ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCI.

1904

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIII.

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1904

dei circoli aventi per centro il piede della verticale abbassata dal centro del foro, la grande obliquità colla quale s' intersecano questi circoli e le linee suddette (ossia la piccola velocità del movimento dell' immagine in altezza rispetto a quella laterale) è poco favorevole all'esattezza, tuttavia il gran numero di punti che si possono facilmente segnare rende probabile di ottenere la linea meridiana sufficientemente esatta.

Jordan traccia questa linea segnando la posizione del centro dell'ombra a mezzogiorno vero dato da un orologio preciso, regolato misurando un'altezza solare, oppure col metodo delle altezze corrispondenti; per questo metodo può servire invece del teodolite o sestante un semplice strumentino di dimensioni poco maggiori di un ciondolo da orologio, che descriverò in una prossima Nota.

Fisica. — *Influenza del modo di procedere nella deformazione sulle proprietà elastiche nel marmo.* Nota del dott. Pericle Gamba, presentata dal Socio P. Blaserna.

Fino dai miei primi studi sul comportamento elastico del marmo (1) avevo avuto occasione di osservare che, compiendo dei cicli sempre più vasti, i valori medi delle deformazioni subìte dalla sostanza in esame non rimanevano costanti: nè le curve rappresentanti graficamente i cicli stessi conservavano lo stesso andamento, se le forze flettenti erano applicate al corpo in modo differente.

Dubitando che il modo, con cui le singole lastrine sono deformate, potesse influire anche sul valore della deformazione media, elemento fondamentale per la determinazione del modulo di elasticità, ho intrapreso uno studio a questo proposito e ne espongo qui di seguito i risultati.

Ho adoperato delle lastrine di marmo in tutto simili a quelle già descritte nella Nota citata e lo stesso metodo di osservazione.

Le operazioni compiute sulle singole lastrine sono state le seguenti, ma non sempre si sono seguite nell'ordine indicato:

1. Una data lastrina veniva sollecitata con un dato peso P; esso agiva per un tempo T, alla fine del quale si osservava la deformazione massima Δ raggiunta dalla lastrina; poi il peso veniva tolto e dopo trascorso un tempo T, uguale al precedente, si notava la deformazione residua δ.

2. La stessa lastrina, ricondotta allo stato iniziale il più esattamente possibile, veniva sollecitata da un peso P′ metà di P per un tempo T′ metà di T, alla fine del quale gli si aggiungeva un nuovo peso P′ uguale al precedente, che agiva con esso per altri T′ minuti, di modo che alla fine di un tempo $T = 2\,T'$ la lastrina veniva ad essere sollecitata dallo stesso

(1) Nuovo Cimento, Novembre 1898.

peso P. Si notava la deformazione massima Δ, quindi si sopprimeva un peso P′ e dopo T′ minuti anche l'altro e trascorso ancora un tempo uguale a T′ si osservava la deformazione residua δ.

3. Ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si applicava ad essa un peso P″ metà di P′ e lo si faceva agire per un tempo T″ metà di T′, alla fine del qual tempo si applicava un altro peso P″ per T″ minuti e quindi un altro pure uguale a P″ per altro tempo uguale, e finalmente un altro peso per ugual tempo. Perciò alla fine del tempo $T = 4\,T''$ la lastrina era sollecitata da un peso $4\,P'' = P$, come nei casi precedenti.

Si leggeva la deformazione massima, poi nello stesso ordine ed agli stessi intervalli di tempo i pesi venivano soppressi, finchè dopo un tempo T si leggeva la deformazione residua.

4. Ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si operava su essa come nel caso precedente, adoperando però un peso P‴ metà di P″ e facendolo agire per un tempo T‴ metà di T″ e quindi successivamente aggiungendo altri pesi uguali a P‴ agenti ciascuno per T‴ minuti, finchè dopo un tempo $T = 8\,T'''$ la lastrina veniva sollecitata da un peso $P = 8\,P'''$. Letta la deformazione massima, si toglievano i pesi nello stesso ordine, finchè dopo un tempo ancora uguale a T si leggeva la deformazione residua.

5. Finalmente, sempre dopo aver ricondotta la lastrina allo stato iniziale, si agiva su essa per cicli, come è descritto nella Nota citata, in modo però che il massimo peso flettore fosse ancora uguale a P e la durata della sua azione nel ciclo più vasto uguale a T minuti. Si notava la massima deformazione subìta dalla lastrina e la deformazione residua.

