ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCI.

1904

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIII.

2° SEMESTRE.

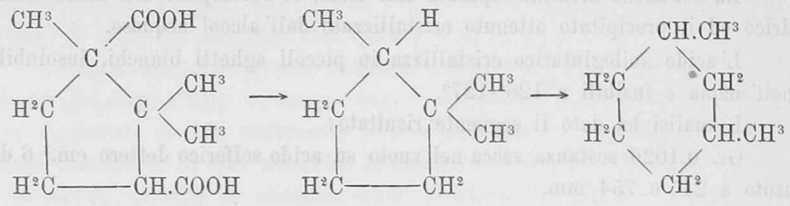
ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1904

possiamo rappresentare coi seguenti schemi:



Ed abbiamo in questo caso una reazione inversa a quella operata dal Kijner, dal Markownikoff e dallo Zelinsky.

Fisica. — *Alla ricerca di un fenomeno ottico-magnetico.* Nota di A. Sella, presentata dal Socio P. Blaserna.

1. L'esistenza in misura molto intensa del fenomeno della birifrangenza magnetica in certe soluzioni di idrato ferrico colloidale (Majorana, Rend. d. R. Acc. d. Lincei, V, 11, 1° sem., p. 531, 1902) mi indusse a ricercare se quei medesimi liquidi presentassero un fenomeno reciproco; in modo che ad una diversa velocità di un'onda piana polarizzata a seconda dell'inclinazione del vettore luminoso vibrante sulle linee di forza del campo magnetico corrispondesse una diversa permeabilità magnetica in direzioni variamente inclinate sul vettore luminoso di un'onda piana polarizzata attraversante il liquido.

Il metodo seguito nella ricerca è stato l'idrostatico del Quincke portato al massimo grado di sensibilità con piccola inclinazione del cannello e coll'uso dei liquidi più attivi gentilmente fornitimi dallo stesso Majorana. Ma non sono riuscito ad osservare il più piccolo spostamento del menisco posto nel campo magnetico, quando esso veniva illuminato con luce a piano di polarizzazione variamente inclinato sulle linee di forza. Il risultato è stato così interamente negativo, malgrado la più gran cura posta nelle osservazioni.

2. Il Voigt ha dato una teoria (Drude's Ann. *8*, pag. 872, 1902), che rappresenta molto bene i fatti osservati dal Majorana. Ma essa teoria permette anche di prevedere l'esistenza del fenomeno da me ricercato, come ebbe a comunicarmi il Voigt stesso; ciò che si mostra facilmente.

Il Voigt pone infatti a base della sua teoria il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$(1)\qquad \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial y}\right) \qquad \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z}\right) \qquad \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial x}\right)$$

$$(2)\qquad \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{N}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial z}\right) \qquad \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{N}}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}=v\left(\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial y}\right)$$

$$(3)\qquad \mathfrak{X}=\mathrm{X}+\Sigma\,\mathfrak{X}_h\ ,\quad \mathfrak{Y}=\mathrm{Y}+\Sigma\,\mathfrak{Y}_h\ ,\quad \mathfrak{Z}=\mathrm{Z}+\Sigma\,\mathfrak{Z}_h$$

$$(4)\qquad \begin{aligned}
&\mathfrak{X}_h+a_h\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}+b_h\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2}+(d_h\mathrm{A}^2+d'_h\mathrm{B}^2+d'_h\mathrm{C}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2}+\\
&\qquad+(d_h-d'_h)\,\mathrm{A}\left(\mathrm{B}\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2}+\mathrm{C}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2}\right)=\varepsilon_h\mathrm{X}\\
&\mathfrak{Y}_h+a_h\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}+b_h\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2}+(d'_h\mathrm{A}^2+d_h\mathrm{B}^2+d'_h\mathrm{C}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2}+\\
&\qquad+(d_h-d'_h)\,\mathrm{B}\left(\mathrm{C}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2}+\mathrm{A}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2}\right)=\varepsilon_h\mathrm{Y}\\
&\mathfrak{Z}_h+a_h\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}+b_h\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2}+(d'_h\mathrm{A}^2+d'_h\mathrm{B}^2+d_h\mathrm{C}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2}+\\
&\qquad+(d_h-d'_h)\,\mathrm{C}\left(\mathrm{A}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2}+\mathrm{B}\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2}\right)=\varepsilon_h\mathrm{Z}
\end{aligned}$$

