

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCC.
1903

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XII.

2° SEMESTRE.



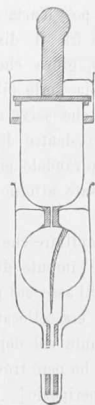
ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1903

Fisica. — *Intorno ad alcune modificazioni del volumenometro e del modo d'usarlo ed intorno ad un volumenometro a peso.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

Il volumenometro primitivo di Say è di gran lunga più semplice di tutti quelli che sono stati ideati in seguito, ma è certamente assai meno preciso; è facile tuttavia adattare ad esso le disposizioni ora generalmente in uso per rendere esatta la determinazione della pressione e del volume d'un gaz, ed allora esso senza perdere molto della sua semplicità diviene non meno preciso dei volumenometri più comunemente usati. Inoltre la precisione con esso ottenibile può anche essere non poco aumentata con una conveniente modificazione del processo sperimentale generalmente usato, e finalmente riesce altresì possibile di aumentare questa precisione determinando le variazioni della pressione e del volume dell'aria contenuta nel volumenometro mediante pesate di mercurio, cioè con un metodo molto più preciso di quello della lettura diretta.



Lo stereometro di Say modificato è rappresentato nella figura. Esso consta di un imbuto cilindrico A coll'orlo piano finamente smerigliato o levigato, comunicante inferiormente mediante un tubo capillare colla bolla piriforme B che inferiormente è cilindrica e comunica col tubo T lungo circa 50 cm., di 3 a 4 mm. di diametro interno ed a parete spessa. Questo tubo è diviso in millimetri e lo zero di questa divisione trovasi nella parte cilindrica della bolla e coincide coll'estremità inferiore d'un'astina assiale di smalto saldata o fissata con ceralacca alle pareti della bolla; la parte superiore della divisione per 10 o 20 cm. è inutile e può esser omessa, basta che sia tracciato lo zero e qualche divisione sopra

e sotto ad esso che può esser talvolta utile.

Quest'imbuto con bolla e lungo tubo è sostenuto con un doppio spago formante anello, abbassando o sollevando il quale, si fa immergere il tubo più o meno in un profondo pozzetto pieno di mercurio, formato per economia di mercurio con un tubo di vetro di 8 a 10 millimetri di diametro interno, chiuso in fondo e saldato o masticiato alla sommità ad un tubo più largo di dimensioni tali che la bolla e parte dell'imbuto vi entrino comodamente. L'interposizione dello spago fra l'imbuto ed un'asta orizzontale di cui si

può regolare l'altezza ed a cui si appende lo spago, è utilissima per evitare le rotture che facilmente si producono quando si spinge rigidamente un tubo di vetro dentro un altro di poco più largo e i due assi siano un po' divergenti; lo spago funziona allo stesso tempo come un corto filo a piombo, e come un sostegno flessibile.

L'imbuto è chiuso come al solito da un disco di vetro piano, anch'esso finamente smerigliato o levigato; per evitare le difficoltà della chiusura che senza grasso o con grasso fluido è spesso imperfetta, mentre con grasso denso può rinchiudere un volume variabile di aria, ho ricorso al mercurio che è efficacissimo e non imbratta gli apparecchi. Perciò attorno alla parte superiore dell'imbuto è fissato, mediante un anello di sovero spesso 5 a 6 mm. e mediante ceralacca, un corto tubo di vetro che sorpassa di uno o due centimetri l'orlo dell'imbuto. Collocato su questo il disco otturatore e gravatolo d'un peso in ferro, si versa nello spazio anulare tanto mercurio che copra bene l'interstizio fra disco e imbuto, ed in tal modo la chiusura è perfetta contro un eccesso di pressione esterna; per evitare che il disco nel mercurio venga a galla, vi si può fissare superiormente con ceralacca un'asta di ferro o un largo tubo entro cui si versa mercurio. Per evitare che un po' d'aria rimanga, come si suole impropriamente dire, aderente al vetro fra il disco, l'imbuto e il mercurio e venga poi assorbita entro l'imbuto, giova che il disco otturatore abbia lo stesso diametro dell'imbuto ed abbia l'orlo cilindrico. Inoltre, per evitare che togliendo il disco il mercurio, che serve alla chiusura e che di solito non è molto pulito nè puro, penetri dentro l'imbuto, avevo cura di togliere prima dal disco il mercurio aspirandolo entro una minuscola pissette donde poi all'occorrenza veniva riversato attorno al disco.

