

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCI.

1904

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1904

**Fisica-matematica.** — *Sull'influenza dei dielettrici solidi sul campo magnetico generato dalla convezione elettrica.* Nota I di G. PICCIATI, presentata dal Socio V. VOLTERRA (1).

È noto come le recenti esperienze in contraddittorio eseguite dai signori Pender e Crémieu (2) abbiano messo ormai fuor di dubbio l'esistenza del campo magnetico prodotto da cariche elettriche in movimento.

L'analisi dei particolari delle esperienze positive del Pender e di quelle negative del Crémieu mostra come quelle del Crémieu, le quali sembravano smentire l'esistenza dell'effetto magnetico della convezione elettrica, differivano da quelle positive in questo, che i dischi elettrizzati mobili e le loro armature fisse, quando ne avevano, erano sempre ricoperti di sottili strati di caoutchouc.

Da uno studio sistematico fatto sull'influenza dei dielettrici solidi in questo fenomeno, i due illustri fisici, senza spiegare la parte che prendono nel fenomeno stesso i dielettrici, concludono che la causa dei risultati negativi del Crémieu sta appunto nei dielettrici, di cui i dischi o le armature erano ricoperti. Però in un'altra recente ricerca sullo stesso argomento (3) il sig. Vasilescu-Karpen, proponendosi anche di verificare, in seguito all'osservazione fatta in proposito dai signori Pender e Crémieu, se la presenza dei dielettrici, sia sul disco mobile sia sulle armature fisse, possa avere influenza sull'effetto magnetico, arriva a quest'altra conclusione: sull'effetto magnetico di una corrente di convezione la presenza dei dielettrici in strati sottili, sia sui dischi mobili, sia sulle armature fisse, è senza alcuna influenza. Su questa controversa questione e sulla ricerca delle cause dei risultati negativi delle esperienze del Crémieu, spetta naturalmente all'esperienza il decidere.

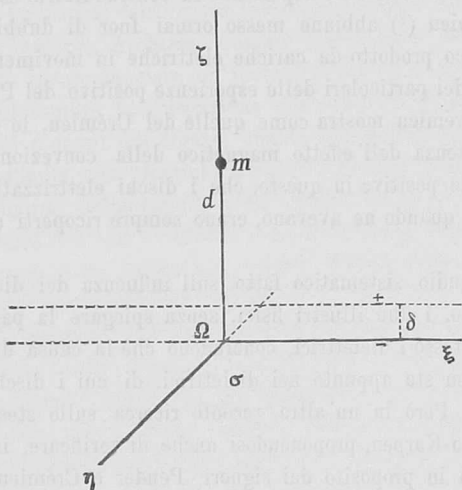
Si può però studiare la questione anche teoricamente, determinando, per es., quale alterazione porta nel campo elettromagnetico generato dalla traslazione uniforme di una carica elettrica parallelamente ad un piano conduttore indefinito, la presenza di un sottile strato di un dielettrico solido, di spessore costante, disteso sul piano stesso. L'esposizione dei risultati ottenuti, forma l'oggetto della presente Nota; del problema enunciato si può dare però facilmente solo una soluzione approssimata, che differisce da quella rigorosa per quantità assolutamente trascurabili dal punto di vista

(1) Presentata nella seduta del 7 febbraio 1904.

(2) Journal de Physique, Ser. IV. T. II, Sept. 1903: *Recherches contradictoires sur l'effet magnétique de la convection électrique.*

(3) Journal de Physique, Ser. IV, T. II, Sept. 1903: *Sur la convection électrique.*

pratico. Si è condotti al seguente risultato: « un sottile strato di un dielettrico solido disteso uniformemente sul piano conduttore, al di sopra oppure al di sotto, non porta alterazione sensibile al campo elettromagnetico generato dalla carica in moto, quando si trascurano i termini in  $a^2$ , essendo  $a$  il rapporto fra la velocità di convezione e quella della luce: è precisamente la conclusione del sig. Vasilescu-Karpen ».