in cui X, Y, Z sono le componenti elettriche; L, M, N le componenti magnetiche; $\mathfrak{X}_h$, $\mathfrak{Y}_h$, $\mathfrak{Z}_h$ le componenti di vettori ausiliarii caratteristici per il movimento degli elettroni; A, B, C le componenti del campo magnetico esterno; le a_h, b_h, ε_h costanti per ciascuna specie di elettromi; le d_h, d'_h caratteristiche dell' effetto del campo magnetico sulle vibrazioni degli elettroni.

Moltiplicando ora le (1) per $\frac{\mathrm{L}}{4\pi}$, $\frac{\mathrm{M}}{4\pi}$, $\frac{\mathrm{N}}{4\pi}$, le (2) per $\frac{\mathrm{X}}{4\pi}$, $\frac{\mathrm{Y}}{4\pi}$, $\frac{\mathrm{Z}}{4\pi}$ e sommando si trova, tenendo conto delle (3) e delle (4), l' equazione dell' energia sotto la forma:

$$(5)\qquad \begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{8\pi}\Big[(\mathrm{L}^2+\mathrm{M}^2+\mathrm{N}^2)+(\mathrm{X}^2+\mathrm{Y}^2+\mathrm{Z}^2)+\Sigma\frac{1}{\varepsilon_h}(\mathfrak{X}^2_h+\mathfrak{Y}^2_h+\mathfrak{Z}^2_h)+\right.\\
&+\Sigma\frac{b_h}{\varepsilon_h}\left(\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\right)^2\right)+\Sigma\frac{1}{\varepsilon_h}\left((d_h\mathrm{A}^2+d'_h\mathrm{B}^2+d'_h\mathrm{C}^2)\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2+\right.\\
&+(d'_h\mathrm{A}^2+d_h\mathrm{B}^2+d'_h\mathrm{C}^2)\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2+(d'_h\mathrm{A}^2+d'_h\mathrm{B}^2+d_h\mathrm{C}^2)\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial h}\right)^2+\\
&\left.\left.+2(d_h-d'_h)\left(\mathrm{BC}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}+\mathrm{CA}\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}+\mathrm{AB}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)\right)\Big]\right\}=\\
&=\frac{v}{4\pi}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{ZM}-\mathrm{YN})+\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{XN}-\mathrm{ZL})+\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{YL}-\mathrm{XM})\right\}-\\
&-\frac{1}{4\pi}\Sigma\frac{a_h}{\varepsilon_h}\left(\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\right)^2\right).
\end{aligned}$$

E siccome l' energia unitaria di un corpo cristallino in un campo magnetico è data da

$$\frac{1}{8\pi}(k_{11}A^2 + k_{22}B^2 + k_{33}C^2 + 2k_{23}BC + 2k_{31}CA + 2k_{12}AB),$$

in cui le k_{hk} sono le costanti di permeabilità magnetica caratteristiche della sostanza e del dato sistema di assi — confrontando quest' espressione con quella parte di energia che nella (5) è dovuta al campo magnetico, si trova che per l' illuminazione il corpo è diventato un cristallo colle costanti di permeabilità date da

$$
\begin{aligned}
&k_{11} = k_0 + \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}\left(d_h\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2 + d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2 + d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial h}\right)^2\right)\\
(6)\qquad &k_{22} = k_0 + \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}\left(d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2 + d_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2 + d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\right)^2\right)\\
&k_{33} = k_0 + \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}\left(d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2 + d'_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\right)^2 + d_h\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\right)^2\right)
\end{aligned}
$$

$$k_{23} = \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}(d_h - d'_h)\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\,, \quad k_{31} = \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}(d_h - d'_h)\frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\,,$$

$$k_{12} = \Sigma \frac{1}{\varepsilon_h}(d_h - d'_h)\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t}$$

essendo k_0 il valore della permeabilità isotropica del corpo senza illuminazione. Dalla teoria del Voigt segue adunque l' esistenza del fenomeno reciproco da me ricercato.

