche di due cariche elettriche in movimento.* Nota I di TOMMASO BOGGIO, presentata dal Corrispondente G. RICCI.

Siano m, m_1 due cariche elettriche in movimento, ed r la loro distanza. Tra queste due cariche si esercita una forza elettrica Φ (attrattiva o ripulsiva) che, secondo Weber, è data da:

$$(1)\qquad \Phi = \frac{mm_1}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{2}A^2\left[2r\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} \text{ [1]},$$

ove A indica l'inversa della velocità della luce.

È chiaro che se la distanza r delle due masse non varia durante il movimento, in particolare, se esse sono in quiete, la forza elettrica Φ si riduce allora all'azione elettrostatica $\frac{mm_1}{r^2}$.

Mediante questa legge si dovrebbero compendiare tutte le azioni elettrodinamiche. Helmholtz però ha fatto la critica della legge di Weber, dimostrandone la sua inverosimiglianza, benchè si accordi, per circuiti chiusi, colla legge potenziale di F. Neumann.

In questa Nota mi propongo di costruire una legge analoga a quella di Weber, la quale esprima la forza elettrica che si esercita fra due masse elettriche m, m_1, in dato stato di moto. Però questa legge, a differenza di quella di Weber e di altre affini, *non è stabilita aprioristicamente*, ma, al contrario, *è desunta dalle moderne teorie elettrodinamiche.* Prendo perciò le mosse da alcuni risultati stabiliti dal prof. Levi-Civita nella sua Memoria: *Sur le champ électromagnétique engendré par la translation uniforme d'une charge électrique parallèlement à un plan conducteur indéfini* (Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, III série, t. IV, a. 1902). Essi permettono infatti di formare i potenziali ritardati dovuti all'azione di ciascuna delle due masse m, m_1, e da essi le componenti in m_1 della forza elettrica dovuta ad m, e reciprocamente.

Però, mentre la espressione (1) della forza elettrica assegnata da Weber, dipende dal movimento di m, m_1 pel tramite soltanto delle loro velocità ed accelerazioni nell'istante considerato t, col mio procedimento si presenterà invece necessaria la conoscenza completa del movimento di m, m_1

[1] Cfr. ad es. Poincaré, *Électricité et Optique*, 2e édit. §§ 254-260, (Paris, a. 1901).

per un intero intervallo di tempo, poichè le componenti della forza elettrica risulteranno (§ 1) funzioni di un certo parametro $t - A\bar{r}$. Sviluppando però (§ 2) in serie di Taylor le funzioni di tale parametro e arrestando lo sviluppo ai termini di second'ordine in A, si può esprimere tutto (§ 3) mediante le sole velocità ed accelerazioni delle cariche m, m_1 nell'istante considerato t. Si ottengono così dei valori approssimati, che costituiscono l'espressione perfettamente legittima di una legge analoga a quella di Weber.

In tal modo si può riconoscere quanto differisca la legge proposta da Weber da quella esatta (a meno di termini in A^3), che le moderne teorie elettrodinamiche permettono di assegnare rigorosamente a posteriori.

In una Nota successiva studierò minutamente (§ 4) il caso di due cariche che si muovono rimanendo rigidamente collegate fra loro. Come già si osservò, secondo la legge di Weber la forza elettrica che si esercita fra le due cariche si ridurrebbe allora all'azione elettrostatica, mentre invece, come risulta dalle nostre formole generali, vi sono anche in questo caso dei termini complementari. Come applicazione tratterò (§ 5) il caso di una coppia di cariche uniformemente rotante attorno al punto medio; si troverà così che la forza elettrica diminuisce al crescere della velocità angolare, e per una velocità angolare convenientemente grande (un po' inferiore a quella della luce) la forza elettrica si annulla. Da ultimo estenderò (§ 6) questo risultato al caso in cui la rotazione avviene attorno ad un punto qualunque del segmento mm_1, anzichè attorno al punto medio.