1. È noto come il campo elettromagnetico generato da una carica elettrica  $m$ , che si muove con una velocità costante  $c$  sopra una retta parallela ad un piano conduttore indefinito  $\sigma$ , sia stato determinato e completamente studiato dal prof. Levi-Civita in una Memoria inserita negli Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse (1). Estendendo opportunamente il metodo del prof. Levi-Civita si può, come vedremo, tener conto assai semplicemente anche dell'influenza del dielettrico; per es. una lamina di mica che ricopre sopra una faccia lo schermo metallico.

Sia  $d$  la distanza della carica  $m$  dal piano  $\sigma$ , e sia  $\Omega \xi \eta \zeta$  un sistema di assi mobili invariabilmente legati ad  $m$ , aventi  $\sigma$  per piano  $\zeta = 0$  ed  $m$  sul semiasse positivo delle  $\zeta$ . Quando manca il piano conduttore i potenziali ritardati del campo sono

$$(1) \quad F' = \frac{m}{A}, \quad U' = \frac{m a}{A}, \quad V' = 0, \quad W' = 0$$

(1) 2<sup>e</sup> Série, T. IV.

essendo

$$a = A c, \quad A^2 = \xi^2 + (1 - a^2)[\eta^2 + (\zeta - d)^2]$$

ed A l'inversa della velocità della luce nel mezzo ambiente che è l'etere.

L'introduzione nel campo del piano conduttore  $\sigma$ , sul quale si trova un sottile strato uniforme di un dielettrico solido omogeneo, che supponiamo per es., dalla parte delle  $\zeta$  positive, porta delle modificazioni nel campo stesso. Infatti il moto della carica  $m$  dà origine ad una variabile distribuzione di elettricità indotta sul piano conduttore, ed inoltre ad una pure variabile distribuzione, sulle due faccie del dielettrico che ricopre il piano, di due strati di elettricità di densità uguale e di segno contrario. Per i punti a distanza finita dal sottile strato dielettrico disteso su  $\sigma$ , le azioni derivanti dalla sua polarizzazione si possono assimilare a quelle prodotte da un doppio strato disteso su  $\sigma$ . Si tratta quindi di determinare il potenziale elettrostatico ritardato  $F_1$ , ed il potenziale vettore di componenti  $U_1, V_1$  secondo  $\xi \eta$  (la componente  $W_1$  secondo  $\zeta$  è naturalmente nulla) corrispondenti alla distribuzione ed alle correnti indotte.

Noti questi potenziali si sa <sup>(1)</sup> che le componenti della forza elettrica X, Y, Z secondo  $\xi \eta \zeta$ , e quelle della forza magnetica L, M, N del campo così prodotto sono:

$$(2) \quad \begin{cases} X = -\frac{d}{d\xi}(F' + F_1) + a\frac{d}{d\xi}(U' + U_1), \\ Y = -\frac{d}{d\eta}(F' + F_1) + a\frac{dV_1}{d\xi}, \\ Z = -\frac{d}{d\zeta}(F' + F_1); \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} L = \frac{dV_1}{d\zeta}, \\ M = -\frac{d}{d\zeta}(U' + U_1), \\ N = \frac{d}{d\eta}(U' + U_1) - \frac{dV_1}{d\xi}. \end{cases}$$

Vediamo quindi a quali condizioni debbono soddisfare  $F_1, U_1, V_1$  come funzioni di  $\xi \eta \zeta t$ . Il fenomeno essendo stazionario rispetto agli assi mobili  $\Omega \xi \eta \zeta$ , queste funzioni non dipenderanno esplicitamente dal tempo; come potenziali ritardati corrispondenti a distribuzioni superficiali, sia di semplice che di doppio strato, saranno soluzioni dell'equazione

$$(4) \quad \square f = (1 - a^2)\frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 f}{d\eta^2} + \frac{d^2 f}{d\zeta^2} = 0$$

(1) Levi-Civita, Mem. cit. pag. 26.

e dovranno inoltre soddisfare all'equazione di continuità, che diviene anche in questo caso <sup>(1)</sup>

$$(5) \quad a \frac{dF_1}{d\xi} = \frac{dU_1}{d\xi} + \frac{dV_1}{d\eta}.$$

Si osservi ora che il potenziale elettrostatico  $F_1$  si può considerare somma di due potenziali, cioè del potenziale  $F_2$  corrispondente ad una distribuzione di semplice strato, dovuta all'elettricità indotta sul piano conduttore, e del potenziale  $\psi$  corrispondente ad una distribuzione di doppio strato, dovuta alla polarizzazione del dielettrico, e di cui indichiamo con  $\mu$  il momento.