3. Mi propongo ora di trovare il legame quantitativo fra i due fenomeni, diretto e reciproco, in base alla medesima teoria.

Cominciamo dal fenomento magneto-ottico, seguendo la trattazione del Voigt. Eliminando le L, M, N della (1) e (2) si giunge a

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} = \Delta_2 X - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\\
(7)\qquad &\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} = \Delta_2 Y - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)\\
&\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial t^2} = \Delta_2 Z - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right)
\end{aligned}
$$

Se si fa coincidere l' asse delle x con la direzione del campo magnetico esterno, ossia si pone $A = R$, $B = C = O$, le (4) diventano:

$$
(4')\qquad
\begin{aligned}
\mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + (b_h + d_h \mathrm{R}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_h \mathrm{X}\\
\mathfrak{Y}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} + (b_h + d'_h \mathrm{R}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_h \mathrm{Y}\\
\mathfrak{Z}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t} + (b_h + d'_h \mathrm{R}^2)\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2} &= \varepsilon_h \mathrm{Z}.
\end{aligned}
$$

Si abbia ora un' onda polarizzata linearmente e propagantesi parallelamente all' asse delle z e con vettore luminoso parallelo all' asse delle x, ossia *parallelo al campo magnetico;* sarà

$$
\mathrm{X} = \mathrm{X}_0\, e^{\frac{i}{\vartheta}\left(t - \frac{z}{o_p}\right)} \quad , \quad \mathrm{Y} = \mathrm{Z} = 0
$$

in cui X_0 è una quantità complessa; $\vartheta = \mathrm{T}/2\pi$, essendo T il periodo della luce adoperata; $o_p = \mathrm{V}_p/\ (1 - i\varkappa_p)$, in cui V_p è la velocità di propagazione dell' onda, $\varkappa_p$ l' indice di assorbimento. Si ricava allora dalle (7) ponendo per ogni vettore vibrante espressioni dello stesso tipo di quella data per X

$$
\mathfrak{X} = \left(\frac{v}{o_p}\right)^2 \mathrm{X} \quad , \quad \mathfrak{Y} = 0 \quad , \quad \mathfrak{Z} = 0
$$

e dalle (4)

$$
\mathfrak{X}_h\left(1 + \frac{i}{\vartheta}\, a_h - (b_h + d_h \mathrm{R}^2)\,\frac{1}{\vartheta^2}\right) = \varepsilon_h \mathrm{X} \quad , \quad \mathfrak{Y}_h = 0 \quad , \quad \mathfrak{Z}_h = 0
$$

e sostituendo nella (3)

$$
(8)\qquad \left(\frac{v}{o_p}\right)^2 = 1 + \Sigma \frac{\varepsilon_h}{1 - (b_h + d_h \mathrm{R}^2)\,\frac{1}{\vartheta^2} + \frac{i}{\vartheta}\, a_h}
$$

Analogamente per un' onda propagantesi ancora parallelamente all' asse della z, ma con vettore luminoso parallelo all' asse delle y, ossia *normale al campo magnetico*

$$
(9)\qquad \left(\frac{v}{o_n}\right)^2 = 1 + \Sigma \frac{\varepsilon_h}{1 - (b_h + d'_h \mathrm{R}^2)\,\frac{1}{\vartheta^2} + \frac{i}{\vartheta}\, a_h}
$$

Eguagliando ora le parti reali sia nella (8) sia nella (9)

$$
(10)\qquad
\begin{aligned}
\left(\frac{v}{\mathrm{V}_p}\right)^2 (1 - \varkappa^2_p) &= 1 + \Sigma \frac{\varepsilon_h\, \vartheta^2 (\vartheta^2 - b_h - d_h \mathrm{R}^2)}{(\vartheta^2 - b_h - d_h \mathrm{R}^2)^2 + a^2_h\, \vartheta^2}\\
\left(\frac{v}{\mathrm{V}_n}\right)^2 (1 - \varkappa^2_n) &= 1 + \Sigma \frac{\varepsilon_h\, \vartheta^2 (\vartheta^2 - b_k - d'_h \mathrm{R}^2)}{(\vartheta^2 - b_h - d'_h \mathrm{R}^2)^2 + a^2_h\, \vartheta^2}
\end{aligned}
$$