[Ho anche provato a rendere molto più lungo il tubo capillare che sta fra la bolla e l'imbuto, e ripiegarlo all'ingiù in modo che l'imbuto diveniva una campanella coll'apertura rivolta verso il basso e coll'asse sul prolungamento di quello del lungo tubo e della bolla; il disco era collocato a galla sul mercurio d'una piccola bacinella che veniva sostenuta col doppio spago e collocata sotto la campanella in modo di chiuderla; ho però trovato che questa disposizione era meno comoda e più soggetta a peripezie].

Il modo d'operare per determinare con questo apparecchio il volume di un corpo non differisce essenzialmente da quello usato collo stereometro di Say. Immerso nel pozzetto il lungo tubo finchè o l'estremità inferiore di questo o la bolla trovano ostacolo, si regola la quantità di mercurio del pozzetto una volta per molte in modo che essendo l'imbuto aperto e la bolla ripiena di mercurio, questa bolla ed il tubo capillare sovrastante siano completamente immersi. Si chiude allora l'imbuto col suo disco e col mercurio, e in tal modo si è rinchiusa una quantità di aria il cui volume V è uguale alla capacità dell'imbuto e del tubo capillare, e la pressione è uguale a

quella atmosferica H . Piccole variazioni del livello esterno (anche di qualche millimetro) fanno variare il volume V di quantità trascurabili se la sezione del tubo capillare è abbastanza piccola; perciò non reca danno che la posizione del mercurio in esso tubo sia invisibile.

Si solleva l'imbuto e si appende lo spago ad un'asta orizzontale fissata, una volta per molte, a tale altezza che il livello interno del mercurio sorpassi di poco l'estremità inferiore dell'astina, che si fa poi affiorare alla superficie del mercurio in modo che questa non sia nè depressa nè sollevata per adesione all'astina. Questo esatto affioramento può ottenersi togliendo mercurio gradatamente dal pozzetto, ma è più comodo e facile inserire fra lo spago e l'asta cui esso è appeso, un cuneo lungo p. es. 10 cm. ed avente una differenza di spessore di 1 mm. alle estremità; così facendo avanzare questo cuneo di 1 mm. l'imbuto viene sollevato di 0,01 mm. Si può anche fra l'estremità di questo cuneo e l'asta inserire un secondo cuneo simile al primo, in tal modo se lo spago è appeso ad 1 cm. da un'estremità del primo cuneo ed il secondo cuneo è inserito sotto l'altra estremità, questa si innalzerà di 0,01 mm. e lo spago e l'imbuto di 0,001 quando questo secondo cuneo viene spinto di 1 mm.

Per rendere piccole quanto è possibile le differenze di forma della superficie del mercurio affiorante all'astina e le variazioni della pressione superficiale che ne derivano, giova togliere dal pozzetto con una pipetta un volume costante di mercurio e lasciarlo ricadere rapidamente, poichè in tal modo la superficie del mercurio giunge alla posizione dell'equilibrio sempre allo stesso modo ed assume la stessa forma; è utile tuttavia ripetere varie volte l'osservazione.

In tal modo l'aria rinchiusa nel volumenometro ha preso il volume $V + U$ e la pressione $H - h$, se U è il volume occupato dall'aria nella bolla ed h l'altezza della colonna di mercurio data dalla posizione del livello del pozzetto sulla divisione del tubo.

Il volume V e l'altezza h sono limitati con grandissima esattezza dal mercurio affiorante all'astina; se si fa affiorare esattamente sul mercurio di una bacinella l'estremità inferiore della vite d'uno sferometro, si osserva che l'innalzamento o l'abbassamento di questa di 0,01 mm. è sufficiente per produrre sulla superficie del mercurio una sporgenza o una cavità visibilissime senza nessun artificio o mezzo d'ingrandimento.

Per leggere facilmente la posizione esatta del livello del mercurio del pozzetto evitando gli errori che possono derivare dai riflessi e dalla indefinitezza della sua immagine, ho collocato sulla superficie del mercurio perpendicolarmente alla visuale un filo di smalto azzurro, tirato alla lampada, lungo circa 3 cm., di 0,2 mm. di diametro, appoggiandolo contro il tubo graduato dimodochè fosse anche evitato l'errore di parallasse, ed il filo e le divisioni del tubo apparissero contemporaneamente nette nel campo del

cannocchiale di lettura; m'è parso del tutto trascurabile lo spessore di cui il filo s'immergeva, che potrebbe facilmente esser determinato esattamente collo sferometro.

