

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCII.

1905

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIV.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1905

Fisica. — *Relazione fra la costante dielettrica e la densità dell'aria* ⁽¹⁾. Nota del dott. AUGUSTO OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Le prime ricerche sopra la costante dielettrica dei gas furono dirette alla verifica della legge di Maxwell. Con questo intendimento il Boltzmann ⁽²⁾ intraprese lo studio di alcuni gas, fra i quali l'aria, trovando una concordanza perfetta fra i valori della costante dielettrica e quelli del quadrato dell'indice di rifrazione. Ayrton e Perry ⁽³⁾ sperimentando con alcuni dei gas studiati dal Boltzmann, trovarono valori non concordanti con la legge di Maxwell, e superiori a quelli dal Boltzmann stesso. Ma questi ultimi ebbero una piena conferma nelle misure ripetute dal Klemencic ⁽⁴⁾.

Il Lebedew ⁽⁵⁾ e il Bädcker ⁽⁶⁾ studiarono la costante dielettrica anche in rapporto alla densità; ma essi limitarono lo studio ai gas liquefatti o ai vapori vicini al punto di ebullizione.

Quindi manca uno studio diretto della costante dielettrica dei gas col variare della densità; io mi sono proposto di iniziare questo studio per pressioni crescenti fino a 200 atmosfere, e in questa Nota dò un cenno delle mie ricerche, riservando una più completa esposizione delle medesime a una pubblicazione che sarà prossimamente fatta sul Nuovo Cimento.

Fino ad ora ho limitato le ricerche all'aria, ma in seguito sperimenterò con altri gas, cercando di studiarne il comportamento allo stato critico e di indagare le possibili relazioni fra la costante dielettrica dei miscugli e dei composti, e quella dei loro componenti.

Descrizione del metodo. — Per le mie misure ho usato un confronto di capacità modificando il metodo del Gordon con una disposizione già adoperata dal Lecher ⁽⁷⁾. Ognuno dei due condensatori C, C' da confrontarsi (fig. 1) ha un'armatura in comunicazione con un polo di un piccolo rocchetto d'induzione I ; le altre due armature sono collegate colle due coppie di quadranti di un elettrometro Mascart E , il cui ago è in comunicazione con la terra insieme all'altro polo del rocchetto.

Uno dei condensatori ha per dielettrico quello di cui si vuol misurare il potere induttore; l'altro è nell'aria, e la sua capacità si può variare spo-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Pisa.

⁽²⁾ Wien. Ber. 69, 795, 1874.

⁽³⁾ Asiatic Soc. of Japan, apr. 18, 1877.

⁽⁴⁾ Wien. Ber., (2) 91, 1, 1885.

⁽⁵⁾ Wied. Ann. 44, 288, 1891.

⁽⁶⁾ Zeitschr. f. Phys. Chem. 36, 305, 1901.

⁽⁷⁾ Wied. Ann. 42, 149, 1891.

stando una delle armature. Così le variazioni di capacità prodotte nel primo sono compensate e calcolate da quelle del secondo.

In definitiva l'applicazione di questo metodo richiede una *f. e. m.* rapidamente alternata, un condensatore a capacità variabile che chiamerò *di confronto*, e un condensatore di dimensioni fisse immerso nel dielettrico che si studia: sarà designato col nome di *condensatore sperimentale*.

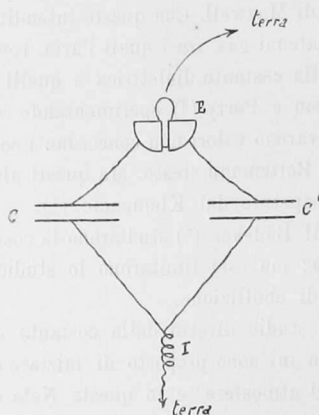


FIG. 1.

Per ottenere una *f. e. m.* alternata ho usato un alternatore ad alta frequenza, del tipo Lamme⁽¹⁾ che fu costruito dall'ing. Santarelli di Firenze con la più grande accuratezza. Questo alternatore può dare una corrente di 10 ampère a 110 volti con 10000 alternanze per secondo. Nelle mie esperienze ho adoperato una corrente di circa 0,5 ampère con settemila alternanze al secondo, trasformandola convenientemente per mezzo di un piccolo rocchetto d'induzione. L'uso di quest'ottimo apparecchio ha dato alle misure una grande speditezza ed una grande regolarità.