Importa ora di giungere ad un' espressione, che dia la differenza dei due indici di rifrazione $n_p - n_n = v/V_p - v/V_n$. Per ciò nel sottrarre l' una dall'altra delle (10), si potrà trascurare $\varkappa^2$ rispetto ad 1, ritenere v/V_p e v/V_n poco differenti da n_0 indice di rifrazione del mezzo senza campo e supporre di osservare in regioni spettrali, in cui sieno piccoli $d_h R^2/(\vartheta^2 - b_h)$ e $a^2{}_h \vartheta^2/(\vartheta^2 - b_h)^2$. Si ottiene allora

$$2n_0\left(\frac{v}{V_p} - \frac{v}{V_n}\right) = R^2 \Sigma \frac{\varepsilon_h \vartheta^2 (d_h - d'_h)}{(\vartheta^2 - b_h)^2}$$

Assumiamo ora come misura dell' effetto magneto-ottico il seguente rapporto: differenza dei due indici di rifrazione di due onde con vettore luminoso rispettivamente parallelo e normale al campo magnetico divisa per il quadrato dell' intensità del campo. L' effetto magneto ottico è così definito da

$$\text{(11)} \qquad \frac{n_p - n_n}{R^2} = \frac{\vartheta^2}{2n_0} \Sigma \frac{\varepsilon_h (d_h - d'_h)}{(\vartheta^2 - b_h)^2}.$$

4. Passiamo ora al fenomeno reciproco, cioè all' ottico-magnetico. Sia il vettore luminoso parallelo all' asse delle x, ed un'onda propagantesi parallelamente all' asse delle z; e cerchiamo i valori della permeabilità magnetica parallelamente all'asse delle x e risp. all'asse delle y, ossia *parallelamente e normalmente alla direzione del vettore luminoso*. Sara allora dalle (6)

$$k_p = k_{11} = k_0 + \Sigma \frac{d_h}{\varepsilon_h}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2 \quad ; \quad k_n = k_{22} = k_{33} = k^0 + \Sigma \frac{d'_h}{\varepsilon_h}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2$$
$$k_{23} = k_{31} = k_{12} = 0.$$

Onde

$$k_p - k_n = \Sigma \frac{d_h - d'_h}{\varepsilon_h}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2$$

Per calcolare ora nella formola precedente il coefficiente di $(d_h - d'_h)$ trascuriamo nelle (4) i termini che dipendono dal campo. Allora avremo:

$$\mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_h \frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} = \varepsilon_h X_h \text{ ossia } \mathfrak{X}_h(\vartheta^2 + a_h \vartheta - b_h) = \varepsilon_h \vartheta^2 X$$

Noi dovremo ora introdurre valori medî e contrassegnando con una linea orizzontale questi valori medî:

$$\overline{k_p} - \overline{k_n} = \Sigma \frac{d_h - d'_h}{\varepsilon_h}\overline{\left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t}\right)^2} = \Sigma \frac{d_h - d'_h}{\varepsilon_h} \frac{\overline{\mathfrak{X}_h}}{\vartheta^2} = \Sigma \frac{(d_h - d'_h)\varepsilon_h \vartheta^2}{(\vartheta^2 + a_h \vartheta - b_h)^2}\overline{X^2}.$$

Ora dalle (1) segue $M = Xv/V$ e supponendo piccolo $a_h \vartheta / (\vartheta^2 - b_h)$ avremo:

$$\overline{k_p} - \overline{k_n} = \frac{\vartheta^2 \overline{XM}}{n_0} \Sigma \frac{\varepsilon_h (d_h - d'_h)}{(\vartheta^2 - b_h)^2}.$$

