ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCI.

1904

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIII.

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1904

l'età da 6 a 11 anni. Su 18 di essi venne constatata l'ipertrofia della ghiandola tiroide, in alcuni notevole, in altri meno spiccata, ma evidente, come si riscontra nei paesi dove è endemico il gozzo. Così la pretesa immunità del sesso maschile cade, mentre resta indiscutibile che l'allattamento ripetuto e prolungato e altre cause debilitanti favoriscono l'ingrandimento del gozzo.

***

Diremo infine che abbiamo continuato gli esperimenti sui cretini e sui cretinosi colla tiroidina. Qualche effetto si è otteunto, ma inferiore alla nostra aspettativa, tranne in individui cretinosi di tenera età, nei quali però qualche progresso si verifica anche spontaneamente. Noi crediamo che gli esperimenti debbano essere continuati, trasportando però i cretinosi e i cretini in località dove il morbo non è endemico, sottraendoli, cioè, all'azione dell'ambiente. Per fare questi esperimenti occorrono però mezzi dei quali noi per ora non disponiamo.

Matematica. — *Sul sistema di certe formole di Betti estese.* Nota del Corrispondente Ernesto Pascal.

Le formole di Betti estese, cui si riferisce la presente Nota, sono quelle che hanno formato oggetto di un'altra mia recente comunicazione [1], alla quale continuamente mi riferirò, proseguendone anche, per evitare confusioni nei frequenti richiami, la numerazione delle formole.

Basterà qui dir solo che mi propongo di ricercare altre estensioni in diversi sensi, delle equazioni di Betti, indi trar profitto delle formole già stabilite per dedurne delle equazioni di Forsyth, e delle altre date da Betti per un caso speciale, e infine trattare della proprietà delle equazioni di Betti estese e completate, cui ho accennato nella Nota precedente.

1. Si può proporsi ancora una estensione delle equazioni (25) ... (29) immaginando che J, oltre contenere le sole variabili x_i, contenga anche le altre $p-2$ serie di variabili *contragredienti* introdotte da Clebsch nella teoria delle forme ultrabinarie e, che indicheremo con x_{ij}, x_{ijh}, ... Ai primi membri delle equazioni (25) ... (29) bisognerà allora aggiungere dei termini contenenti le derivate rispetto a queste nuove variabili, e i coefficienti di tali termini dovranno trovarsi con un metodo analogo a quello che ci ha condotto alle formole (20).

Come si sa, le nuove variabili possono essere rappresentate dai minori di 2° ordine della matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_1 \dots x_p \\ y_1 \dots y_p \end{matrix} \right\|$$

(1) Pascal, *Sopra le equazioni differenziali relative a certi covarianti di forme algebriche*. Rend. Acc. Lincei (5), t. XIII, 1904, 2° sem., pag. 365-373.

ovvero dai minori di 3° ordine dell'altra matrice

$$\begin{Vmatrix} x_1 \dots x_p \\ y_1 \dots y_p \\ z_1 \dots z_p \end{Vmatrix}$$

e così di seguito, in cui le $y, z, \dots$ sieno tante serie di variabili che si immaginino *cogredienti* alle x. Poniamo in generale:

$$x_{s_1 s_2 \dots s_\mu} = \begin{vmatrix} x_{s_1} & x_{s_2} & \dots & x_{s_\mu} \\ y_{s_1} & y_{s_2} & \dots & y_{s_\mu} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{s_1} & t_{s_2} & \dots & t_{s_\mu} \end{vmatrix}, \quad (\mu = 1, 2, \dots, p-1) \tag{32}$$

e cerchiamo per queste variabili generali la formola, estensione della (13), e per cui la J si comporti come un *covariante assoluto.*

Adoperando le (5) e indicando con $x'_{s_1 s_2} \dots$ le variabili trasformate, si ha:

$$x'_{s_1 \dots s_\mu} = \frac{1}{\Delta} \sum_{\sigma_1} \cdots \sum_{\sigma_\mu} A^{(s_1 \dots s_\mu)}_{\sigma_1 \dots \sigma_\mu} x_{\sigma_1 \dots \sigma_\mu} \tag{33}$$

in cui $A^{(s_1 \dots s_\mu)}_{\sigma_1 \dots \sigma_\mu}$ rappresenta il complemento algebrico in Δ del minore formato colle colonne di indici $s_1 \dots s_\mu$ e colle linee di indici $\sigma_1 \dots \sigma_\mu$, e il sommatorio rispetto alle σ bisogna estenderlo *solo* a tutte le $\binom{p}{\mu}$ combinazioni dei numeri $1, 2, \dots p$. Le s e le σ possono immaginarsi perciò sempre disposte in ordine crescente.