Il condensatore a capacità variabile è costituito da due lastre da specchio lunghe m. 1,50, larghe m. 0,30 argentate, ma non verniciate.

L'argentatura è stata raschiata sui bordi in maniera da lasciarne soltanto una striscia centrale di cm. 10 di larghezza e di m. 1,30 di lunghezza. Una delle lastre è fissata sopra un apposito banco di cui nella figura 2 si vede la sezione trasversale; sugli orli porta tanti pezzi di legno duro della forma della fig. 3. I pezzi distano l'uno dall'altro di m. 0,25 e ognuno di essi è fissato alla lastra dentro il vano *a* per mezzo di due viti di pressione *v, v*. Sopra il ripiano *b* posa l'altra lastra che è perfetta-

(1) Trans. of Am. Inst. of Elect. Eng. 21, 405, 1904.

mente libera di scorrervi sopra; il battente che limita il ripiano impedisce alla lastra ogni movimento laterale.

È chiaro che la distanza fra le due lastre del condensatore è determinata dall'altezza del tratto di legno che sta fra il piano *b* e il vano *a*, e per averla uguale in tutti i sostegni, questi furono costruiti con una piallatrice meccanica sopra uno stesso pezzo di legno e poi segati. La lastra

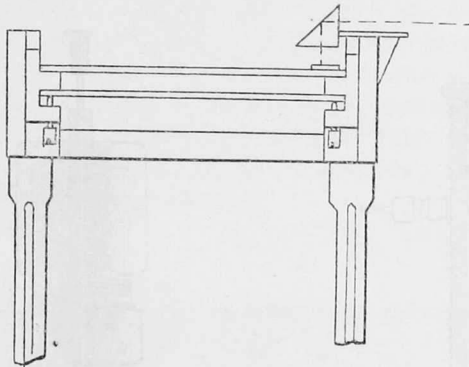


FIG. 2.

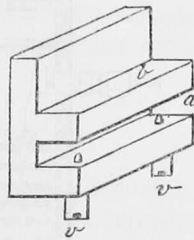


FIG. 3.

mobile è collegata ad una delle estremità con dei morsetti di legno ad una vite che permette di darle spostamenti abbastanza piccoli. Questi sono comunicati dall'esterno, e la posizione della lastra mobile è definita dalla lettura *l* fatta sopra una scala di vetro che scorre con essa, e che si può leggere mediante cannocchiale munito di reticolo attraverso a un prisma a riflessione totale. Il condensatore è chiuso in una custodia di vetro ed è difeso dalle azioni elettrostatiche mediante una rete metallica che avvolge tutta la custodia.

Il condensatore sperimentale è costituito da una serie di dischi sovrapposti; i dischi d'ordine pari infilati sopra una colonna d'ottone formano una delle armature, quelli d'ordine dispari infilati in un'altra colonna, l'altra armatura. A tale scopo ogni disco ha due fori, uno più piccolo, l'altro più grande; il primo serve ad infilarlo nella propria colonna sostegno; il più grande dà passaggio all'altra colonna, che così non è a contatto col disco. Ho fissato le due colonne a una base di vetro, ho interposto fra i dischi di una stessa serie dei cilindretti di ottone infilati nella rispettiva colonna e ho serrato le due serie con un dado all'estremità. Così nessun dielettrico è intervenuto nella costruzione dell'apparecchio.

Compressione dei gas e misura della densità. — La compressione dei gas si effettua dentro un recipiente di acciaio di forma cilindrica del diametro interno di cm. 10 e dell'altezza di 50 cm. (fig. 4). Sul fondo posa

la base del condensatore sperimentale, le armature del quale comunicano con due molle *m* d'ottone fisse alle pareti del recipiente e da queste isolate con un cerchio di ebanite. Il recipiente è chiuso da un tappo nel quale si innesta il tubo di comunicazione con la pompa di compressione.

La comunicazione elettrica con l'esterno si ottiene per mezzo di due fili di ottone isolati con ebanite, che attraversano le pareti del recipiente

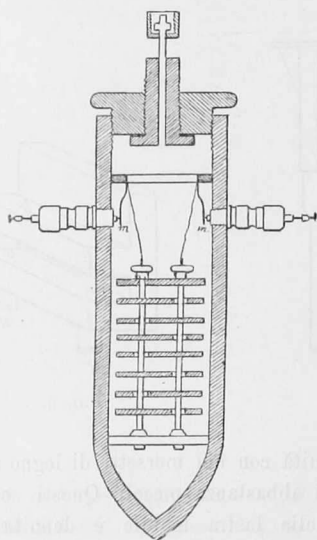


FIG. 4.