Ora $v \dfrac{\overline{XM}}{4\pi}$ rappresenta il flusso medio di energia parallelamente all'asse delle z, ossia l'intensità I dell'illuminazione; e quindi tralasciando i tratti orizzontali

$$k_p - k_n = \frac{4\pi I \vartheta^2}{v\, n_0} \Sigma \frac{\varepsilon_h (d_h - d'_h)}{(\vartheta^2 - b_h)^2}$$

Assumiamo ora come misura dell'effetto ottico-magnetico il rapporto: differenza della permeabilità parallelamente e normalmente al vettore luminoso divisa per l'intensità dell'onda luminosa, ossia:

$$\text{(12)} \qquad \frac{k_p - k_n}{I} = \frac{4\pi \vartheta^2}{v\, n_0} \Sigma \frac{\varepsilon_h (d_h - d'_h)}{(\vartheta^2 - b_h)^2}.$$

5. Paragonando ora la (11) con la (12) si ha:

$$\text{(13)} \qquad \frac{k_p - k_n}{I} = \frac{n_p - n_n}{R^2} \frac{8\pi}{v}.$$

Ossia *l'effetto ottico-magnetico è eguale all'effetto magneto-ottico moltiplicato per* 8π *e diviso per la velocità della luce.*

Un piccolo calcolo dimostrerà ora l'estrema piccolezza dell'effetto da me cercato e giustificherà l'esito negativo della mia ricerca. Il Majorana dà per una soluzione diluita del ferro dializzato più attivo da lui trovato, in un campo di 18000 C.G.S., sopra 7 cm. di liquido, una differenza di fase di 12 lunghezze d'onda per luce verde; per i liquidi molto più concentrati con cui io ho operato, posso assumere per il medesimo campo una differenza di fase di 10 lunghezze d'onda per centimetro. Si avrebbe quindi per l'effetto magneto-ottico il valore $\dfrac{10 \, . \, 5 \, . \, 10^{-5}}{2\pi\,(18000)^2} = 2{,}5 \, . \, 10^{-13}$, da cui ponendo $I = 10^6$ per luce solare e $v = 3 \, . \, 10^{10}$ si trova che $k_p - k_n$ è dell'ordine di 10^{-17}.

6. Fermiamoci ora un momento sopra la (13). Se noi la scriviamo nella forma

$$\text{(14)} \qquad \frac{I}{V_p} - \frac{I}{V_n} = \frac{R^2 k_p}{8\pi} - \frac{R^2 k_n}{8\pi}$$

essa è suscettibile di un'interpretazione molto semplice. Essa dice, trattandosi di birifrangenza molto debole, che la differenza delle energie ottiche con vettore luminoso rispettivamente parallelo e normale alla direzione del campo è eguale alla differenza delle energie magnetiche con campo rispettivamente parallelo e normale alla direzione del vettore luminoso. E questo risultato è così semplice, che mi sono proposto di ricercare se non si potrebbe giungere ad esso con considerazioni molto più semplici e soprattutto più generali di quelle seguite in questo caso speciale di un fenomeno magneto-ottico e della relativa teoria elettronica; tanto più che ad analoga relazione si giunge considerando il fenomeno Kerr della birifrangenza elettrostatica ed il relativo fenomeno reciproco (vedi Voigt, Wied. Ann. *69*, p. 313, 1899); la cui teoria contiene posizioni e risultati ben diversi da quelli validi per il fenomeno magneto-ottico considerato.