Poniamo ora, più generalmente che in (13),

$$x''_{s_1 \dots s_\mu} = \Delta^{\frac{\mu}{p}} x'_{s_1 \dots s_\mu} = \Delta^{\frac{\mu}{p}-1} \sum_{\sigma_1} \cdots \sum_{\sigma_\mu} A^{(s_1 \dots s_\mu)}_{\sigma_1 \dots \sigma_\mu} x_{\sigma_1 \dots \sigma_\mu} \tag{34}$$

e, supposto che J sia di ordine m_μ nelle variabili x a μ indici (*di specie* μ), poniamo in luogo di (14), la trasformazione:

$$P'' = \left(\frac{P_{(\alpha)}}{P}\right) \Delta^{-\frac{1}{\lambda}\left(q + \sum_{\mu=1}^{p-1} \frac{\mu m_\mu}{p}\right)} \cdot P. \tag{35}$$

Ragionando come nella precedente Nota, si trova agevolmente che *la* J *scritta nelle* z' *date da* (8), *nelle* x'' *e in* P'' *date da* (34), (35), *è eguale alla* J, *cioè che* J'' = J.

Nella equazione (18) dovranno allora comparire i termini colle derivate rispetto a queste nuove x a più indici; in luogo del secondo gruppo di termini dovrà perciò comparire più generalmente un'espressione:

$$\sum_{\mu=1}^{p-1} \sum_{s_1} \cdots \sum_{s_\mu} X_{s_1 \ldots s_\mu} \frac{\partial J}{\partial x_{s_1 \ldots s_\mu}} \tag{36}$$

in cui c'è da ricercare le X, estendendo le formole (20). Inoltre il Π che compare in (18) subisce un lieve mutamento che consiste in ciò che nelle due ultime delle (24) in luogo di m bisogna sostituire $\sum_{\mu=1}^{p-1} \mu m_\mu$.

I coefficienti X sono, al solito, le derivate di x'' rispetto ad $\alpha_k^{(h)}$, quando poi per le α si pongano i valori iniziali (17); osserviamo prima di tutto che

$$\frac{\partial A_{\sigma_1 \ldots \sigma_\mu}^{(s_1 \ldots s_\mu)}}{\partial \alpha_k^{(h)}} = \frac{\partial^{\mu+1} \Delta}{\partial \alpha_k^{(h)}\, \partial \alpha_{\sigma_1}^{(s_1)} \ldots \partial \alpha_{\sigma_\mu}^{(s_\mu)}}$$

e che, pei valori iniziali, tale derivata ha *valore diverso da zero solo quando i due assiemi di numeri*:

$$\begin{cases} h, s_1, \ldots s_\mu \\ k, \sigma_1, \ldots \sigma_\mu \end{cases} \tag{37}$$

sieno due permutazioni dei medesimi $\mu + 1$ *numeri (scelti naturalmente fra* $1, 2, \ldots p$*) tutti fra loro diversi, e valore zero in ogni altro caso;* e propriamente valore $+1$ se le (37) appartengono alla medesima classe (hanno ambedue un numero pari o ambedue un numero dispari di trasposizioni) e valore -1, se esse appartengono a classi opposte.