Come valore della deformazione media si prendeva la media fra i valori delle deformazioni per l'applicazione dei singoli pesi successivi.

Lunghe e laboriose sono state le operazioni per ricondurre volta per volta le lastrine allo stato iniziale, giacchè per un fenomeno di accomodamento spontaneo e probabilmente a causa della elasticitá di seconda specie, le lastrine tendevano ad assumere uno stato di equilibrio, che non corrispondeva esattamente allo stato iniziale; e d'altronde il verificarsi della legge di variazione delle deformazioni medie, variando i processi di deformazione, dipendeva in gran parte dalla eliminazione della deformazione residua, lasciata sulle lastrine dalle forze flettenti. Inoltre queste operazioni le ho dovute compiere a distanza di tempo, avendo constatato, che è solo apparente il ritorno allo stato iniziale di una lastrina, compiuto appena cessato di operare su essa; dopo alcune ore si poteva subito notare uno spostamento, segno che l'equilibrio molecolare non era raggiunto e non era cessato lo stato di anisotropia destato colle flessioni nel corpo. Era quindi necessaria una nuova operazione per riavere la lastrina alle condizioni volute. Per evitare ciò, lasciavo che per alcuni giorni decrescesse in virtù di elasticità susseguente la deformazione residua e poi applicavo dei pesi in senso contrario, finchè questa deformazione era scomparsa.

Nelle tabelle seguenti riporto i valori trovati per la deformazione massima (Δ), per la deformazione residua (δ) in ogni operazione e per le relative deformazioni medie (ε) dovute sempre alla stessa forza flettente.

Nel primo caso si applica un peso di 160 gr. e lo si fa agire per 16 minuti primi, poi si toglie dopo aver osservata la deformazione corrispondente e lasciati trascorrere altri 16′ si osserva la deformazione residua δ. Nel secondo caso si applica un peso di 80 gr. e si fa agire per 8′, poi un altro pure di 80 gr. che agisce per altri 8′ e quindi, dopo aver letta la deformazione massima, si tolgono successivamente i due pesi alla distanza di 8′ l'uno dall'altro e si legge la deformazione residua. Come si vede il peso flettore è stato ancora di 160 gr., la deformazione massima è stata letta dopo 16′ dall'applicazione dei pesi, come nel caso precedente. Nel terzo caso si applica in principio un peso di 40 gr. e poi successivamente altri tre uguali alla distanza di 4′ l'uno dall'altro, sicchè dopo 16′ si trova applicato il peso massimo di 160 gr.; si osserva la deformazione massima Δ e si tolgono i pesi nello stesso ordine e collo stesso intervallo di tempo, in modo che dopo altri 16′, soppressi i pesi, si osserva la deformazione residua. Nel quarto caso si adoperano pesi ciascuno di 20 gr. e si applicano alla distanza di 2′ l'uno dall'altro; così dopo 16′ si raggiunge il peso massimo di 160 gr. e si legge la deformazione corrispondente; poi si tolgono i pesi collo stesso ordine ed alla stessa distanza di tempo, finchè dopo altri 16′, soppressa ogni forza deformatrice, si legge la deformazione residua. Nel quinto caso si compiono due cicli, usando pesi di 20 gr., l'uno fino ad un massimo di 80 gr., l'altro fino a 160 gr., applicando e sopprimendo i pesi alla distanza di 2′ l'uno dall'altro.

(Vedi Tabella I e diagrammi relativi (Fig. 1)).

25 aprile					28 aprile				
Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza
0	000		008		0	000		003	
		144		000			077		000
1	144		008		1	077		003	
		001		000			002		001
2	145		008		2	079		004	
		001		001			001		001
3	146		009		3	080		005	
		001		000			000		074
4	147		009		4	080		079	
		001		001			068		001
5	148		010		5	148		080	
		001		000			001		000
6	149		010		6	149		080	
		000		001			001		001
7	149		011		7	150		081	
		001		139			002		071
8	150		150		8	152		152	

Lastrina n. 1.
P = 160 gr. per 16′.

Lastrina n. 1.
P = 160 gr.; p = 80 gr. per 8′ ciascuno.