7. Suppongo che la energia unitaria di un corpo isotropo posto in un campo vettoriale K_1 di componenti A_1, B_1, C_1 sia data da $k_1(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)$; se posto invece in un secondo campo vettoriale K_2 di componenti A_2, B_2, C_2, sia data da $k_2(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)$; se finalmente venga posto contemporaneamente nei due campi K_1 e K_2 la sua energia sia

$$
\begin{aligned}
E = {} & k_1(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2) + k_2(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2) + \\
& + d(A_1^2 A_2^2 + B_1^2 B_2^2 + C_1^2 C_2^2) + \\
& + d'\{(B_1^2 C_2^2 + B_2^2 C_1^2) + (C_1^2 A_2^2 + C_2^2 A_1^2) + (A_1^2 B_2^2 + A_2^2 B_1^2)\} + \\
& + 2d''(B_1C_1\,B_2C_2 + C_1A_1\,C_2A_2 + A_1B_1\,A_2B_2)
\end{aligned} \tag{15}
$$

cioè sia la somma delle due energie, ove ciascun campo agisse isolatamente, più un termine che dipende dall'azione reciproca dei due campi. La forma di questo termine di aggiunta soddisfa alle seguenti condizioni: di annullarsi, se uno dei campi si annulla; di ridursi a $dK_1^2 K_2^2$, se un campo coincide coll'altro, ossia se $K \parallel K_2$; a $d'K_1^2K_2^2$, se i due campi sono ad angolo retto, cioè se $K_1 \perp K_2$. Ciò posto, a causa della simmetria del termine di aggiunta rispetto ai due campi, potrò scrivere indifferentemente:

$$
\begin{aligned}
E = {} & \{(k_1 + dA_2^2 + d'B_2^2 + d'C_2^2)\,A_1^2 + (k_1 + d'A_2^2 + dB_2^2 + d'C_2^2)\,B_1^2 + \\
& + (k_1 + d'A_2^2 + d'B_2^2 + dC_2^2)\,C_1^2 + 2d''B_2C_2 \cdot B_1C_1 + 2d''C_2A_2 \cdot C_1A_1 + \\
& + 2d''A_2B_2 \cdot A_1B_1\} + k_2(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2) \\
= {} & \{(k_2 + dA_1^2 + d'B_1^2 + d'C_1^2)\,A_2^2 + (k_2 + d'A_1^2 + dB_1^2 + d'C_1^2)\,B_2^2 + \\
& + (k_1 + d'A_1^2 + d'B_1^2 + dC_1^2)\,C_2^2 + 2d''\,B_1C_1 \cdot B_2C_2 + 2d''C_1A_1 \cdot C_2A_2 + \\
& + 2d''A_1B_1 \cdot A_2B_2\} + k_1(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)
\end{aligned}
$$

ossia potrò dire che il secondo campo ha reso cristallino il corpo rispetto al primo campo, onde l'energia è quella di un corpo cristallino rispetto al primo campo ed isotropo rispetto al secondo — oppure che il primo campo ha reso cristallino il corpo rispetto al secondo campo, onde l'energia è quella di un corpo isotropo rispetto al primo campo e cristallino rispetto al secondo. Tutto questo si può esprimere coi simboli

$$E = \mathcal{E}_1 + E_2 = \mathcal{E}_2 + E_1 .$$

Se noi poniamo ora due orientazioni rispettive dei due campi differenti fra di loro e le contrassegniamo con apici, avremo:

$$E' - E'' = \mathcal{E}'_1 - \mathcal{E}''_1 = \mathcal{E}'_2 - \mathcal{E}''_2 . \tag{16}$$

8. Applichiamo ora le precedenti considerazioni al caso nostro. Il primo campo sia quello creato dal vettore luminoso; il secondo quello creato dal campo magnetico; per le due orientazioni scegliamo il vettore luminoso ed il magnetico rispettivamente coincidenti e perpendicolari; allora la (16) fornisce immediatamente la (14). Infatti nel primo caso della coincidenza dei due vettori l'energia ottica vale I/V_p e la magnetica $k_p R^2/8\pi$; mentre nel secondo caso dei due vettori ad angolo retto, l'ottica vale I/V_n e la magnetica $k_n R^2/8\pi$. E non è difficile accertarsi che in fondo le supposizioni fatte nel corso dei calcoli per giungere in base alla teoria del Voigt alla (14), sono contenute nella (15).