1. Consideriamo un dielettrico indefinito, isotropo, impolarizzabile e in quiete. Supponiamo che in esso si abbiano due particelle mobili, elettrizzate, contenenti rispettivamente le quantità m, m_1 di elettricità. Se indichiamo con φ, ψ, χ le coordinate della carica m rispetto ad una terna di assi cartesiani ortogonali fissi, e con x, y, z quelle di m_1, saranno allora φ, ψ, χ ed x, y, z date funzioni del tempo t.

Ciò posto, cerchiamo il valore nel punto (potenziato) m_1 del potenziale elettrostatico ritardato F, e quello delle componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato, dovuti al punto (potenziante) m, mediante i quali si hanno le componenti della forza elettrica esercitata dalla carica m sul punto m_1.

Consideriamo perciò la funzione $\bar{r}$ definita dall'equazione:

$$(2)\qquad \bar{r}^2 = [x - \varphi(t - A\bar{r})]^2 + [y - \psi(t - A\bar{r})]^2 + [z - \chi(t - A\bar{r})]^2 ;$$

è chiaro intanto che $\bar{r}$ può considerarsi come la distanza del punto potenziato (x, y, z) dalla posizione occupata dal punto potenziante all'istante $t - A\bar{r}$.

Convenendo poi d'indicare in generale con un tratto sovrapposto $\bar{\ }$ il cambiamento, in una funzione $f(t)$, di t in $t - A\bar{r}$, cioè ponendo:

$$(3)\qquad \bar{f} = f(t - A\bar{r}),$$

potremo anche scrivere più semplicemente:

$$\overline{r}^2 = (x - \overline{\varphi})^2 + (y - \overline{\psi})^2 + (z - \overline{\chi})^2. \tag{2'}$$

Il valore, nel punto m_1, del potenziale elettrostatico ritardato, dovuto alla carica m, è allora [1]:

$$F = \frac{m m_1}{\overline{r} - A \overline{r} \overline{v} \cos(\overline{r}, \overline{v})} \tag{4}$$

nella quale $\overline{v}$ indica la velocità della carica m all'istante $t - A\overline{r}$, e si suppone $A\overline{v} < 1$, cioè che la velocità della carica m rimanga sempre inferiore alla velocità $\frac{1}{A}$ della luce, ed inoltre per direzione positiva di $\overline{r}$ è presa quella che va dalla posizione occupata da m all'istante $t - A\overline{r}$, al punto m_1 [2].

Trasformiamo l'espressione precedente di F.

Dalla (2') derivando rispetto a t, ritenendo però x, y, z costanti, si ha:

$$\overline{r}\,\overline{r}' = -[(x - \varphi)\,\overline{\varphi}' + (y - \psi)\,\overline{\psi}' + (z - \chi)\,\overline{\chi}'];$$

poichè $\overline{\varphi}', \overline{\psi}', \overline{\chi}'$ sono evidentemente le componenti della velocità $\overline{v}$, l'equazione precedente può anche scriversi:

$$\overline{r}\,\overline{r}' = -\overline{r}\,\overline{v} \cos(\overline{r}, \overline{v}),$$

quindi, sostituendo nella (4);

$$F = \frac{m m_1}{\overline{r} + A \overline{r}\,\overline{r}'}. \tag{5}$$

Si può ottenere la formola precedente anche partendo dall'espressione seguente del potenziale elettrostatico ritardato [3]:

$$F = m m_1 \left(\frac{1}{\overline{r}} - A \frac{d}{dA} \frac{1}{\overline{r}} \right),$$

che può anche scriversi:

$$F = m m_1 \left(\frac{1}{\overline{r}} + \frac{A}{\overline{r}^2} \frac{d\overline{r}}{dA} \right).$$

(1) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 19.

(2) Dalla (2) è facile ricavare:

$$\frac{d\overline{r}}{dx} = \frac{x - \overline{\varphi}}{\overline{r} - A \overline{r} \overline{v} \cos(\overline{r}, \overline{v})}$$

quindi si può anche porre F sotto la forma:

$$F = \frac{m m_1}{x - \overline{\varphi}} \frac{d\overline{r}}{dx} = \frac{m m_1}{y - \overline{\psi}} \frac{d\overline{r}}{dy} = \frac{m m_1}{z - \overline{\chi}} \frac{d\overline{r}}{dz}.$$

(3) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 20.