Vediamo quello che avviene per il potenziale vettore. Il moto della carica  $m$ , mentre dà origine sul piano  $\sigma$  a correnti di conduzione, provoca nel coibente un doppio strato variabile. Distribuzione variabile equivale a corrente, e di questo bisogna quindi tener conto nel valutare il potenziale vettore. Per la stazionarietà del fenomeno rispetto alla carica mobile le cose vanno come se un doppio strato di momento  $\mu$  ( $\xi \eta$ ), rigidamente collegato colla carica, scorresse con velocità  $c$  parallelamente all'asse  $\xi$  secondo cui avviene la traslazione. Ricordando che il doppio strato è caso limite di due semplici opposti, si vede quindi che questo moto dà origine ad una, chiamiamola così, corrente superficiale di doppio strato di componenti  $c\mu$ , o secondo  $\xi \eta$ . Anche la componente  $U_1$  secondo  $\xi$  del potenziale vettore, risulterà quindi della somma di due potenziali: del potenziale  $U_2$  di semplice strato dovuto alle correnti di conduzione sul piano  $\sigma$ , e del potenziale dovuto alla corrente superficiale di doppio strato prodotta nel coibente, cioè  $A c \mu$ . Per la componente  $V_1$  del potenziale vettore si ha che essa risulta di un potenziale di semplice strato, quindi, indicandola per simmetria con  $V_2$ , avremo:

$$(6) \quad \begin{cases} F_1 = F_2 + \psi, \\ U_1 = U_2 + a \psi, \\ V_1 = V_2. \end{cases}$$

$F_2$ ,  $U_2$ ,  $V_2$ , potenziali corrispondenti a distribuzione di superficie sul piano  $\sigma$ , si comportano come potenziali ordinari, e le loro espressioni analitiche, sotto forma di integrali estesi al piano  $\sigma$ , non mutano col variare il segno di  $\zeta$ , sono quindi funzioni di  $|\zeta|$ . Invece  $\psi$  ha le proprietà caratteristiche dei potenziali di doppio strato, e la sua espressione analitica, sotto forma di integrale esteso al piano  $\sigma$ , muta col variare del segno di  $\zeta$ . Essa assume quindi nei punti simmetrici rispetto al piano  $\sigma$  valori uguali ma di segno contrario. Se indichiamo con  $\psi_+$  il valore verso cui converge  $\psi$  quando ci

(1) Levi-Civita, Mem. cit. pag. 24.

si avvicina indefinitamente allo strato dalla parte delle  $\zeta$  positive, con  $\psi_-$  il valore verso cui converge  $\psi$  quando ci si avvicina dall'altra parte, con  $\psi_+$  il valore nell'interno del doppio strato avremo, come è noto,

$$(7) \quad \psi_+ = 2\pi\mu + \psi; \quad \psi_- = -2\pi\mu + \psi,$$

essendo  $\mu$  il momento del doppio strato; e per essere  $\psi_+ = -\psi_-$  sarà quindi

$$(8) \quad \psi_+ = -\psi_- = 2\pi\mu; \quad \psi = 0.$$

Le quattro incognite  $F_2, U_2, V_2, \psi$ , da cui dipende la soluzione del problema, oltre soddisfare alle condizioni precedentemente dette, devono poi essere soluzioni della (4) cioè dell'equazioni indefinite

$$(9) \quad \square F_2 = 0, \quad \square U_2 = 0, \quad \square V_2 = 0, \quad \square \psi = 0,$$

e dell'altra:

$$(10) \quad a \frac{dF_2}{d\xi} = \frac{dU_2}{d\xi} + \frac{dV_2}{dr}$$

a cui si riduce la (5). Resta da tener conto delle ulteriori condizioni cui debbono soddisfare i nostri potenziali per rispecchiare il comportamento fisico del piano conduttore e dello strato dielettrico ad esso sovrapposto. Per questo è opportuno premettere alcune considerazioni di indole generale, che saranno esposte in una prossima Nota.

**Fisica.** — *Azione del radio sulla scintilla elettrica.* Nota del prof. A. STEFANINI e del dott. L. MAGRI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.