Ed in tal modo la (14) acquista una validità indipendente dalla interpretazione del Voigt o da qualsiasi altra sul meccanismo del fenomeno magneto-ottico. Così per es. lo Schmauss (Drude's. Ann. *12*, pag. 186, 1904), come già prima il Kerr quando trovò un primo accenno del fenomeno della birifrangenza magnetica (Rep. Brit. Ass., pag. 868, 1901), ritengono che questa sia dovuta ad un'orientazione delle particelle colloidali sospese, le quali verrebbero così a formare una specie di reticolo; dimodochè non si avrebbe un'azione diretta del campo sulle vibrazioni luminose, come negli altri effetti magneto-ottici, ma un'azione indiretta; così come i fenomeni ottici atmosferici presentati dai ghiacciuoli che cadendo si dispongono parallelamente non si considerano come dovuti ad un'azione della gravità sulla luce. Ma anche secondo l'interpretazione Kerr-Schmauss si potrebbe sempre pensare ad un fenomeno reciproco, nel senso che un'onda polarizzata avesse la virtù di tendere ad orientare le particelle sospese, da cui seguirebbe poi una permeabilità magnetica variabile colla direzione.

L'essenziale dei due fenomeni definiti come sopra, dovrebbe rimanere che la birifrangenza sia proporzionale al quadrato del campo e la cristallinità magnetica all'intensità luminosa. Si intende che ciò non basterebbe a giustificare da sè la posizione (15); la validità di questa dovrebbe poi in ogni caso essere controllata dall'esperienza.

9. La (16) ha un significato di grande generalità, potendo senz'altro applicarsi a quei casi, in cui l'esperienza appoggi la (15). Intanto essa si

applica subito all'effetto Kerr elettrostatico col risultato al quale già ebbi occasione di accennare. Mi riservo di ritornare sopra l'applicazione della (16) ad altri fenomeni, come per es. variazione di conducibilità elettrica o termica sotto l'azione di campi esterni, ecc. ecc., o casi consimili.

Fisica. — *Radioattività delle pozzolane dei pressi di Roma.* Nota di G. MARTINELLI ed A. SELLA, presentata dal Socio BLASERNA.

Sino dal 1901 era stato sospettato da uno di noi (Rend. Acc. Lincei, V, 13, 1° sem., pag. 553, 1904) che le pozzolane della Campagna Romana presentassero una certa radioattività, perchè le misure di dispersione atmosferica fatte sopra tale terreno con un apparecchio Elsler e Geitel solevano dare un valore più elevato che non sopra altri terreni. Ci accingemmo ora ad una misura della radioattività di pozzolane raccolte in alcune delle cave, che abbondano nei pressi di Roma. Riportiamo qui solo i numeri trovati lasciando ogni descrizione petrografica del materiale cimentato e così ogni deduzione sul legame fra costituzione ed attività, ciò che sarebbe assolutamente prematuro.

Il metodo di misura non si scosta da quello solito. Entro una campana di vetro sono due reti metalliche orizzontali e parallele connesse rigidamente fra di loro da un bastoncino di zolfo. L'inferiore è a terra. La superiore è sorretta da un'asta, che passa per un tappo di zolfo ed esce in un piccolo spazio chiuso da lamine di vetro piane portando un elettroscopio a foglia di alluminio. A pochi centimetri dalla rete inferiore si poneva un piattello, su cui era uniformemente distribuita la sostanza da saggiare, finamente polverizzata e del peso costante di 20 grammi. L'esperienza consisteva nel caricare la rete collegata all'elettroscopio ad un potenziale costante di circa 250 Volt, determinando poi con un microscopio munito di oculare micrometrico la caduta della fogliolina in un quarto d'ora. Le divisioni dell'oculare corrispondevano a variazioni sensibilmente lineari del potenziale rappresentando l'una circa 1 Volt. Nella tabella che segue i numeri rappresentano dunque la caduta in Volt in un quarto d'ora, corretta s'intende per la caduta senza sostanza.

Le pozzolane, gentilmente forniteci dall'ing. Mattirolo, erano state raccolte da molti anni dalle loro cave ed era così escluso che contenessero ancora l'emanazione che si trova in terra raccolta di fresco.

Via Nomentana:

Cava della Cecchina. Campione N.	1	1,1
» » »	2	1,8