7 maggio					3 maggio				
Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza
0	000		011		0	000		016	
		056		000			021		016
1	056		011		1	021		032	
		002		046			019		020
2	058		057		2	040		052	
		031		001			020		020
3	089		058		3	060		072	
		001		035			020		020
4	090		093		4	080		092	
		034		002			020		019
5	124		095		5	100		111	
		001		032			020		017
6	125		127		6	120		128	
		033		001			021		017
7	158		128		7	141		145	
		001		031			021		017
8	159		159		8	162		162	

Lastrina n. 1.
P = 160 gr.; p = 40 gr. per 4′ ciascuno.

Lastrina n. 1.
P = 160 gr.; p = 20 gr. per 2′ ciascuno.

Tabella I.

	Lastrina n. 1			Lastrina n. 6		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 160 gr. . .	150	008	18,25	145 (147)	003 (003)	17,93 (18,18)
p = 160 » . .						
P = 160 » . .	152	003	18,81	150	003	18,56
p = 80 » . .						
P = 160 » . .	159	011	19,19	148	000	18,50
p = 40 » . .						
P = 160 » . .	162	016	19,25	148	000	18,50
p = 20 » . .						
(per cieli) P = 160 gr.	162	010	19,34	159	006	18,68
p = 20 »						

Tabella II.

	Lastrina n. 2			Lastrina n. 4		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 160 gr. . .	270	062	2987	172	005	21.19
p = 160 » . .				(173)	(006)	(21.25)
P = 160 » . .	280	078	3012	170	000	21,25
p = 80 » . .						
P = 160 » . .	270	053	3043	170	000	21,25
p = 40 » . .						
P = 160 » . .	250?	050	(2812)	173	002	21,50
p = 20 » . .						

Tabella III.

	Lastrina n. 3			Lastrina n. 5			
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε	
P = 160 gr.	181	023	21,25	104	012	9,8	P = 200 gr.
p = 160 »							p = 200 »
P = 160 »	178	012	21,50	120	012	11,4	P = 200 »
p = 80 »							p = 100 »
P = 160 »	178	011	21,56	Lastrina di spessore molto maggiore delle altre.			
p = 40 »							

P indica il peso massimo cui la lastrina è assoggettata.

p » i pesi successivamente posti sulla lastrina.

I numeri fra parentesi indicano che l'osservazione è stata ripetuta dopo aver intercalate tutte le altre.

Nell'ultima operazione la lastrina n. 2 non era stata ricondotta perfettamente allo stato iniziale.

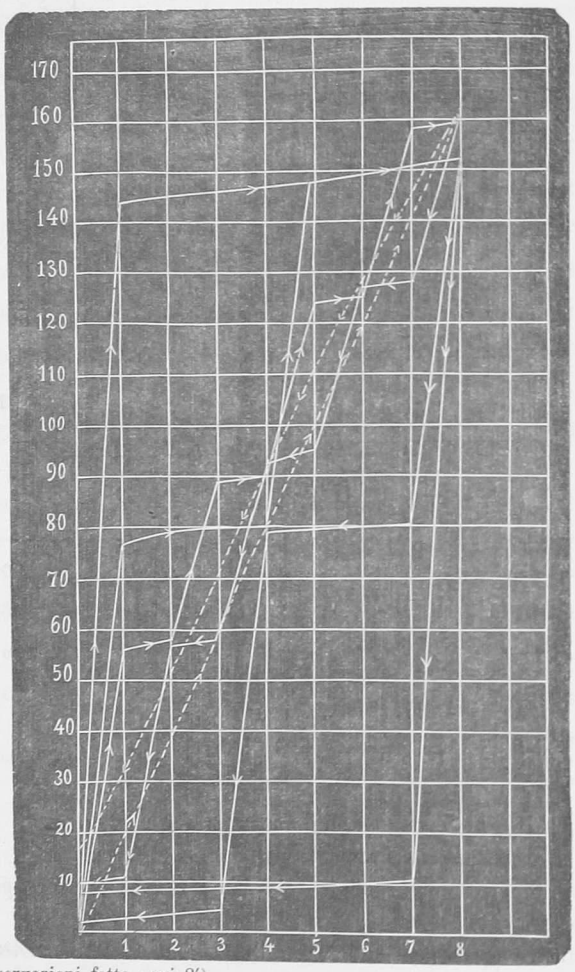
Per un urto accidentale nel ricondurla allo stato iniziale la lastrina n. 3 si rompe.

