ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCC.

1903

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1903

alla formola

$$\begin{matrix} CH_2O_2 \\ (CH_5O)^2 \end{matrix} C_6H - C_3H_5(OH)^2.$$

Dà un composto di addizione coll'isocianato di fenile ed un derivato dibenzoilico che finora non si è riusciti a depurare completamente, perchè il primo è uno sciroppo che indurisce lentamente, ed il secondo è mescolato col derivato monobenzoilico.

Coll'acetato mercurico dà un composto che cristallizza in laminette bianche, insolubili nell'acqua, fusibili con decomposizione a 174° cominciando a rammollire a 160°, e che ha la composizione espressa dalla formola

$$\begin{matrix} CH_2O_2 \\ (CH_3O)^2 \end{matrix} C_6 < \begin{matrix} H_gC_2H_3O_2 , H_gC_2H_3O_2 \\ C_3H_5(OH)^2 \end{matrix}$$

Continueremo nel prossimo anno accademico queste ricerche estendendole all'asarone ed altri terpeni come il limonene e fellandrene e da saggi fatti avendoci alcuni alcaloidi come la stricnina e la chinina ridotto l'acetato mercurico a mercuroso ed a mercurio libero ci rimane aperto un campo di studio che man mano percorreremo.

Matematica. — *Ordine della varietà rappresentata coll'annullare tutti i minori di dato ordine estratti da una data matrice di forme.* Nota di GIOVANNI ZENO GIAMBELLI, presentata dal Socio C. SEGRE.

In una importante Nota di questi Rendiconti [1] il prof. Segre, per mezzo di una formola dello Schubert sul problema della correlazione negli iperspazi [2], ha determinato l'ordine della varietà rappresentata coll'annullare tutti i minori di dato ordine, estratti da una data matrice generica, nel caso particolare in cui gli elementi della detta matrice siano forme tutte del medesimo ordine. Nella medesima Nota il prof. Segre, servendosi di un'altra formola dello Schubert [3], risolve anche la stessa quistione per un determinante simmetrico. Siccome poi in questi Rendiconti vi

[1] *Gli ordini delle varietà che annullano i determinanti dei diversi gradi estratti da una data matrice*, Rend. R. Acc. Lincei, (5), 9, 1900.

[2] Tale formola fu solo enunciata dallo Schubert, *Correlative Verwandtschaft in n Dimensionen*, Jahresber. der Deutsch. Math. Verein, 4, 1894-95. La dimostrazione si trova in G. Z. Giambelli, *Il problema della correlazione negli iperspazi*, Mem. R. Istituto Lombardo, (3), 10, 1903.

[3] *Allgemeine Anzahlfunctionen für Kegelschnitte, Flächen und Räume zweiten Grades in n Dimensionen*, Math. Annalen, 45, 1894.

è pure una formola del prof. Palatini [1] sullo stesso problema rispetto ad un determinante emisimmetrico, mi pare opportuno enunciare qui una formola, la quale risolve la stessa quistione per una matrice generica di forme nel caso più generale possibile. Perchè questo problema per la sua generalità è tale da non potersi dedurre dalle formole di Geometria Numerativa finora note, non si potrà esporre una dimostrazione del risultato da me ottenuto senza sorpassare il limite imposto alle Note di questi Rendiconti. Tale dimostrazione si troverà invece il prossimo novembre negli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.

Il mio risultato è il seguente:

L'ordine della varietà di dimensione $d-(m-c+1)(n-c+1)$ *rappresentata coll'assegnare la caratteristica* c $(0 \leq c \leq \min(m,n))$ *alla matrice generica* $\|a_{ik}\|$ $(i=0,1,\dots,m;\ k=0,1,\dots,n)$, *in cui le* a_{ik} *sono forme di ordine* p_i+q_k *(essendo* p_i, q_k *numeri interi positivi arbitrari, in parte anche nulli) nelle* $x_0, x_1, \dots, x_d$ $(d \geq (m-c+1)(n-c+1))$, *è uguale a*