La derivata di x'' [data da (34)] rispetto a $\alpha_k^{(h)}$ si compone della parte che risulta derivando la potenza di Δ, e della parte che risulta derivando A; ma la prima parte è sempre zero, pei valori iniziali, salvo nei casi in cui sia $h = k$. Onde si ha:

$$\begin{aligned} X_{s_1 \ldots s_\mu} = \left(\frac{\partial x''_{s_1 \ldots s_\mu}}{\partial \alpha_k^{(h)}} \right)_0 &= 0 && \text{per } h \neq k,\ k \neq \text{ da ogni } s \\ &= - x_{s_1 \ldots s_{\nu-1}\, h s_{\nu+1} \ldots s_\mu} && \text{per } h \neq k,\ k = s_\nu \\ &= \frac{\mu}{p} x_{s_1 \ldots s_\mu} && \text{per } h = k \neq \text{ da ogni } s \\ &= \left(\frac{\mu}{p} - 1 \right) x_{s_1 \ldots s_\mu} && \text{per } h = k = s_\nu \end{aligned} \tag{38}$$

Le equazioni (25) ... (29) restano allora completate nel modo seguente [1]:

$$
(39)\left\{\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial J}{\partial z_{ij}}+\sum_{\mu=1}^{p-1}\sum_{s_1}\cdots\sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1\ldots s_{\mu-1}p}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_{\mu-1}i}}=0 \qquad (i=1\,,2\,,\ldots p-1)\\
&\sum_{j=1}^{N} z_{hj}\frac{\partial J}{\partial z_{ij}}+\sum_{\mu=1}^{p-1}\sum_{s_1}\cdots\sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1\ldots s_{\mu-1}h}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_{\mu-1}i}}=0\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (h \neq i\ ;\ h\,,i=1\,,2\,,\ldots p-1)\\
&\sum_{i=1}^{p-1}\sum_{j=1}^{N} z_{hj}\,z_{ij}\frac{\partial J}{\partial z_{ij}}-\sum_{\mu=1}^{p-1}\sum_{s_1}\cdots\sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1\ldots s_{\mu-1}h}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_{\mu-1}p}}=-P^{(h)}\frac{\partial J}{\partial P}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (h=1\,,2\,,\ldots p-1)\\
&\sum_{j=1}^{N} z_{ij}\frac{\partial J}{\partial z_{ij}}+\sum_{\mu=1}^{p-1}\sum_{s_1}\cdots\sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1\ldots s_{\mu-1}i}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_{\mu-1}i}}=(\lambda\omega-q)\,J\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (i=1\,,2\,,\ldots p-1)\\
&\sum_{i=1}^{p-1}\sum_{j=1}^{N} z_{ij}\frac{\partial J}{\partial z_{ij}}-\sum_{\mu=1}^{p-1}\sum_{s_1}\cdots\sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1\ldots s_{\mu-1}p}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_{\mu-1}p}}=q\,J
\end{aligned}\right.
$$

in cui i sommatorii rispetto alle s si intendono estesi: per la 1ª equazione a tutte le combinazioni a $\mu-1$ dei numeri $1\,,2\,,\ldots p-1$ escluso i; per la 2ª, a tutte le combinazioni a $\mu-1$ dei numeri $1\,,2\,,\ldots p$ esclusi i e h; per la 3ª, a tutte quelle dei numeri $1\,,2\,,\ldots p-1$ escluso h; per la 4ª a tutte le combinazioni a $\mu-1$ dei numeri $1\,,2\,,\ldots p$ escluso i; e finalmente per la 5ª, a tutte quelle di $1\,,2\,,\ldots p-1$. Così i detti sommatorii comprendono nelle tre prime equazioni $\binom{p-2}{\mu-1}$ termini, e nelle altre due $\binom{p-1}{\mu-1}$ termini.

2. I calcoli fatti e le formole trovate ci pongono in grado di ritrovare col nostro metodo le equazioni differenziali caratteristiche per un covariante qualunque che trovate prima da Brioschi (Ann. di Mat. (I), t. I, pag. 160), furono poi stabilite sotto la loro forma più generale (per il caso cioè in cui il covariante contenga tutte le variabili contragredienti di Clebsch) da Forsyth in Proc. Lond. Math. Soc., t. XIX, pag. 24-46 (1888).

