

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCI.

1904

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1904

Per  $m = 12$ , si ha

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{12}, \frac{1}{2}\right) = 1,16.$$

$$e^u = \sqrt[3]{2},$$

da cui

$$\frac{g_1}{g_{12}} = 0,93.$$

Agendo per così dire in favore della stabilità, si può, per qualunque  $m$ , ritenere come coefficiente di riduzione il valore costante 0,72.

Ma è bene avere presente che la riduzione è tanto meno sensibile quanto minore è il numero dei fili.

**Matematica.** — *Sul gruppo di monodromia delle funzioni algebriche, appartenenti ad una data superficie di Riemann.* Nota di F. ENRIQUES presentata dal Corrispondente G. CASTELNUOVO <sup>(1)</sup>.

1. Si abbia una curva algebrica (o una superficie di Riemann)

$$f(xy) = 0.$$

Costruita in un modo qualsiasi la funzione razionale

$$t = t(xy),$$

la quale prenda valori distinti allorchè, tenendo fermo un valore di una delle due variabili, gli si accoppino valori diversi dell'altra, risultano,

$$x = x(t) \quad y = y(t)$$

funzioni algebriche del parametro  $t$  con uno stesso numero  $n$  di rami, e col medesimo gruppo di monodromia, che si lascia considerare perciò come il gruppo della  $g'_n$  rappresentata dall'equazione

$$t(xy) = \text{cost.}$$

Alla costituzione del gruppo delle  $g'_n$  appartenenti alla curva  $f$ , si riattaccano talune interessanti questioni, che ebbi l'onore di enunciare in una comunicazione fatta al congresso matematico di Zurigo nel 1896 <sup>(2)</sup>. In questa ho osservato come si possa costruire una curva  $f = 0$ , la quale contenga una  $g'_n$ , possedente un gruppo di struttura assegnata; ma come

<sup>(1)</sup> Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

<sup>(2)</sup> Cfr. Mathem. Annalen Bd. 51, pag. 134.

si presenti invece estremamente difficile il problema inverso, di decidere " se una curva data  $f$ , contenga (per  $n$  assai grande) delle  $g'_n$  il cui gruppo abbia certe particolarità di struttura, p. es. sia composto ed abbia per fattori di composizione dei numeri primi ecc. ».

Una sola cosa (come ebbi occasione di avvertire) è tosto visibile; che una  $g'_n$  composta con una involuzione  $\gamma'_s$  (razionale o nò) ha gruppo imprimitivo e viceversa; cioè ogni funzione algebrica ad  $n$  rami

$$x = x(t)$$

il cui gruppo sia imprimitivo, si *compone* con una funzione algebrica

$$x = x(\tau)$$

avente un certo numero di rami  $s$  ( $< n$ ) divisore di  $n$ , e colla

$$\tau = \tau(t)$$

avente  $n/s$  rami. Aggiungasi che, se la curva fondamentale  $f$  è a moduli generali e di genere  $p > 1$ , essa non contiene involuzioni irrazionali, e quindi è  $t$  funzione razionale di  $\tau$  (1).

A questo ordine di questioni reca un contributo la presente Nota, nella quale viene stabilito il teorema:

*Il gruppo di monodromia di una funzione algebrica  $x(t)$  appartenente ad una data superficie di Riemann (cioè il gruppo di una  $g'_n$   $t(xy) = \text{cost.}$  sopra una curva  $f(x,y) = 0$ ) è sempre il gruppo totale, se la funzione  $x(t)$  (e la serie  $g'_n$ ) non è composta, e se essa ha qualche punto di diramazione semplice.*

Di qui si ottiene subito una facile dimostrazione del teorema di Kneser (2):

*Se sopra una QUALSIASI superficie di Riemann (curva)  $f(x,y) = 0$ , si costruisce la funzione razionale*

$$t = ax + by,$$

*corrispondente a due valori generici di  $a, b$ , il gruppo di monodromia della funzione algebrica  $x(t)$  è SEMPRE il gruppo totale.*

2. Sopra una curva irriducibile  $f(x,y) = 0$  si consideri una serie lineare  $g'_n$  rappresentata dall'equazione

$$t(xy) = \text{cost.}$$

Se questa ammette un punto di coincidenza semplice, la funzione algebrica  $x(t)$  ha un punto di diramazione in cui vengono scambiati due rami. Perciò il

(1) Loc. cit. pag. 143.

(2) Math. Annalen Bd. 28.

suo gruppo di monodromia, contenendo una trasposizione, è il gruppo totale, oppure è imprimitivo (1). In quest'ultimo caso gli  $n$  punti di un gruppo generico  $G_n$  della  $g'_n$  si possono dividere in un certo numero  $r$  di sple  $G_s$  ( $nr = s$ ), ed i  $G_s$  formano sopra  $C$  un'involuzione  $g'_s$  o  $\gamma'_s$  (razionale o nò). In altri termini la  $g'_n$  risulta composta con un'involuzione d'ordine inferiore. Ciò viene appunto affermato dal primo dei nostri teoremi. Il quale racchiude come caso particolare il citato teorema di Kneser « se sopra una qualsiasi curva irriducibile  $f(xy) = 0$ , si costruisce la funzione razionale  $ax + by = t$ , corrispondente a due valori generici di  $a, b$ , il gruppo di monodromia della funzione algebrica  $x(t)$  è sempre il gruppo totale ».

Infatti la  $g'_n$  segnata sulla nostra curva della funzione razionale  $t$ , essendo contenuta come  $g'_n$  generica nella  $g^2_n$  (semplice) segata dalle rette del piano, non può essere composta con un'involuzione d'ordine  $< n$ ; e d'altra parte i punti di coincidenza di essa, che sono i punti di contatto delle tangenti condotte alla curva da un punto generico del piano, sono fra loro distinti.

**Fisica matematica.** — *Flusso di energia e radiazione nel campo elettromagnetico generato dalla convezione elettrica.* Nota di G. PICCIATI, presentata dal Socio V. VOLTERRA (2).

1. Si consideri una carica elettrica mobile comunque in un dielettrico indefinito impolarizzabile ed in quiete, ed il campo elettromagnetico da essa generato.

Valendosi dei potenziali ritardati, il prof. Levi-Civita ha dato (3) un metodo generale che permette la determinazione del campo così prodotto.

Siano  $0xyz$  un sistema di assi fissi aventi l'origine nella posizione iniziale della carica mobile  $\Omega$ ; le coordinate di  $\Omega$  essendo  $\varphi(t), \psi(t), \chi(t)$ , sia  $r$  la distanza del punto generico considerato da quel punto  $\Omega'$ , che è la posizione occupata nell'istante  $t - Ar$  dalla carica che occupa nell'istante  $t$  la posizione  $\Omega$ , e  $v$  la velocità della carica nella posizione  $\Omega'$ . Essendo allora

$$(1) \quad r^2 = (x - \bar{\varphi})^2 + (y - \bar{\psi})^2 + (z - \bar{\chi})^2,$$

(il tratto sovrapposto indicando per una funzione qualunque il mutamento di  $t$  in  $t - Ar$ ) e le componenti della velocità della carica in  $\Omega'$  essendo

(1) Cfr. p. es. Bianchi, *Lezioni sulla teoria dei gruppi di sostituzioni*, Pisa, Spoerri, 1900, (pag. 28).

(2) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

(3) *Sur le champ électromagnétique ecc.*, Annales de la Faculté des Sciences. Toulouse, 2 série, t. IV, 1902.