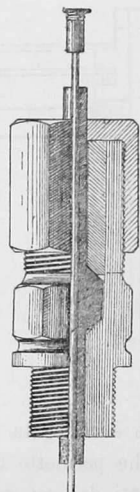


FIG. 5.

e vanno a toccare le molle di comunicazione *m*. La difficoltà consiste nell'ottenere un isolamento rigoroso con una perfetta tenuta a pressioni elevate, e fu superata nel modo seguente: ogni bacchetta di ebanite è forata lungo l'asse per lasciar passare l'anima metallica, e verso la metà della sua lunghezza porta un ingrossamento come indica la fig. 5. Per mezzo di questo ingrossamento la bacchetta di ebanite è serrata dentro la cavità di un pezzo di acciaio per mezzo di un premistoppe. Il pezzo di acciaio è poi avvitato al recipiente con una guarnizione di fibra rossa. Il filo di ottone che attraversa la bacchetta di ebanite è masticiato con ceralacca all'estre mità interna, e questo basta per assicurare la tenuta. I particolari della costruzione sono indicati nella figura.

Per la misura della densità mi sono servito dell'apparecchio usato dal prof. L. Magri nel suo lavoro: *Relazione fra l'indice di rifrazione e la densità dell'aria* ⁽¹⁾, al quale rimando per la descrizione dell'apparecchio e per il modo di far le misure.

⁽¹⁾ Rend. Accad. Lincei, vol. XIII, 1° sem., 1904, pag. 473.

Il compressore che ho adoperato è mosso da un motore da 7 cavalli e permette di arrivare a 200 atmosfere. L'aria compressa, dopo essere stata liberata dall'anidride carbonica e dall'acqua, passa in un tubo di rame che la distribuisce nel recipiente di compressione e nel densimetro.

Andamento delle esperienze. — La formula che deve servire per il calcolo della costante dielettrica si stabilisce molto facilmente.

Sia C_0 la capacità del condensatore sperimentale e l_0 la posizione corrispondente all'equilibrio della lastra mobile del condensatore di confronto. Immaginiamo che per una causa qualunque la capacità del condensatore sperimentale subisca una variazione, talchè essa divenga C_1 : sia l_1 la posizione corrispondente della lastra mobile del condensatore di confronto. Se supponiamo che le variazioni di capacità C siano proporzionali alle variazioni di lunghezza l , allora la capacità corrispondente a qualunque lettura l del condensatore di confronto sarà

$$C = C_0 + \frac{C_1 - C_0}{l_1 - l_0} (l - l_0)$$

Se C_0 rappresenta la capacità del condensatore sperimentale quando il suo dielettrico ha una costante K_0 , e C quella dello stesso condensatore quando la costante è K , allora

$$\frac{K}{K_0} = \frac{C}{C_0} = 1 + \frac{C_1 - C_0}{C_0} \frac{l - l_1}{l_1 - l_0}$$

Dunque per fare la misura della costante dielettrica col metodo da me adottato, occorre prima determinare il valore del rapporto $\frac{C_1 - C_0}{C_0(l_1 - l_0)}$ per valori C_1 e C_0 comprendenti l'intervallo in cui si svolgono le misure, poi accertarsi della proporzionalità già ammessa fra le variazioni di capacità e gli spostamenti della lastra mobile del condensatore di confronto.

Per fare la determinazione suddetta ho sostituito il condensatore sperimentale con un condensatore ausiliario di capacità calcolabile costituito da due lastre di vetro ben piane argentate sulle due facce. Una di esse è fissa orizzontalmente, l'altra è mantenuta parallela alla precedente ed è sospesa ad una vite micrometrica che permette di darle spostamenti verticali. Si allontana la lastra mobile da quella fissa di una certa distanza d_0 e si determina la corrispondente posizione di equilibrio l_0 del condensatore di confronto. Poi si varia la distanza delle lastre del condensatore per mezzo della vite micrometrica: sia d_1 la nuova distanza e sia l_1 la corrispondente posizione di equilibrio del condensatore di confronto.

