ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCC.

1903

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1903

Meccanica. — *Sul moto d'un sistema olonomo di corpi rigidi.* Nota II[1] del dott. M. Contarini, presentata dal Socio V. Volterra.

7. Nella Nota precedente ho stabilito che all'identità

$$(10)\qquad \mathrm{P}_{hi} \equiv \mathrm{P}_{kj}\,,$$

esprimente che un punto P_{hi} appartenente a C_h coincide costantemente con un punto P_{kj} di C_k, corrispondono i due sistemi di equazioni:

$$(11)\qquad \xi_{kj} - \xi_{hi} = 0\,;\ \text{ecc.};$$

$$(11')\qquad \delta\xi_{kj} - \delta\xi_{hi} = 0\,;\ \text{ecc.};$$

le quali, in virtù rispettivamente delle (1') e delle (3), prendono la forma:

$$(11_1)\qquad \xi_{k0} - \xi_{h0} = a_{hi} - a_{kj}\,;\ \text{ecc.}$$

$$(12)\qquad \delta\xi_{k0} - \delta\xi_{h0} + \delta\chi_k\, c_{kj} - \delta\chi_h\, c_{hi} - \delta\varrho_k\, b_{kj} + \delta\varrho_h\, b_{hi} = 0\,;\ \text{ecc.}$$

Poichè le (12) sono indipendenti fra loro [2], possiamo asserire che l'esistenza d'un solo punto comune a due corpi toglie al sistema *tre* gradi di libertà.

Supponiamo ora che i due corpi abbiano un secondo punto comune (nel qual caso il sistema perde *cinque* gradi di libertà) e sia:

$$(10')\qquad \mathrm{P}_{hi'} \equiv \mathrm{P}_{kj'}\,,$$

Intanto fra i coseni direttori u, v, w del vettore $\mathrm{P}_{hi}\,\mathrm{P}_{hi'} \equiv \mathrm{P}_{kj}\,\mathrm{P}_{kj'}$, le coordinate $\xi_{hi} = \xi_{kj}, \ldots, \zeta_{hi'} = \zeta_{kj'}$ dei suoi punti estremi (tutti riferiti al sistema $\Omega(\xi\,\eta\,\zeta)$) e la sua lunghezza l, passano le relazioni

$$(13)\qquad lu = \xi_{hi'} - \xi_{hi} = \xi_{kj'} - \xi_{kj}\ ;\ lv = \text{ecc.};$$

e quindi per le (1) valgono le eguaglianze

$$(14)\qquad lu = a_{hi'} - a_{hi} = a_{kj'} - a_{kj}\ ;\ lv = \text{ecc.}$$

Ora dalle tre equazioni

$$\delta\xi_{k0} - \delta\xi_{h0} + \delta\chi_k\, c_{kj'} - \delta\chi_k\, c_{hi'} - \delta\varrho_k\, b_{kj'} + \delta\varrho_h\, b_{hi'} = 0\,,\ \text{ecc.},$$

che corrispondono all'identità (10'), è lecito sottrarre ordinatamente le (12),

(1) V. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1° sem. 1903, pag. 507.

(2) Infatti, considerando come incognite tutte le quantità sotto il simbolo δ, si trova che non tutti i minori di 3° ordine della matrice che ha per elementi i coefficienti delle incognite sono identicamente nulli: per esempio i minori formati coi coefficienti di $\delta\xi_{h0}, \delta\eta_{h0}, \delta\zeta_{h0}$, oppure di $\delta\xi_{k0}, \delta\eta_{k0}, \delta\zeta_{k0}$ sono eguali all'unità.

con le quali esse devono coesistere; e in virtù delle (14) le differenze si possono mettere sotto la forma

$$(\delta\chi_k - \delta\chi_h)\, lw = (\delta\varrho_k - \delta\varrho_h)\, lv\ ;\ \text{ecc.}:$$

o anche, dividendole ordinatamente per lvw, lwu, luv, sotto la forma:

$$\frac{\delta\pi_k - \delta\pi_h}{u} = \frac{\delta\chi_k - \delta\chi_h}{v} = \frac{\delta\varrho_k - \delta\varrho_h}{w}\,. \tag{12'}$$