$$
\text{(I)} \qquad \frac{1}{\mathrm{P}\cdot\mathrm{Q}}\,\Sigma_{hh'}
\begin{vmatrix}
1 & 1 & \dots & 1 \\
p_0 & p_1 & \dots & p_m \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
p_0^{c-1} & p_1^{c-1} & \dots & p_m^{c-1} \\
p_0^{h_0} & p_1^{h_0} & \dots & p_m^{h_0} \\
p_0^{h_1} & p_1^{h_1} & \dots & p_m^{h_1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
p_0^{h_{m-c}} & p_1^{h_{m-c}} & \dots & p_m^{h_{m-c}}
\end{vmatrix}
\cdot
\begin{vmatrix}
1 & 1 & \dots & 1 \\
q_0 & q_1 & \dots & q_n \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
q_0^{c-1} & q_1^{c-1} & \dots & q_n^{c-1} \\
q_0^{h'_0} & q_1^{h'_0} & \dots & q_n^{h'_0} \\
q_0^{h'_1} & q_1^{h'_1} & \dots & q_n^{h'_1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
q_0^{h'_{n-c}} & q_1^{h'_{n-c}} & \dots & q_n^{h'_{n-c}}
\end{vmatrix},
$$

dove per brevità si è posto

$$
\mathrm{P} = \begin{vmatrix}
1 & 1 & \dots & 1 \\
p_0 & p_1 & \dots & p_m \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
p_0^m & p_1^m & \dots & p_m^m
\end{vmatrix}
\qquad
\mathrm{Q} = \begin{vmatrix}
1 & 1 & \dots & 1 \\
q_0 & q_1 & \dots & q_n \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
q_0^n & q_1^n & \dots & q_n^n
\end{vmatrix}
$$

e dove inoltre la sommatoria è estesa a tutti i valori delle h *e delle* h', *per cui*

1°) $c \leq h_0 < h_1 < \dots < h_{m-c}$, $c \leq h'_0 < h'_1 < \dots < h'_{n-c}$;

2°) $h_0, h_1, \dots, h_{m-c}, h'_0, h'_1, \dots, h'_{n-c}$

è una qualunque permutazione dei numeri $c, c+1, \dots, m+n-c+1$.

(1) *L'ordine della varietà che annulla i subdeterminanti di un dato grado di un determinante emisimmetrico*, Rend. R. Acc. Lincei, (5), 11, 1902.

Per la prima proposizione del § 6 di una mia Nota [1] si trae:

La formola (I) *è identicamente uguale al determinante di* $(m+n-2c+2)^{simo}$ *ordine, nel quale gli elementi della colonna* $(i+1)^{sima}$ $(i=0, 1, \dots, m+n-2c+1)$ *sono*

$$(-1)^i s_i, (-1)^{i-1} s_{i-1}, \dots, (-1)^{i-n+c} s_{i-n+c}, t_i, t_{i-1}, \dots, t_{i-m+c},$$

ove per brevità si è posto

$$s_0 = 1, \quad s_i = \Sigma_i p_0 p_1 \dots p_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, m+1),$$
$$t_0 = 1, \quad t_i = \Sigma_i q_0 q_1 \dots q_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, n+1),$$

e dove inoltre si attribuisce il valore zero alle s_i *d'indice negativo, oppure maggiore di* $m+1$, *ed alle* t_i *d'indice negativo, oppure maggiore di* $n+1$.

Tale risultato, posto così sotto forma di determinante, assume in un certo senso un aspetto più semplice della formola (I). Non occorre poi osservare che la formola (I) è anche identicamente uguale al determinante di $(m+n-2c+2)^{simo}$ ordine, nel quale gli elementi della colonna $(i+1)^{sima}$ $(i=0, 1, \dots, m+n-2c+1)$ sono

$$(-1)^i t_i, (-1)^{i-1} t_{i-1}, \dots, (-1)^{i-m+c} t_{i-m+c}, s_i, s_{i-1}, \dots, s_{i-n+c},$$

ove si deve tener conto delle precedenti notazioni. Nella Nota della R. Acc. di Torino enuncierò altre formole equivalenti alla (I).