Calcoliamo perciò $\frac{d\bar{r}}{dA}$. Si ha, in generale, dalla (3) derivando:

$$\frac{d\bar{f}}{dA} = -\bar{f}' \frac{d(A\bar{r})}{dA} = -\bar{f}'\left(\bar{r} + A\frac{d\bar{r}}{dA}\right),$$

quindi, in particolare, per $\bar{f} = \bar{r}$:

$$\frac{d\bar{r}}{dA} = -\bar{r}'\left(\bar{r} + A\frac{d\bar{r}}{dA}\right),$$

da cui:

$$\frac{d\bar{r}}{dA} = -\frac{\bar{r}\bar{r}'}{1 + A\bar{r}'};$$

perciò sostituendo:

$$F = m m_1\left[\frac{1}{\bar{r}} - \frac{A\bar{r}'}{\bar{r}(1 + A\bar{r}')}\right] = \frac{m m_1}{\bar{r}(1 + A\bar{r}')},$$

espressione identica alla (5).

Essendo così noto il potenziale elettrostatico ritardato F, si hanno le componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato dalle formole (¹)

$$\text{(6)} \qquad U = A\bar{\varphi}' F, \; V = A\bar{\psi}' F, \; W = A\bar{\chi}' F.$$

E finalmente per le componenti X, Y, Z della forza elettrica esercitata dalla carica m, sul punto m_1, si ha:

$$\text{(7)} \qquad \begin{cases} X = -\dfrac{dF}{dx} - A\dfrac{dU}{dt} \\ Y = -\dfrac{dF}{dy} - A\dfrac{dV}{dt} \\ Z = -\dfrac{dF}{dz} - A\dfrac{dW}{dt} \end{cases}$$

dove però bisogna tener presente che le derivazioni di U, V, W rispetto a t vanno fatte ritenendo x, y, z costanti.

Le espressioni precedenti di X, Y, Z risultano piuttosto complicate. Noi ci accontenteremo però di espressioni approssimate di X, Y, Z, che saranno perciò naturalmente più semplici di quelle rigorose.

2. Cerchiamo l'espressione del potenziale elettrostatico e vettore ritardati nel caso in cui si ritengano trascurabili le potenze di A superiori alla seconda.

Sviluppando perciò il secondo membro della (3) colla formola di Taylor, arrestata (secondo il grado di approssimazione prestabilito) al termine in A^2,

(¹) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 18.

si ha:

$$(8)\qquad \bar{f} = f(t) - A\bar{r}\,f'(t) + \frac{1}{2}A^2\bar{r}^2 f''(t)$$

ed

$$(9)\qquad A\bar{f'} = Af'(t) - A^2\bar{r}\,f''(t).$$

Applichiamo questi sviluppi al caso in cui sia $\bar{f} = \bar{r}^2$; converrà però introdurre, per maggior chiarezza, una notazione. Indicando, in generale, con $u(\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z)$ una funzione generica, che dipende da t pel tramite degli argomenti $\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z$ porremo:

(a) $u' =$ derivata di u rispetto a t, ritenendo x, y, z costanti.

(b) $u^{\cdot} =$ " " " " φ, ψ, χ "

È chiaro che la derivata totale di u rispetto a t (cioè risguardando contemporaneamente $\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z$ come variabili) sarà data da:

$$(c)\qquad \frac{du}{dt} = u' + u^{\cdot}\ (^1),$$

e per la derivata seconda si avrà:

$$(d)\qquad \frac{d^2u}{dt^2} = u'' + 2u'^{\cdot} + u^{\cdot\cdot}.$$

Ciò posto, si ha dalle (8), (9) per $\bar{f} = \bar{r}^2$:

$$\bar{r}^2 = r^2 - A\bar{r}(r^2)' + \frac{1}{2}A^2\bar{r}^2(r^2)'',$$

$$A\overline{(r^2)'} = A(r^2)' - A^2\bar{r}(r^2)'',$$

ove

$$(2_1)\qquad r^2 = (x-\varphi)^2 + (y-\psi)^2 + (z-\chi)^2,$$

ed $(r^2)'$, $(r^2)''$ hanno il significato (a). Si può ancora scrivere:

$$(10)\qquad \bar{r}^2 = r^2 - 2A\bar{r}\,.\,r\,r' + A^2\bar{r}^2(r'^2 + r\,r''),$$

$$\frac{1}{2}A\overline{(r^2)'} = A\,\bar{r}\,\bar{r}' = A\,r\,r' - A^2\bar{r}(r'^2 + r\,r''),$$

quindi la (5) diventa:

$$(5')\qquad F = \frac{m\,m_1}{\bar{r} + A\,r\,r' - A^2\bar{r}(r'^2 + r\,r'')}$$

Osserviamo ora che dalla (10) si ha:

$$\bar{r}^2[1 - A^2(r'^2 + r\,r'')] + 2A\,r\,r'.\,\bar{r} - r^2 = 0;$$

(1) Per comodità tipografica scriviamo $u^{\cdot}$, anzichè, come trovasi in trattati inglesi, $\dot{u}$

risolvendo quest'equazione di secondo grado rispetto ad $\bar{r}$, si ha facilmente:

$$\bar{r} = \frac{-A r r' + r\sqrt{1 - A^2 r r''}}{1 - A^2(r'^2 + r r'')},$$

da cui:

$$\bar{r} - A^2 \bar{r}(r'^2 + r r'') + A r r' = r\sqrt{1 - A^2 r r''},$$

e sostituendo nella (5') si ha:

$$F = \frac{m m_1}{r\sqrt{1 - A^2 r r''}};$$

e siccome (omettendo naturalmente termini in A^3):

$$\frac{1}{\sqrt{1 - A^2 r r''}} = (1 - A^2 r r'')^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} A^2 r r'',$$

si ha ancora:

$$(5_1) \qquad F = \frac{m m_1}{r}\left(1 + \frac{1}{2} A^2 r r''\right).$$

Si può ottenere questa formola anche in questo modo:

Si ha dalle (8), (9) per $\bar{f} = \bar{r}$:

$$\bar{r} = r - A\bar{r}\, r' + \frac{1}{2} A^2 \bar{r}^2 r'',$$
$$A\bar{r}' = A r' - A^2 \bar{r} r'',$$

od ancora:

$$\bar{r} = r - A(r - A\bar{r} r') r' + \frac{1}{2} A^2 r^2 r'' = r - A r r' + A^2 r r'^2 + \frac{1}{2} A^2 r^2 r'',$$
$$A\bar{r}' = A r' - A^2 r r',$$

ne segue facilmente:

$$\bar{r} + A\bar{r}\bar{r}' = r - \frac{1}{2} A^2 r^2 r'',$$

e sostituendo nella (5):

$$F = \frac{m m_1}{r\left(1 - \frac{1}{2} A^2 r r''\right)} = \frac{m m_1}{r}\left(1 + \frac{1}{2} A^2 r r''\right),$$

che coincide colla (5_1).

Dopo ciò, le componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato si hanno dalle (6), dalle quali si deduce (sempre, ben inteso, a meno di termini in A^3):

$$(11) \qquad AU = A^2 \bar{\varphi}' F = \frac{m m_1}{r} A^2 \bar{\varphi}' = \frac{m m_1}{r} A^2 \varphi';$$

similmente:

$$\mathrm{AV} = \frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\,\psi' \;, \quad \mathrm{AW} = \frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\,\chi' .$$

3. Occupiamoci ora delle componenti X, Y, Z della forza elettrica. Esse sono date dalle (7) che possono ancora scriversi, atteso il significato (a):

$$\mathrm{X} = -\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{d}x} - \mathrm{AU}' \,,\; \mathrm{Y} = \ldots ,\; \mathrm{Z} = \ldots \tag{7'}$$