Da queste, chiamando con $\varDelta\vartheta$ il valore comune delle tre frazioni, abbiamo:

$$\delta\pi_k = \delta\pi_h + u\varDelta\vartheta\ ;\ \delta\chi_k = \text{ecc.} \tag{15}$$

e quindi le (12), tenuto conto anche delle (11_1), diventano

$$\delta\xi_{k0} - \delta\xi_{h0} = \delta\chi_h(\zeta_{k0} - \zeta_{h0}) - \delta\varrho_h(\eta_{k0} - \eta_{h0}) + \varDelta\vartheta\,(b_{kj}\,w - c_{kj}\,v)\ ;\ \text{ecc.} \tag{16}$$

È importante osservare che queste equazioni non dipendono effettivamente dalle coordinate del secondo punto comune ai due corpi, ma soltanto *dalla direzione della retta* determinata dai due punti: infatti queste coordinate potrebbero al più essere contenute nei coseni direttori u, v, w, come apparisce dalle equazioni (13); ma se i coseni direttori della retta riferiti agli assi solidali rispettivamente con C_h, C_k sono u_h, v_h, w_h, u_k, v_k, w_k, abbiamo le sei relazioni

$$lu_h = x_{hi'} - x_{hi'}\,, \ldots, lw_k = z_{kj'} - z_{kj}\ ;$$

e quindi le (14), ricordando le posizioni (a) (I Nota), danno per i coseni le espressioni

$$u = \alpha_{h1}\, u_h + \alpha_{h2}\, v_h + \alpha_{h3}\, w_h = \alpha_{k1}\, u_k + \alpha_{k2}\, v_k + \alpha_{k3}\, w_k\ ;\ v = \text{ecc.} \tag{17}$$

È ovvio che i due corpi non hanno in comune soltanto i due punti ricordati, ma tutti i loro punti materiali eventualmente situati sulla retta $P_{hi}\,P_{hi'} \equiv P_{kj}\,P_{kj'}$. Riassumendo possiamo dunque dire che « se esiste un solo punto $P_{hi} \equiv P_{kj}$ comune ai due corpi C_h, C_k, le equazioni dei legami prendono la forma (12); se invece esiste in comune una retta passante per $P_{hi} \equiv P_{kj}$ e di coseni direttori u, v, w, le equazioni dei legami prendono la forma (15), (16): a queste equazioni si intendono sempre associate le (11_1) e nel secondo caso anche le (17) » [1].

[1] Il sistema (15), (16) comprende effettivamente *sei* equazioni distinte; ma siccome vi comparisce la nuova arbitraria $\varDelta\vartheta$, esso toglie al sistema di corpi *cinque soli* gradi di libertà.

Sarebbe poi da osservare che oltre alle (11_1), corrispondenti all'identità (10), esistono altre tre equazioni analoghe corrispondenti alle (10'); ma da queste è lecito sottrarre

8. D'ora in poi supporrò che fra i corpi del sistema esistano soltanto legami della specie considerata; anzi un caso particolare di questi legami, per il quale il sistema si riduce a una *catena* di corpi rigidi. Supporrò cioè che, dati i corpi C_h in un certo ordine, definito dalla successione dei valori attribuiti all'indice h, ciascuno d'essi, escluso l'ultimo, sia legato *almeno* per un punto d'indice $i=1$ al punto d'indice $i=0$ del corpo successivo.

In tale ipotesi per le identità

$$(10'') \qquad P_{r1} \equiv P_{r+1\,0} \qquad (r=1\,,2\,,\ldots h\,,\ldots\,,n-1)$$

esistono due sistemi ciascuno di $3(n-1)$ equazioni analoghe alle (11) e (11′), il cui sviluppo si ottiene direttamente dalle (11_1), (12) ponendovi:

$$h=r\;,\;k=r+1\;\;,\;i=2\;\;,\;j=0.$$

Con tale sostituzione, osservando che per le (1′) è

$$a_{k0}=b_{k0}=c_{k0}=0 \qquad (k \text{ qualunque})$$

e facendo le posizioni

$$(g) \qquad a^{(ri)}=\delta\chi_r\,c_{ri}-\delta\varrho_r\,b_{ri}\;\;;\;b^{(ri)}=\text{ecc.}\ (^1),$$

le (11_1) e le (12) danno rispettivamente le equazioni

$$\left.\begin{array}{ll}(18) & \xi_{r+1\,0}-\xi_{r0}=a_{r1}\;;\;\text{ecc.}\\ (18') & \delta\xi_{r+1\,0}-\delta\xi_{r0}=a^{(r1)}\;;\;\text{ecc.}\end{array}\right\}(r-1\,,\ldots,h\,,\ldots n-1).$$