Due notevoli casi particolari di questo problema, che in sostanza equivalgono ad uno solo, si ottengono supponendo nulle tutte le q, oppure nulle tutte le p. In tal caso la formola (I) diventa rispettivamente:

$$\text{(II)} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ p_0 & p_1 & \dots & p_m \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_0^{c-1} & p_1^{c-1} & \dots & p_m^{c-1} \\ p_0^{n+1} & p_1^{n+1} & \dots & p_m^{n+1} \\ p_0^{n+2} & p_1^{n+2} & \dots & p_m^{n+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_0^{m+n-c+1} & p_1^{m+n-c+1} & \dots & p_m^{m+n-c+1} \end{vmatrix} : \mathrm{P},$$

$$\text{(III)} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ q_0 & q_1 & \dots & q_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_0^{c-1} & q_1^{c-1} & \dots & q_n^{c-1} \\ q_0^{m+1} & q_1^{m+1} & \dots & q_n^{m+1} \\ q_0^{m+2} & q_1^{m+2} & \dots & q_n^{m+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_0^{m+n-c+1} & q_1^{m+n-c+1} & \dots & q_n^{m+n-c+1} \end{vmatrix} : \mathrm{Q}.$$

(1) *Alcune proprietà delle funzioni simmetriche caratteristiche,* Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, 38, 1903.

Queste due formole, per quanto si è detto sopra, si possono rispettivamente così scrivere sotto forma di determinante:

$$(\mathrm{II}')\quad \begin{vmatrix} s_{m-c+1} & s_{m-c+2} & \cdots & s_{m+n-2c+1} \\ s_{m-c} & s_{m-c+1} & \cdots & s_{m+n-2c} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{m-n+1} & s_{m-n+2} & \cdots & s_{m-c+1} \end{vmatrix}, \qquad (\mathrm{III}')\quad \begin{vmatrix} t_{n-c+1} & t_{n-c+2} & \cdots & t_{n+m-2c+1} \\ t_{n-c} & t_{n-c+1} & \cdots & t_{n+m-2c} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{n-m+1} & t_{n-m+2} & \cdots & t_{n-c+1} \end{vmatrix},$$

ove valgono sempre le precedenti notazioni.

La citata formola del prof. Segre si ottiene, come caso particolare dalle formole precedenti, supponendo uguali tra loro le p nelle (II), (II′), oppure uguali tra loro le q nelle (III), (III′).

Infine la (I) nel caso particolare $c = \min(m, n)$ costituisce una formola dovuta a S. Roberts (1).

Per le applicazioni geometriche di cui sono suscettibili le mie formole, come pure rispetto a quistioni analoghe a questo problema, rimando alla mia citata Nota da pubblicarsi negli Atti dell'Accademia di Torino.

Fisica. — *I raggi ultravioletti e l'isomeria stereochimica* (2)

Nota del dott. R. Magini, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

1. Le ipotesi sulla configurazione nello spazio delle combinazioni del carbonio hanno condotto ad ammettere e riconoscere l'esistenza di composti isomeri corrispondenti ad una stessa formola di costituzione, facilmente trasformabili gli uni negli altri ed aventi proprietà fisiche e chimiche eguali o quasi eguali. Una tale isomeria, delicata e sottile, è spiegabile e rappresentabile soltanto se messa in relazione colla disposizione relativa nello spazio degli atomi o dei gruppi atomici componenti la molecola.

Un esempio, anzi il più semplice, si ha quando un atomo di carbonio è *asimmetrico*, cioè unito a quattro atomi o gruppi di atomi tutti differenti fra loro; allora, nonostante che sia possibile una sola formola di costituzione e che non sia quindi concepibile una isomeria originata da una differente costituzione, possono esistere due diversi prodotti tetrasostituiti, rappresentabili sotto la forma di due tetraedri irregolari simmetrici rispetto a un piano e quindi non sovrapponibili. È noto che in tal caso, dipendentemente dal senso

(1) *Sur l'ordre des conditions de la coexistence des équations algébriques à plusieurs variables*, Journ. für Math., 67, 1867.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della Università di Pisa.