Le varie osservazioni, come ho già detto fin da principio, non si sono sempre seguite collo stesso ordine, con cui sono riportate nelle tabelle.

Come si vede chiaramente dalle tabelle precedenti le deformazioni medie variano al variare del modo con cui sono applicate le forze flettenti. Esse tendono ad aumentare, frazionando il peso massimo, che deve sollecitare le

lastrine, ed applicando i pesi frazionari successivamente con dati intervalli costanti di tempo, in modo però che l'azione di questi pesi e quella del peso massimo abbiano la stessa durata.

(Vedi Tabella I, lastrina n. 1).



(Osservazioni fatte ogni 2′). tempi

P = 160 gr.	P = 160 gr.	P = 160 gr.	P = 160 gr.
p = 160 "	p = 80 "	p = 40 "	p = 20 "

Fig. 1.

Ho poi limitato questo studio ad una frazione discreta del massimo peso flettore, perchè in questo modo ho potuto, con osservazioni ogni 2′, seguire l'andamento del fenomeno, per poterlo, volendo, rappresentare con una curva (vedi fig. 1). Ma mi ero riservato di completare questa mia Nota con altre

osservazioni sul medesimo soggetto compiute successivamente, che confermano i risultati precedentemente esposti.

Alcune delle lastrine già studiate e ricondotte allo stato iniziale con sufficiente precisione ed altre mai adoperate, le ho assoggettate a forze flettenti che da un valore relativamente piccolo passavano per gradi quasi insensibili a valori piuttosto grandi, e colla medesima legge all'incirca decrescevano fino ad assumere il valore primitivo.

Dopo numerose prove ho potuto raggiungere l'intento, costruendomi un leggiero recipiente di legno, il fondo del quale era attraversato da un tubetto di vetro che terminava all'esterno con un foro assai piccolo, mentre nell'interno era piegato ad U, in modo da poter funzionare come un sifone in un vaso di Tantalo. Questo recipiente poteva essere appeso alla staffa applicata alla lastrina. In esso si faceva cadere del mercurio contenuto in un altro recipiente e dal quale l'efflusso si poteva regolare in modo che il recipiente di legno impiegasse lo stesso tempo a riempirsi ed a vuotarsi. Così per gradi quasi insensibili la lastrina era sollecitata con aumenti di peso costanti fino al massimo, dopo il quale per l'efflusso spontaneo del liquido diminuivano gradatamente le forze flettenti. Nel frattempo osservavo periodicamente al canocchiale la deviazione della scala riflessa dagli specchietti dalla quale poi deducevo, come al solito, la deformazione delle lastrine. Queste poi ricondotte sempre con ogni cura allo stato iniziale, venivano dopo qualche tempo sollecitate con un peso unico equivalente al peso massimo precedente e che agiva pure per un tempo uguale; le osservazioni al canocchiale erano fatte cogli stessi intervalli.

Qui di seguito riporto le tabelle coi numeri corrispondenti alle singole osservazioni ed i valori delle deformazioni massime, residue e medie, che pongo a confronto fra di loro.

Vedi Tabella IV e diagramma relativo (Fig. 2).

30 agosto 1904.

Osservazioni	Deformazione	Differenza	Deformazione	Differenza	
0	000		010		Lastrina n. 7.
		10		18	
1	010		028		Peso del vasetto vuoto = gr. 12.
		18		14	
2	↓ 028		042		» mercurio = gr. 150.
		18		16	
3	↓ 046		058		P = 152 gr.
		19		14	
4	065		↑ 072		Osservaz. fatte ogni min. primo.
		17		15	
5	082		087		L'ultima osservazione è fatta alla distanza di circa $\frac{1}{2}$ min.' dalla precedente.
		17		13	
6	099		100		
		18		15	
7	117		115		
		16		17	
8	133		132		
		18		14	
9	151		146		
		(9)		(14)	
10	(160)		(160)		

Tabella IV.

	Lastrina n. 6			Lastrina n. 7		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 162 gr. . .	151	003	18,45	153	000	18,88
p = 162 » . .	(150)	(001)	(18,46)			
P = 162 » . .	154	008	18,52	160	010	19,13
p frazionatissimo						

Tabella V.