Si ha così nel modo solito dalla legge di Boyle:

$$VH = (V + U)(H - h)$$

donde si ricava:

$$(1) \quad V = U \frac{H - h}{h}, \quad U = \frac{h}{H - h} V, \quad h = \frac{U}{V + U} H$$

Siccome V può essere determinato con grandissima esattezza pesando il mercurio che può riempire l'imbuto ed il tubo capillare, dalla (1) noto h si può ricavare U ; è utile talvolta conoscere l'altezza h della colonna quando siano noti U , V .

Similmente se si ripetono le stesse operazioni dopo aver collocato nell'imbuto un corpo di volume ignoto in modo che lo spazio libero nell'imbuto sia ridotto a V' , se h' è l'altezza della colonna di mercurio nelle nuove condizioni, sarà $V' = U(H - h')$; h' , ed il volume cercato del corpo suddetto sarà:

$$(2) \quad V - V' = V - U \frac{H - h'}{h'}$$

Siccome U è costante al pari di V , non è indispensabile ripetere la sua determinazione per ogni corpo di cui si cerca il volume, e può bastare di determinarlo una volta per sempre e solo ripetere la sua determinazione quando si creda opportuna una verifica, tuttavia è preferibile eseguire le determinazioni di h ed h' una dopo l'altra e anche più volte alternandole, poichè essendo le due determinazioni simili è probabile che anche gli errori inevitabili siano poco diversi e si compensino nel risultato finale. In questo caso si ha pel volume cercato:

$$(3) \quad V - V' = U H \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h'} \right) = V \frac{H(h - h')}{(H - h')h}$$

Il primo di questi valori è semplice e simmetrico ma non è conveniente per il calcolo perchè U non è dato immediatamente dalle determinazioni, mentre invece il secondo valore, contiene solo, oltre V , i dati immediati delle medesime, e richiede un minimo di operazioni aritmetiche eseguibili coll'aiuto dei logaritmi.

È utile ricercare quali sono le dimensioni relative da darsi al volumetro per far sì che gli errori inevitabili abbiano la minor influenza possibile sul valore cercato del volume di un corpo. Se supponiamo che nelle

determinazioni di V , di H e di h si siano commessi gli errori affatto indipendenti $\pm dV$, $\pm dH$, $\pm dh$, che essendo molto piccoli potranno essere considerati come infinitesimi, ne risulta nel valore di U un errore dU che si potrà ricavare differenziando la (1). Si ha così:

$$dV = \frac{H-h}{h} dU + \frac{U}{h} dH - \frac{HU}{h^2} dh$$

ossia dividendo per V e pel suo valore e supponendo il caso più sfavorevole che gli errori vengano a sommarsi nel valore di dU si ha:

$$\frac{dU}{U} = \frac{dV}{V} + \frac{dH}{H-h} + \frac{Hdh}{(H-h)h}$$

Similmente si ottiene:

$$\frac{dV'}{V'} = \frac{dU}{U} + \frac{dH}{H-h'} + \frac{Hdh'}{(H-h')h'}$$

$$\frac{dV'}{V'} = \frac{dV}{V} + \left(\frac{1}{H-h} - \frac{1}{H-h'} \right) dH + H \left(\frac{dh}{(H-h)h} + \frac{dh'}{(H-h')h'} \right)$$

e supponendo trascurabili il primo termine ed il secondo, perchè la determinazione di V mediante pesata del mercurio è molto esatta, e perchè l'errore unico e non grande nella determinazione della pressione atmosferica agisce quasi ugualmente in entrambe le determinazioni di U e di V' e l'errore risultante è piccolissimo, si ha:

$$\frac{dx}{x} = \frac{V'}{x} \left(\frac{dh}{(H-h)h} + \frac{dh'}{(H-h')h'} \right) H$$

ponendo $V - V' = x$.

Sono quindi condizioni favorevoli per l'esattezza della determinazione di x : che x sia grande, che V' sia piccolo e che il fattore fra parentesi sia minimo. Le due frazioni che lo compongono sono minime rispettivamente se $h = H - h = H:2$, ed $h' = H - h' = H:2$, condizioni che non possono esser soddisfatte contemporaneamente, mentre la somma sarà minima se $h + h' = H$, ossia h ed h' sono equidistanti, l'una in meno l'altra in più, da $H:2$. È da notare che il prodotto $(H-h)h$ varia poco quando h varia senza discostarsi troppo da $H:2$, e lo stesso avverrà quindi per $dx:x$.

Quindi è utile per la determinazione di U che sia $h = \frac{1}{2}H$, ossia che la capacità della bolla sia uguale a quella dell'imbuto vuoto, per la determinazione di V' invece che la capacità della bolla sia uguale a quella di V' , e per il complesso delle due determinazioni sarà utile che la capacità della bolla sia compresa fra quella dell'imbuto vuoto, e questa stessa diminuita del volume ignoto.