Non vogliamo qui tralasciare di ritrovarle, sia per la loro affinità colle cose già dette e da dire, sia perchè ci sembra che il nostro modo di ritro-

[1] Osserviamo che poichè una x a più indici muta di segno scambiando fra loro due indici, così può scriversi sempre:

$$x_{s_1\ldots h\ldots s_\mu}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots h\ldots s_\mu}}=x_{s_1\ldots s_\mu h}\frac{\partial J}{\partial x_{s_1\ldots s_\mu h}}$$

vare e di rappresentare queste equazioni abbia dei vantaggi non trascurabili di simmetria e di semplicità, e sia infine perchè le dobbiamo porre in relazione colle equazioni già trovate per dedurne altre formole.

Consideriamo il covariante J dipendente dai coefficienti $a, b, \ldots$ delle forme date, e dalle serie delle variabili contragredienti di Clebsch, e cerchiamo, per seguire sempre il nostro uniforme punto di vista ([1]), una trasformazione dei coefficienti e delle variabili, la quale non sia quella che risulta direttamente dalla trasformazione lineare, cioè quella data dalle (6), (7), ma sia tale che rispetto ad essa J si comporti come un covariante assoluto.

È facile verificare che ciò accade colle x'' date da (34) e colle a'', b'', date da:

$$(40) \qquad a''_{r_1 \ldots r_p} = \varDelta^{-\frac{n_1}{p}} a'_{r_1 \ldots r_p} = \varDelta^{-\frac{n_1}{p}} a^{r_1}_{\alpha^{(1)}} \cdots a^{r_p}_{\alpha^{(p)}}$$

e formole analoghe per $b'', c'', \ldots$

La J costruita colle x'' e $a'', b'', \ldots$, cioè J'', sarà eguale alla J' moltiplicata per una potenza di $\varDelta$ eguale a

$$\sum_{\mu=1}^{p-1} \frac{\mu m_\mu}{p} - \sum_{s=1}^{p-1} \frac{n_s k_s}{p}$$

in cui m_μ sia l'ordine di J nelle variabili x a μ indici e k_s sia il suo grado nei coefficienti di f_s.

Ma per la nota formola che dà il peso q di J, la precedente formola non è che $-q$, onde $J'' = \varDelta^{-q} J'$ e per la (11) si ha infine $J'' = J$. Possiamo allora costruire la *trasformazione infinitesima* che lascia invariata la J, osservando che i coefficienti del simbolo relativo sono le X date da (38), e le derivate delle a'' rispetto ad uno qualunque dei parametri $\alpha_k^{(h)}$, prese pei valori iniziali di questi, cioè

$$(41) \qquad \begin{aligned} A_{r_1 \ldots r_p} = \left(\frac{\partial a''_{r_1 \ldots r_p}}{\partial \alpha_k^{(h)}}\right)_0 &= r_h\, a_{r_1, \ldots, r_h - 1, \ldots, r_k + 1, \ldots, r_p} && \text{per } h \neq k \\ &= \left(r_h - \frac{n_1}{p}\right) a_{r_1 \ldots r_p} && \text{per } h = k \end{aligned}$$

e analogamente per i B, C, ...

([1]) Lo stesso metodo, oltrechè nella ricerca delle equazioni di Betti, è stato da noi applicato recentemente per le equazioni differenziali dei risultanti e discriminanti (Rend. Acc. Lincei, (5), t. XIII, 1904, 2° sem., pag. 295-301.

Si ottengono così le note equazioni:

$$
(42)\quad \begin{cases}
\displaystyle\sum_a \sum_r r_h\, a_{r_1 \dots r_{h-1}, \dots r_{k+1} \dots r_p} \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial a_{r_1 \dots r_p}} - \sum_{\mu=1}^{p-1} \sum_{s_1} \dots \sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1 \dots s_{\mu-1} h} \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial x_{s_1 \dots s_{\mu-1} k}} = 0, \\
\hfill (h \neq k) \\
\displaystyle\sum_a \sum_r r_h\, a_{r_1 \dots r_p} \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial a_{r_1 \dots r_p}} - \sum_{\mu=1}^{p-1} \sum_{s_1} \dots \sum_{s_{\mu-1}} x_{s_1 \dots s_{\mu-1} h} \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial x_{s_1 \dots s_{\mu-1} h}} = q\mathrm{J} \\
\hfill (h = 1, 2, \dots p)
\end{cases}
$$

in cui $\sum_a$ sta a significare che bisogna fare la somma dei risultati ottenuti considerando prima i coefficienti a della prima forma, poi i b della seconda, ecc. e i sommatorii rispetto alle s devono essere estesi a tutte le combinazioni a $\mu - 1$ dei numeri $1, 2, \dots p$ esclusi h e k, per la prima equazione, ovvero escluso solamente h per la seconda.