Ora si ha, dalla (5_1):

$$\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{d}x} = -\frac{m\,m_1}{r^2}\,\frac{x-\varphi}{r} + \frac{1}{2}\,m\,m_1\,\mathrm{A}^2\,\frac{\mathrm{d}r''}{\mathrm{d}x} ,$$

ed

$$\frac{\mathrm{d}r''}{\mathrm{d}x} = \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}x}\right)'' = \left(\frac{x-\varphi}{r}\right)'' = -\frac{\varphi''}{r} + 2\,\frac{\varphi' r'}{r^2} - (x-\varphi)\,\frac{r\,r'' - 2\,r'^2}{r^3};$$

e, dalla (11):

$$\mathrm{AU}' = \frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\,\varphi'' - \frac{m\,m_1}{r^2}\,\mathrm{A}^2\,\varphi' r' ,$$

quindi sostituendo nella (7') e riducendo:

$$\mathrm{X} = \frac{m\,m_1}{r^2}\left[1 + \frac{1}{2}\,\mathrm{A}^2\,(r\,r'' - 2\,r'^2)\right]\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\,\frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\,\varphi'' ; \tag{12}$$

espressioni analoghe si hanno per Y, Z.

Trasformiamo le espressioni ora ottenute in modo da far figurare il gruppo di termini $2r\,\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2$ che comparisce nell'espressione (1) della legge di Weber.

Si ha perciò, secondo le (c), (d):

$$2r\,\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 = 2r\,(r'' + 2\,r'^{\cdot} + r^{\cdot\cdot}) - (r' + r^{\cdot})^2 =$$
$$= (r\,r'' - 2\,r'^2) + r\,r'' + 4\,r\,r'^{\cdot} + 2\,r\,r^{\cdot\cdot} + r'^2 - r^{\cdot 2} - 2\,r' r^{\cdot},$$

e sostituendo nella (12):

$$\mathrm{X} = \frac{m\,m_1}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{2}\,\mathrm{A}^2\left[2r\,\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]\right\}\frac{x-\varphi}{r} + \tag{12'}$$
$$+ \frac{1}{2}\,\frac{m\,m_1}{r^2}\,\mathrm{A}^2\left[-(r'^2 + r\,r'') - 4\,r\,r'^{\cdot} - 2\,r\,r^{\cdot\cdot} + r^{\cdot 2} + 2\,r' r^{\cdot}\right]\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\,\frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\varphi''.$$

Dalla (2_1) si ha poi:

$$(13)\qquad \begin{cases} r\,r' = \dfrac{1}{2}\,(r^2)' = -\left[(x-\varphi)\,\varphi' + (y-\psi)\,\psi' + (z-\chi)\,\chi'\right]; \\ r'^2 + r\,r'' = (r\,r')' = (\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2) - \\ \qquad\qquad -\left[(x-\varphi)\,\varphi'' + (y-\psi)\,\psi'' + (z-\chi)\,\chi''\right]; \end{cases}$$

similmente:

$$(13')\qquad \begin{cases} r r^{\cdot} = (x-\varphi)\,x^{\cdot} + (y-\psi)\,y^{\cdot} + (z-\chi)\,z^{\cdot} \\ r^{\cdot 2} + r\,r^{\cdot\cdot} = (x^{\cdot 2} + y^{\cdot 2} + z^{\cdot 2}) + \\ \qquad\qquad + \left[(x-\varphi)\,x^{\cdot\cdot} + (y-\psi)\,y^{\cdot\cdot} + (z-\chi)\,z^{\cdot\cdot}\right]; \end{cases}$$

inoltre:

$$(13_1)\qquad (r r')^{\cdot} = r^{\cdot} r' + r r'^{\cdot} = -(x^{\cdot}\,\varphi' + y^{\cdot}\,\psi' + z^{\cdot}\,\chi').$$

Indicando poi con v, v_1; a, a_1 rispettivamente le velocità ed accelerazioni delle cariche m, m_1, si possono scrivere le (13) così:

$$(13'')\qquad \begin{cases} r' = -v\cos(r, v), \\ r'^2 + r\,r'' = v^2 - r\,a\cos(r, a), \end{cases}$$

ove la direzione positiva di r va da m ad m_1.