Da queste equazioni, sommate rispetto ad r da h a $k-1$ $(k>h)$, si ottengono i sistemi equivalenti

$$\left.\begin{array}{ll}(18_1) & \xi_{k0}-\xi_{h0}=\sum_h^{k-1}{}_r\,a_{r1}\;;\;\text{ecc.}\\ (18'_1) & \delta\xi_{k0}-\delta\xi_{k0}=\sum_h^{k-1}{}_r\,a^{(r1)}\;;\;\text{ecc.}\end{array}\right\}\begin{pmatrix}k>h\\ h=1\,,2\,,\ldots,n-1\end{pmatrix};$$

---

ordinatamente le (11_1); e le differenze che si ottengono

$$a_{hi'}-a_{kj'}-a_{hi}+a_{kj}=0,\ \text{ecc.}$$

messe sotto la forma

$$a_{hi'}-a_{hi}=a_{kj'}-a_{kj}\;;\text{ecc.}$$

sono implicitamente comprese nelle (14), ossia nelle (17) delle quali appunto s'è fatta menzione.

(1) Si intende bene che i simboli $a^{(ri)},\ldots$, definiti dalle (g) e introdotti per analogia di scrittura, non hanno nulla di comune coi simboli $a^{(uh)},\ldots$ definiti dalle (e) (I Nota), dei quali non avrò più occasione di occuparmi.

e in particolare per $h=1$

$$(18_2)\qquad \xi_{k0}=\xi_{10}+\sum_1^{k-1}{}_r\, a_{r1}\ ;\ \text{ecc.}$$

$$(18_2')\qquad \delta\xi_{k0}=\delta\xi_{10}+\sum_1^{k-1}{}_r\, a^{(r1)}\ ;\ \text{ecc.}\qquad (k=2,\dots,n).$$

Così sono messe in evidenza come eventualmente arbitrarie le traslazioni del primo corpo: volendo invece fare qualche ipotesi speciale sulle traslazioni d'un corpo generico C_q, basta sottrarre da ciascuna delle (18_2) e $(18_2')$ quella che corrisponde all'indice $k=q$: così appunto facendo e cambiando poi l'indice k in h, si ottiene il sistema

$$(18_3)\qquad \xi_{h0}=\xi_{q0}+\sum_1^{h-1}{}_r\, a_{r1}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a_{r1}\ ;\ \eta_{h0}=\text{ecc.}$$

$$(18_3')\qquad \delta\xi_{h0}=\delta\xi_{q0}+\sum_1^{h-1}{}_r\, a^{(r1)}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)}\ ;\ \delta\eta_{h0}=\text{ecc.}$$

$$(h=2,3,\dots,n)\ (^1)$$

al quale si devono aggiungere le equazioni

$$(18_4)\qquad \xi_{10}=\xi_{q0}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a_{r1}\ ;\ \eta_{10}=\text{ecc.}\,,$$

$$(18_4')\qquad \delta\xi_{10}=\delta\xi_{q0}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)}\ ;\ \delta\eta_{10}=\text{ecc.}\,,$$

ottenute direttamente dalle (18_2), $(18_2')$, ponendovi $k=q$.