Allo stesso risultato si giunge più semplicemente osservando che se la bolla avesse una capacità infinita, oppure nulla, il volumometro non accu-

sarebbe affatto le variazioni di V , perchè nel primo caso sarebbe sempre $h = H$, nel secondo $h = 0$ comunque variasse, restando finita, la capacità dell'imbuto.

Un modo d'operare assai vantaggioso per l'esattezza è quello di eseguire due determinazioni; una collocando entro l'imbuto il corpo di cui si cerca il volume x , l'altra collocandovi invece un corpo di volume noto u all'incirca uguale o poco diverso da x . Se h' ed h'' sono le altezze delle colonne di mercurio dopo ottenuto l'affioramento nei due casi rispettivamente, sarà:

$$V - x = U(H - h') : h' \quad , \quad V - u = U(H - h'') : h''$$

ossia:

$$x = u + UH \left(\frac{1}{h''} - \frac{1}{h'} \right) = u + (V - u) \frac{H(h' - h'')}{(H - h'')h'}$$

È utile anche che la capacità libera dell'imbuto sia in entrambi i casi piccola, quindi se il volume ignoto è piccolo, si aggiungano nell'imbuto altri corpi di volume noto.

In tal modo si ottiene che V' sia piccolo; inoltre sarà possibile ottenere che tanto h' quanto h'' siano poco diversi da $\frac{1}{2}H$, dando alla bolla una capacità poco diversa da quella libera dell'imbuto che è all'incirca la stessa in entrambe le determinazioni; finalmente è probabile che essendo h' ed h'' quasi uguali, anche dh' e dh'' risultino quasi uguali e si distruggano, tutte condizioni favorevoli per rendere piccolo l'errore relativo $dx:x$.

Questo modo d'operare corrisponde a quello per sostituzione che si usa spesso nelle pesate, e volendo usarlo converrà preparare una serie di volumi noti p. es. 1, 2, 2, 5 ecc. cm^3 determinati idrostaticamente colla massima esattezza; però a causa della durata delle determinazioni non si potrà spingere la sostituzione fino all'uguaglianza.

Un altro modo di operare analogo al precedente, è quello di sostituire progressivamente al corpo di volume ignoto tanto mercurio finchè sia $h'' = h'$ e quindi $x = u$. A tale scopo bisognerebbe sostituire al corpo di volume ignoto una bacinella o tubetto pesato per ricevere il mercurio, ed inoltre il disco otturatore dovrebbe portare saldato nel mezzo una pipetta con robinetto contenente il mercurio.

Quando h'' si fa uguale o poco diverso da h' , il profondo pozzetto in cui s'immerge il tubo del volumometro non serve ad altro che a riempire quest'ultimo di mercurio; si può ottenere lo stesso scopo collocando alla sommità di esso tubo, sotto la bolla, un robinetto a tre vie la cui terza via laterale comunichi, mediante un tubo di gomma o di vetro, con un imbuto un po' più alto della bolla per mezzo del quale sia questa che il tubo sottostante possano esser ripieni di mercurio; in tal caso non è necessario il

pozzetto profondo, basta una piccola provetta o bacinella. Si potrebbe altresì utilizzare questo secondo imbuto munendolo d'una bolla sottostante per rendere l'apparecchio differenziale, in un imbuto andrebbe collocato il corpo di volume ignoto, nell'altro imbuto affatto identico un corpo di volume noto poco diverso.

Volumenometri a peso. — Rüdorff (Wied. Ann.) ha adottato nel suo volumenometro un modo diretto molto esatto per misurare U , l'aumento di volume che si fa subire all'aria, poichè egli produce quest'aumento lasciando effluire dall'apparecchio una quantità conveniente di mercurio che viene pesata. L'applicazione di questo processo però non è completa, perchè la diminuzione di pressione viene misurata mediante un manometro ad aria libera a mercurio e gli spostamenti non piccoli del mercurio nei tubi non capillari del manometro producono anch'essi una variazione di volume dell'aria che dev'essere osservata direttamente, come potrebbe farsi in qualsiasi volumenometro e con precisione certo inferiore a quella ottenuta colla pesata del mercurio effluito.

Col volumenometro rappresentato nella figura, solo leggermente modificato, si può produrre l'intero aumento di volume dell'aria mediante efflusso di mercurio che pesato ci darà questo aumento di volume con grandissima esattezza, si può inoltre con metodo analogo determinare la variazione della pressione.