	Lastrina n. 8			Lastrina n. 9		
	Δ	δ	ε	Δ	δ	ε
P = 162 gr. . .	178	012	21,50	162	016	19,25
p = 162 » . .						
P = 162 » . .	178	011	21,56	162	012	19,50
p frazionatissimo						

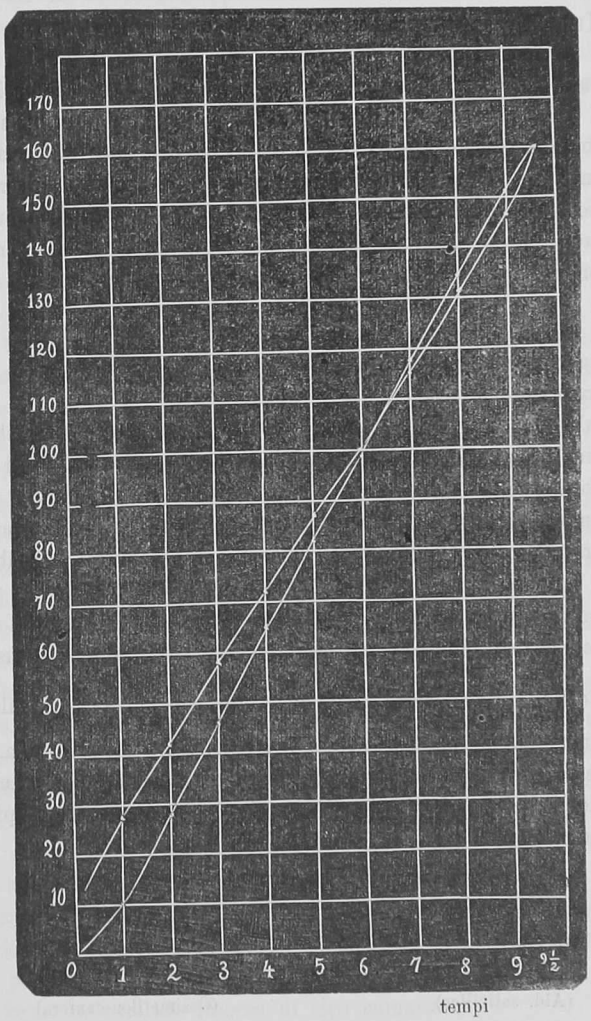
L'esperienza, in questo modo eseguita, conferma quanto abbiamo già asserito; la deformazione media tende ad aumentare, come era prevedibile, e ciò malgrado le esigenze del metodo.

Infatti, fra esse, l'azione del vasetto di legno, che continua a gravitare sulla lastrina per qualche istante dopo cessato l'efflusso del liquido e quindi tende a mantenere la deformazione residua ad un valore superiore al reale, non è da trascurarsi, in quanto che è noto che basta un piccolo peso residuo per impedire che la lastrina riprenda la posizione iniziale e mantenga per un tempo relativamente lungo una deformazione, che in condizioni normali corrisponderebbe ad una notevole forza flettente. Ciò malgrado la legge si verifica.

Ma la curva che rappresenta il fenomeno (vedi fig. 2) non è la stessa, giacchè l'efflusso del liquido dal recipiente non è costante; il vasetto si vuota in tempo uguale a quello impiegato per riempirsi, ma mano a mano che diminuisce la pressione sulla superficie del liquido l'efflusso diminuisce; quindi in principio in un tempo t esce più liquido di quello che sia entrato nello stesso intervallo, mentre via via questa quantità va scemando, fino a

divenire uguale e poi minore. Mentre nella curva il ramo di andata è in tutto simile a quello delle altre curve, il ramo di ritorno è in principio più basso, poi ad un dato momento taglia la curva precedente e le

(Vedi Tabella IV, lastrina n. 7).



P = 162 gr. - Sollecitata in modo continuo.

Fig. 2.

rimane al di sopra. E si deve notare che anche per ciò le singole lastrine tendono a conservare una deformazione permanente, che non mostrano, almeno così grande, assoggettandole alle stesse forze deformatrici massime, agenti per lo stesso tempo senza frazionamenti.