Valendomi ora della regola enunciata al n. 5 (Nota I), trasformo subito la equazione simbolica (7) tenendo conto dei legami $(10'')$ e senza curarmi di altri vincoli eventualmente aggiunti; di tutte le equazioni effettive $(18')$, $(18_1')$, ... corrispondenti alle condizioni $(10'')$, considero le $(18_3')$, $(18_4')$ che sono le più generali. Sostituendo alle traslazioni virtuali i valori dati da queste equazioni la (7) diventa:

$$\sum_1^n{}_h(X_h\,\delta\xi_{h0}+X^{(h)}\,\delta\pi_h+\text{ecc.})=X_1\left(\delta\xi_{q0}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)}\right)+X^{(1)}\,\delta\pi_1+\text{ecc.}+$$

$$+\sum_2^n{}_h\left(X_h\left[\delta\xi_{q0}+\sum_1^{h-1}{}_r\, a^{(r1)}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)}\right]+X^{(h)}\,\delta\pi_h+\text{ecc.}\right)=$$

$$=\delta\xi_{q0}\sum_1^n{}_h X_h+\sum_2^n{}_h X_h\sum_1^{h-1}{}_r\, a^{(r1)}-\sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)}\sum_1^n{}_h X_h+\sum_1^n{}_h X^{(h)}\,\delta\pi_h+\text{ecc.}=0.$$

(1) A rigore dovrebbe essere escluso il valore q dell'indice h; ma le equazioni corrispondenti a questo valore sono sempre esatte riducendosi alle identità

$$\xi_{q0}=\xi_{q0},\dots,\ \delta\zeta_{q0}=\delta\zeta_{q0}.$$

E siccome la seconda di queste somme si può trasformare così:

$$\sum_2^n {}_h X_h \sum_1^{h-1} a^{(r1)} = \sum_1^{n-1} {}_t\, a^{(t1)} \sum_{t+1}^{n} {}_\tau X_\tau \ \text{[1]},$$

sostituendo al simbolo $a^{(r1)}$ il suo valore (g), scrivendo tutti i termini omessi (che si possono dedurre da quelli già scritti permutando circolarmente le terne di lettere X, Y, Z ; ξ, η, ζ ; π, χ, ϱ), e raccogliendo a fattori comuni $\delta\pi_1, \dots, \delta\varrho_n$, si arriva all'equazione simbolica trasformata:

$$(19)\quad \begin{cases} A\delta\xi_{q0} + B\delta\eta_{q0} + C\delta\zeta_{q0} + \sum_1^{q-1} {}_r (A_r\, \delta\pi_r + B_r\, \delta\chi_r + C_r\, \delta\varrho_r) + \\ \qquad + \sum_q^n {}_s (H_s\, \delta\pi_s + K_s\, \delta\chi_s + L_s\, \delta\varrho_s) = 0 ; \end{cases}$$

nella quale ho posto per brevità:

$$(h)\qquad A = \sum_1^n {}_h X_h ; \text{ ecc.}$$

$$(i)\qquad \Big\{ A_r = \sum_1^r {}_t (c_{r1}\, Y_t - b_{r1}\, Z_t) + X^{(r)} ; \text{ ecc.} \qquad (r = 1, 2, \dots, q-1)$$

$$(j)\qquad \Big\{ H_s = \sum_{s+1}^n {}_\tau (b_{s1}\, Z_\tau - c_{s1}\, Y_\tau) + V^{(s)} ; \text{ ecc.} \qquad (s = q, q+1, \dots, n-1)$$

$$(j')\qquad H_n = X^{(n)} ; \text{ ecc.}$$

Tutti gli altri coefficienti si ottengono da questi permutando circolarmente le terne di lettere A, B, C ; H, K, L ; X, Y, Z ; a, b, c. *A queste posizioni si intendono associate le posizioni* (a), (b).

In particolare se $q = 1$ vengono a mancare i coefficienti A_r, B_r, C_r e la equazione (19) diventa identica alla (7) della Nota testè citata (pp. 385-6), come del resto era facilmente prevedibile.

9. Per quanto ho stabilito in principio del numero precedente, le ulteriori condizioni eventualmente imposte alla *catena* sono sempre del tipo (10), cioè sono rappresentate da equazioni analoghe alle (12) oppure alle (15), (16). Resta a vedere come queste equazioni siano trasformate in virtù delle condizioni (10″), dalle quali oramai non si può più prescindere.

Se due corpi non *consecutivi* C_h, C_k hanno in comune il punto $P_{hi} \equiv P_{kj}$ valgono le (12): ma esistono sempre le (18′₁) le quali nel caso presente di

[1] V. un calcolo analogo nella I Nota: *Sul problema fondamentale della sismografia*, pag. 384.