3. Il modo col quale abbiamo ottenuto le precedenti equazioni ci permette di porle in relazione colle (39) e dedurne delle conseguenze.

Ognuna delle (42) è coordinata ad uno dei coefficienti $\alpha_k^{(h)}$, come anche accadeva di ognuna delle (39); ed è chiaro che da ciascuna delle (42) si deve poter dedurre la *corrispondente* delle (39).

Immaginando perciò J funzione, anzichè delle $a, b, \dots$, delle z_{ij} e di P, e indicando con Ω_{hk}, Ω_{hh} le operazioni rappresentate da:

$$
(43)\quad \begin{cases}
\displaystyle\Omega_{hk} = \sum_a \sum_r r_h\, a_{r_1 \dots r_h - 1 \dots r_k + 1 \dots r_p} \frac{\partial}{\partial a_{r_1 \dots r_p}} \\
\displaystyle\Omega_{hh} = \sum_a \sum_r r_h\, a_{r_1 \dots r_p} \frac{\partial}{\partial a_{r_1 \dots r_p}}
\end{cases}
$$

possiamo scrivere:

$$
(44)\qquad \sum \sum \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial z_{ij}} \Omega_{hk}\, z_{ij} + \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial \mathrm{P}} \Omega_{hk} \mathrm{P} = \Omega \mathrm{J}
$$

e sostituendo tal valore in (42) e paragonando colla corrispondente (39), possiamo trovare il valore di $\Omega_{hk} z_{ij}$ per tutti i possibili valori di h, k. Ritroviamo così le relazioni differenziali cui soddisfanno le radici di un sistema di equazioni algebriche a più variabili considerate come funzioni dei coefficienti delle equazioni stesse.

Tali relazioni *per il caso speciale in cui le forme date sieno di ordini tutti eguali*, furono trovate da Betti (Ann. di Mat. (1), t. I, pp. 193-204; *Opere Matem.* t. I, 163-173) [1] come estensione di *alcune* delle formole

[1] È bene, ad evitare equivoci per lo studioso, notare un errore di stampa incorso nella Memoria di Betti, e riprodotto anche a pag. 164 delle *Opere Matem.* Nelle formole in cui il Betti fissa le operazioni che corrispondono alle nostre Ω, deve leggersi $t > u$ e non $t < u$.

date da Raabe e Brioschi per il caso di una sola equazione algebrica, e da esse il Betti prese il punto di partenza per ricercare quelle pei combinanti di cui abbiamo trattato nella Nota precedente, e che noi invece, più in generale, abbiamo ritrovato direttamente.

Si ha:

$$(45)\qquad \left\{\begin{aligned} \Omega_{hk}\, z_{ij} &= 0 &&\text{per } k \neq i\,, k < p \\ &= -1 &&\text{per } k = i\,, h = p \\ &= -z_{hj} &&\text{per } k = i\,, h < p \\ &= z_i &&\text{per } h = k = p \\ &= z_{hj}\, z_{ij} &&\text{per } h \neq k\,, k = p \end{aligned}\right.$$

e queste valgono anche per il caso in cui gli ordini delle $p-1$ forme sieno diversi fra loro.

4. Una ovvia estensione delle formole (39) si riferisce al caso in cui, anzichè essere assegnate solo $p-1$ forme fondamentali, ne sieno assegnate $\nu(p-1)$ divise in ν gruppi di $p-1$ ciascuno, e si abbia un covariante J che diviso per una potenza λ_1 di un invariante P_1 delle $p-1$ forme ottenute da quelle del primo gruppo, ponendovi $x_p = 0$, per una potenza λ_2 di un invariante P_2 delle $p-1$ forme ottenute da quelle del secondo gruppo ponendovi $x_p = 0$, ecc. sia funzione solo dei sistemi di soluzioni comuni dei ν sistemi di equazioni corrispondenti ai varii gruppi.