Analogamente dalle (13'):

$$r^{\cdot} = v_1\cos(r, v_1)$$
$$r^{\cdot 2} + r\,r^{\cdot\cdot} = v_1^2 + r\,a_1\cos(r, a_1),$$

da cui:

$$r\,r^{\cdot\cdot} = v_1^2 - v_1^2\cos^2(r, v_1) + r\,a_1\cos(r, a_1);$$

dalla (13_1) risulta poi:

$$r r'^{\cdot} = -r^{\cdot} r' - v\,v_1\cos(v, v_1) = v\,v_1\cos(r, v)\cos(r, v_1) - v\,v_1\cos(v, v_1).$$

Sostituendo nella (12'), e ricordando la (1), risulta:

$$(14)\qquad \mathrm{X} = \Phi\,\frac{x-\varphi}{r} + \frac{1}{2}\,m\,m_1\,\mathrm{A}^2\left[v_1^2 - v^2 - 3\,v_1^2\,\mathrm{sen}^2(r, v_1) - \right.$$
$$- 6\,v\,v_1\cos(r, v)\cos(r, v_1) + 4\,v\,v_1\cos(v, v_1) + r\,a\cos(r, a) -$$
$$\left. - 2\,r\,a_1\cos(r, a_1)\right]\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\,\frac{m\,m_1}{r}\,\mathrm{A}^2\,\varphi''$$

e formole analoghe si hanno per Y, Z.

Per ottenere invece le componenti $\mathrm{X}_1, \mathrm{Y}_1, \mathrm{Z}_1$ della forza elettrica esercitata dalla carica m_1 sul punto m, bisogna evidentemente partire, invece che dalla (2), dalla seguente:

$$\bar{r}^2 = [x(t - \mathrm{A}\bar{r}) - \varphi]^2 + [y(t - \mathrm{A}\bar{r}) - \psi]^2 + [z(t - \mathrm{A}\bar{r}) - \chi]^2,$$

e procedendo come sopra, si ottiene invece della (14), la seguente:

$$(14_1) \quad \mathrm{X}_1 = \Phi \frac{\varphi - x}{r} + \frac{1}{2} m m_1 \mathrm{A}^2 [v^2 - v_1^2 - 3 v^2 \operatorname{sen}^2(r, v) -$$

$$- 6 v v_1 \cos(r, v) \cos(r, v_1) + 4 v v_1 \cos(v, v_1) - r a_1 \cos(r, a_1) +$$

$$+ 2 r a \cos(r, a)] \frac{\varphi - x}{r} - \frac{1}{2} \frac{m m_1}{r} \mathrm{A}^2 x''$$

la direzione positiva di r essendo sempre quella che va da m ad m_1; formole analoghe si hanno per Y_1, Z_1.

Le (14), (14_1) e analoghe sono le formole cercate. Come si vede, in esse non figurano che elementi dipendenti dalle velocità ed accelerazioni delle due cariche all'istante t. Risulta ancora da queste formole che il vettore $(\mathrm{X}_1, \mathrm{Y}_1, \mathrm{Z}_1)$ non è, in generale, eguale e contrario al vettore $(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, \mathrm{Z})$, cioè che la reazione non è, in generale, eguale e contraria all'azione.

Chimica. — *Sulla riduzione elettrolitica delle soluzioni acide di anidride molibdica e su alcuni composti del trirocloruro di molibdeno* [1]. Nota I di A. Chilesotti, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

Nelle ricerche, di cui sono qui riferiti alcuni risultati, si studiarono i prodotti della riduzione elettrolitica di soluzioni acide di anidride molibdica.

Le analogie esistenti tra il cromo ed il molibdeno ed i vantaggi che la corrente elettrica presenta sugli altri mezzi di riduzione, lasciavano sperare di poter arrivare a composti corrispondenti ai gradi inferiori di ossidazione del molibdeno, ancora poco o punto noti.

Limitati sono pure i dati che noi abbiamo intorno all'azione della corrente elettrica sulle soluzioni di molibdeno.

Molti anni fa Smith ha ottenuto per elettrolisi dei molibdati un precipitato bruno, che aderiva bene al catodo di platino e che fu da lui ritenuto sesquiossido idrato di molibdeno. In base a questo fatto egli propose anzi un metodo elettrolitico per la determinazione quantitativa del molibdeno.

[1] Lavoro eseguito nel laboratorio di elettrochimica del R. Museo industriale italiano in Torino.