$k > h + 1$ si possono anche scrivere

$$\delta\xi_{k0} - \delta\xi_{h0} = a^{(h1)} + \sum_{h+1}^{k-1}{}_r\, a^{(r1)}\ ;\ \text{ecc.,} \tag{20}$$

e quindi le (12), ricordando le posizioni (g), diventano

$$a^{(h1)} - a^{(hi)} + \sum_{h+1}^{k-1} a^{(r1)} + a^{(kj)} = 0\ ;\ \text{ecc.} \tag{21}$$

Se invece i due corpi *non consecutivi* C_h, C_k, hanno in comune la retta di coseni u, v, w, passante per $P_{hi} \equiv P_{kj}$, valgono le equazioni (15) e (16) ossia le equazioni (15) e le

$$\delta\chi_h\, c - \delta\varrho_h\, b + \sum_{h+1}^{k-1}{}_r\, a^{(r1)} = \varDelta\vartheta\,(b_{ki}\, w - c_{kj}\, v)\ ;\ \text{ecc.,} \tag{22}$$

ottenute confrontando le (16) con le (20) e facendo le posizioni

$$a = a_{h1} + \xi_{h0} - \xi_{k0}\ ;\ b = \text{ecc.};$$

è da notare che per le (18_1) risulta

$$a = -\sum_{h+1}^{k-1} a_{r1}\,,\ b = -\sum_{h+1}^{k-1} b_{r1}\,,\ c = -\sum_{h+1}^{k-1} c_{r1}\,. \tag{k}$$

Infine se due corpi *consecutivi* C_h, C_{h+1} hanno in comune una retta, questa deve passare per il punto $P_{h1} \equiv P_{h+1}$, che per le ($10''$) è sempre comune ai due corpi: ma poichè dell' esistenza di questo punto comune si è già tenuto conto portando la equazione simbolica dei lavori virtuali dalla forma (7) alla (19), basta tener presenti soltanto le (15), ridotte nel caso presente a

$$\delta\pi_{h+1} = \delta\pi_h + u\,\varDelta\vartheta\ ;\ \delta\chi_{h+1} = \text{ecc.} \tag{23}$$

Insieme con le equazioni finora esaminate si trasformano anche le equazioni in termini finiti che a quelle sono sempre associate: così p. e. nel caso d' un punto o d' una retta comuni ai corpi C_h, C_k ($k > h + 1$) valgono le (11_1), che confrontate con le (18_1) danno:

$$a_{h1} - a_{hi} + \sum_{h+1}^{k-1}{}_r\, a_{r1} + a_{kj} = 0\ ;\ \text{ecc.} \tag{21_1}$$

Nel caso d' una retta comune agli stessi corpi a questa si intendono associate le (17), e nel caso d'una retta comune ai due corpi consecutivi C_h, C_{h+1}, valgono ancora le (17) ridotte alla forma

$$(23_1) \qquad u = \alpha_{h1} u_h + \cdots = \alpha_{h+1\,1} u_{h+1} + \text{ecc.} \; ; \; v = \text{ecc.}$$

Si dovrebbe ora trasformare ulteriormente la (19), tenendo conto dei nuovi legami; e cioè sostituire alle caratteristiche $\delta\pi_h, \ldots, \delta\varrho_k$ i valori ottenuti risolvendo, secondo i casi, le equazioni (21) o le (22) e (15), o le (23). Ma le equazioni (15) e (23) si possono ritenere già risolute; quanto alla risoluzione delle (21) e (22) richiederebbe calcoli algebrici lunghi e senza interesse. Perciò non mi dilungo; solo mi limito a far notare due proprietà di questi sistemi, che si possono facilmente verificare tenendo presenti le (g), le (21_1) e le (k):

1°. In ciascuna delle equazioni (21), (22) la somma dei coefficienti di tutte le caratteristiche omonime (p. e. di $\delta\pi_h, \delta\pi_{h+1}, \ldots, \delta\pi_k$) è eguale a zero.