È evidente che allora, in luogo dei primi termini delle formole (39), ne verranno ν altri simili, ognuno corrispondente ad uno dei ν gruppi, e un analogo cangiamento subiranno i secondi membri della 3ª e 4ª delle (39).

Inoltre se supponiamo che oltre le $\nu(p-1)$ forme fondamentali rispetto alle quali il covariante J abbia la anzidetta proprietà, ve ne sieno delle altre che non facciano parte di alcuno dei ν gruppi, la modificazione che subiscono le (39), già estese secondo si è or ora detto, è che al primo membro bisogna aggiungere un Ω_{hk}J esteso a tutte le restanti forme.

5. E passiamo ora alla proprietà del sistema (39) già annunziata nella Nota precedente. I primi membri delle (42) soddisfanno alla notevole proprietà che essi formano un così detto *sistema completo*, cioè che indicandoli con V_{hk}J, la *parentesi* formata con due delle operazioni V è una combinazione lineare di tutte le V. Questa proprietà è ben nota [1] e risulta in modo semplice dallo stesso processo della dimostrazione, giacchè basta osservare che i primi membri delle (42), per il modo stesso con cui sono stati ricavati, sono i simboli delle trasformazioni infinitesime relative alla serie di trasformazioni (a parametri α) rappresentate dalle formole (34) e (40). Ora

[1] Per il caso binario v. Clebsch, *Bin. Form.*, pag. 310, e per il caso generale Forsyth, cit.

siccome queste formano un *gruppo*, così, per la nota teoria di Lie, le loro trasformazioni infinitesime soddisfanno alla indicata proprietà. Ma è evidente che lo stesso ragionamento potrà farsi per i primi membri delle (39), cioè delle equazioni di Betti estese, perchè le formole che dànno le x'' e quelle che dànno le z' formano anche evidentemente un gruppo. Onde abbiamo: *i primi membri* U_{hk} *delle equazioni di Betti estese e completate colle altre due categorie* (*oltre le tre già considerate da Betti*) *formano un sistema completo, cioè le parentesi formate con due delle operazioni da essi rappresentati, sono una combinazione lineare di tutte le* U.

Per fissare le idee, indichiamo con U_{hk} l'operazione rappresentata dal primo membro di quella fra le equazioni (39) che corrisponde al parametro $\alpha_k^{(h)}$ giusta il modo di deduzione che abbiamo tenuto; i primi membri di (39) saranno rispettivamente rappresentati da:

$$U_{pi}\ ,\ U_{hi}\ ,\ U_{hp}\ ,\ U_{ii}\ ,\ U_{pp}\,.$$

Possono allora facilmente verificarsi le seguenti formole (in cui gli indici possono avere tutti i valori, *compreso* p):

$$(46)\qquad \begin{cases} (U_{hi}\ ,\ U_{kl}) = 0 & ,\ \text{per } i \neq k\ ,\ h \neq l \\ (U_{hi}\ ,\ U_{il}) = U_{hl} & ,\ \text{per } h \neq l \\ (U_{hi}\ ,\ U_{kh}) = -U_{ki} & ,\ \text{per } i \neq k \\ (U_{hi}\ ,\ U_{ih}) = U_{hh} - U_{ii}\,. \end{cases}$$

Chimica. — *Le leggi fondamentali della stechiometria chimica, e la teoria atomica. Il discorso Faraday del prof. W. Ostwald.* Memoria del Corrispondente R. Nasini.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Matematica. — *Sulle formole che danno la deformazione di una sfera elastica isotropa.* Nota del prof. G. Lauricella, presentata dal Socio V. Volterra.

La presente Nota è da considerarsi come un complemento alle due mie Note sullo stesso argomento pubblicate rispettivamente negli *Annali di Matematica* (tom. VI, ser. III, anno 1901) e nel *Nuovo Cimento* (tom. V, ser. V, anno 1903), nelle quali ritrovo le eleganti formole del prof. Almansi (¹) sotto

(¹) *Sulla deformazione della sfera elastica.* Mem. della R. Acc. delle Sc. di Torino, ser. II, tom. XLVII.