Per ottenere ciò, all'estremità inferiore del suddetto volumenometro è saldato un rubinetto semplice, il cui tubo d'efflusso sia corto, capillare, graduato in mm^3 di capacità, e porti fissata stabilmente una punta d'affioramento che termini poco sopra il livello dell'orifizio; il pozzetto è sostituito da una bacinella vuota e pesata; la scala è ascendente ed ha lo zero all'estremità della punta d'affioramento, la bolla è interamente cilindrica, lunga parecchi centimetri, di circa 2 cm. o più di diametro, esattamente calibrata.

Per determinare il volume di un corpo, si riempie il volumenometro di mercurio sino ad un segno di ritrovo nel tubo capillare fra l'imbuto e la bolla, avendo cura che non rimangano bolle d'aria, e che il foro del rubinetto ed il tubo d'efflusso siano interamente pieni di mercurio. Essendo il rubinetto chiuso, si colloca il corpo nell'imbuto; questo si chiude nel modo solito, e si apre il rubinetto sotto al quale si è collocata quasi a contatto la bacinella, nella quale si riceve il mercurio; quando l'efflusso è terminato, si regola l'altezza della bacinella, o meglio quella del volumenometro nel modo sopra indicato, in modo che il mercurio della bacinella arrivi esattamente alla punta d'affioramento. Si legge la posizione del livello superiore del mercurio nella parte cilindrica della bolla, si chiude il rubinetto e si pesa il mercurio. Si ha allora $VH = (V + U)(H - h)$ dove V ed U sono determinati con grandissima esattezza pesando il mercurio che può riempire l'imbuto ed il tubo capillare sopra al segno e quello effluito nella bacinella, ed

h è noto dalla lettura diretta, ma potrebbe esser dedotto con grandissima esattezza dal peso del mercurio effluito se la bolla è stata esattamente calibrata.

Se il volume del corpo fosse troppo piccolo, il livello del mercurio potrebbe scendere al disotto della bolla, e l'errore di capillarità sarebbe molto grande; si evita ciò senza ricorrere a bolle molto lunghe, aggiungendo al corpo nell'imbutto un corpo di volume noto e conveniente.

Anche con questo volumometro è utile di eseguire una determinazione di confronto, collocando nell'imbutto un corpo di volume interamente noto quasi uguale a quello da determinare, o ciò che torna lo stesso, di determinare il volume ignoto per sostituzione, perchè si eliminano così gli errori sistematici, quali p. es. quelli dovuti a deviazioni dalla legge di Boyle, allo strato d'aria che rimane nella bolla fra vetro e mercurio, ad errori della scala o della calibrazione.

È necessario che la bolla cilindrica abbia un diametro piuttosto grande, sebbene ciò diminuisca la sensibilità, affinchè l'errore di capillarità sia piccolo o almeno possa considerarsi come costante nelle due determinazioni suddette.

Nel togliere la bacinella di sotto al robinetto, il mercurio non si separa sempre nello stesso punto del tubo d'efflusso, ma se questo è calibrato, si potrà dedurre o aggiungere al peso del mercurio quello occorrente per ridurre l'estremità della colonnetta di mercurio sempre allo stesso punto.

Finalmente è forse utile notare che si può determinare il volume d'un corpo collocandolo entro una larga e corta campanella provvista d'uncino in cima, che s'immerge completamente in un liquido e si pesa a due diverse profondità, possibilmente molto diverse.

Difatti se P è il peso della campanella nell'aria, P' quello del corpo, p e p' i pesi apparenti della campanella col corpo nel liquido, di densità d , alle profondità a ed a' , ove le pressioni saranno $h = ad:13,6$, $h' = a'd:13,6$ oltre a quella atmosferica. x il volume cercato del corpo, U ed U' i volumi dell'aria alle profondità suddette, u il volume delle pareti della campanella compresa la zavorra ecc. si avrà:

$$p = P + P' - (x + u + U)d, \quad x + u + U = \frac{P + P' - p}{d}$$

$$p' = P + P' - (x + u + U)d, \quad x + u + U = \frac{P + P' - p'}{d}$$

$$U(H + h) = U'(H + h')$$

donde eliminando U ed U' si potrà ricavare x .

Nell'uso di questo metodo è da notare che un liquido ha solitamente temperature decrescenti coll'altezza; è utile perciò di aumentare la profondità della campanella non già immergendola di più, ma bensì versando altro liquido nel recipiente evitando di mescolarlo con quello sottostante.