2°. In ciascuno dei sistemi (21) e (22) i determinanti di terzo ordine formati con le colonne corrispondenti alle tre caratteristiche d'uno stesso corpo (p. e. $\delta\pi_r, \delta\chi_r, \delta\varrho_r$) o a tre caratteristiche omonime di corpi diversi (p. e. $\delta\pi_h, \delta\pi_r, \delta\pi_k$) sono tutti nulli, *e quindi nessuno dei due sistemi può essere risoluto rispetto a tali gruppi di incognite.*

10. Per concludere la trattazione in generale del problema propostomi, e avviarmi alle sue applicazioni pratiche, esamino brevemente altre condizioni a cui può essere assoggettato il movimento dei corpi. Finora ho supposto che i varî corpi fossero bensì vincolati fra di loro, ma indipendenti da qualsiasi altro corpo estraneo al sistema. Però è facile estendere lo studio del movimento anche nell'ipotesi che la catena sia sospesa per uno o più punti ad un altro corpo rigido Γ, *purchè il moto di quest'ultimo non subisca alcuna influenza dal moto dei corpi sospesi.* Infatti se il corpo C_s è fissato a Γ per un suo punto P_{si}, le coordinate $\xi_{si}, \eta_{si}, \zeta_{si}$ di quest'ultimo devono avere in ogni istante un valore determinato dalla posizione del corpo Γ, la quale *per ipotesi* è indipendente dai parametri che definiscono il moto della catena. Dunque le traslazioni virtuali di P_{si} devono essere costantemente nulle: ricordando le (3), le ($18'_3$), e le (g), valgono dunque le tre equazioni

$$(24) \qquad \delta\xi_{q0} + \sum_1^{s-1}{}_r\, a^{(r1)} - \sum_1^{q-1}{}_r\, a^{(r1)} + a^{(si)} = 0 \; ; \; \text{ecc.}$$

Se invece C_s e Γ avessero in comune una retta di coseni u, v, w e passante per P_{si}, si troverebbe col solito metodo che oltre alle (24) esistono altre *due* equazioni indipendenti

$$(25) \qquad \frac{\delta\pi_r}{u} = \frac{\delta\chi_r}{v} = \frac{\delta\varrho_s}{w}.$$

Ora prima di passare dalla (19) alle equazioni differenziali del moto, bisogna tener conto non solo delle condizioni (21), (22) e (16), o (23) eventualmente esistenti, ma anche di tutte le equazioni (24), (25) corrispondenti ai vincoli fra i corpi C_h e il corpo Γ.

La trasformazione della (19) in virtù di questi vincoli riesce più semplice quando Γ ha un punto M in comune con C_1 o con C_n, oppure due punti M , N rispettivamente in comune con due corpi consecutivi C_h, C_{h+1}. Infatti basta: nel primo caso portare in M l'origine del sistema cartesiano solidale con C_1, nel secondo caso considerare M come punto P_{n1} (v. n. 8) e portarvi l'origine del sistema cartesiano solidale con Γ, nel terzo caso considerare M come punto C_{h1}, e portare rispettivamente in M , N le origini dei coseni solidali con Γ, C_{h+1}, perchè le successioni di corpi ottenute nei singoli casi

$$\Gamma C_1 \dots C_n\,;\ C_1 \dots C_n \Gamma\,;\ C_1 \dots C_h \Gamma\, C_{h+1} \dots C_n$$

godano di tutte le proprietà attribuite alla *catena* $C_1 \dots C_n$.

In questi tre casi si ottiene dunque una nuova *catena*, nella quale, cambiando opportunamente la numerazione dei varî corpi, un posto qualunque di indice q è occupato appunto da Γ; nella quale cioè il corpo C_q ha un movimento prestabilito. Allora deve essere costantemente

$$\delta\xi_{q0} = \delta\eta_{q0} = \delta\zeta_{q0} = \delta\pi_q = \delta\chi_q = \delta\varrho_q = 0\,; \tag{26}$$

la equazione simbolica (19) si riduce ai soli termini

$$\sum_1^{q-1}{}_r (A_r\,\delta\pi_r + \dots) + \sum_{q+1}^{n}{}_s (H_s\,\delta\pi_s + \dots) = 0 \tag{27}$$

e tutte le altre equazioni (15), (21), (22), (23), (24), *che ora esprimono relazioni del tipo* (10) *fra corpi della catena*, si intendono sempre associate alle (24) e (27).