Il valore del rapporto $\frac{C_1 - C_0}{C_0}$ si calcola con la formula

$$\frac{C_1 - C_0}{C_0} = \frac{d_0 - d_1}{d_1} \left(1 + \frac{0.44 d_0}{a} \right)$$

dove a indica il lato di ognuna delle lastre del condensatore ausiliario. Il secondo termine fra parentesi è relativo alla correzione per gli orli ⁽¹⁾.

Ecco un esempio di tale determinazione

d_1	$d_0 - d_1$	l_1	l_0	$\frac{C_0}{C_1 - C_0} (l_1 - l_0)$
1.989	0.1	35.96	41.37	110.24
"	"	35.95	41.35	110.09
"	"	35.96	41.35	109.88
"	"	35.96	41.35	109.88
"	0.05	38.65	41.40	109.39
"	"	38.61	41.37	109.79
"	"	38.65	41.40	109.79

Il termine $\frac{C_0}{C_1 - C_0} (l_1 - l_0)$ è riferito alla posizione l_0 del condensatore di confronto.

In questa serie le prime quattro determinazioni furono fatte variando la distanza iniziale di un millimetro; le successive variandola di 0.5 mm. La concordanza dei risultati è tale da far ritenere verificata la proporzionalità fra gli spostamenti della lastra mobile del condensatore di confronto e le variazioni della capacità, almeno nel tratto in cui si svolgono le esperienze.

Furono eseguite molte altre determinazioni dello stesso rapporto e la media di tutti i risultati riferiti alla divisione 33 della scala del condensatore di confronto è 101.50.

Dunque la formula che ci servirà per il calcolo della costante dielettrica è

$$K = K_0 \left(\frac{l - l_0}{101.50 + (l_0 - 33)} + 1 \right),$$

con K_0 indicando il valore della costante dielettrica dell'aria nelle condizioni in cui è stata fatta la lettura l_0 , ossia alla pressione atmosferica.

È da notarsi che per inserire il condensatore ausiliario bisogna aggiungere due pezzi di filo; inoltre nella determinazione precedente è necessario tener conto delle comunicazioni che attraversano i tappi e che rappresentano una notevole capacità. Il calcolo di queste parti sarebbe stato certamente illusorio, quindi esse furono lasciate al loro posto tanto durante la precedente determinazione, quanto durante le misure. Per la prima operazione si svitarono i tappi dal blocco fino a togliere la comunicazione con le armature del condensatore sperimentale e furono stabilite le comunicazioni col condensatore ausiliario. Per le misure si riavvitarono i tappi, si escluse il condensatore

⁽¹⁾ Maxwell, v. I, § 293.

ausiliario, ma i fili di comunicazione si lasciarono isolati nella posizione che avevano precedentemente.

Tutte le determinazioni della costante dielettrica furono fatte per pressioni decrescenti, e d'ordinario l'intervallo fra due determinazioni successive fu di 25 atmosfere.

Risultati. — Nella tabella seguente sono riportate le medie dei valori di sette serie con l'errore medio di ogni determinazione. In essa ho anche calcolato l'espressione $\frac{K-1}{K+2} \frac{1}{D}$ che secondo la teoria del Mossotti dovrebbe restar costante, ed ho riportato i valori del quadrato dell'indice di rifrazione trovati dal Magri. Per il valore K_0 della costante dielettrica dell'aria alla pressione atmosferica è stato assunto quello dato dal Boltzmann: 1,00059.

La temperatura media delle esperienze è di 11°.

Costante dielettrica K	Errore medio di K	Densità D	$\frac{1}{D} \frac{K-1}{K+2}$	Quadrato dell'indice di rifrazione n^2
1.0101	$\pm 0,4 \cdot 10^{-3}$	20	$169 \cdot 10^{-6}$	1.0116
1.0196	$\pm 0,4 \cdot 10^{-3}$	40	$162 \cdot 10^{-6}$	1.0237
1.0294	$\pm 0,6 \cdot 10^{-3}$	60	$162 \cdot 10^{-6}$	1.0357
1.0387	$\pm 0,6 \cdot 10^{-3}$	80	$159 \cdot 10^{-6}$	1.0477
1.0482	$\pm 0,6 \cdot 10^{-3}$	100	$158 \cdot 10^{-6}$	1.0601
1.0579	$\pm 0,7 \cdot 10^{-3}$	120	$158 \cdot 10^{-6}$	1.0721
1.0674	$\pm 0,9 \cdot 10^{-3}$	140	$157 \cdot 10^{-6}$	1.0845
1.0760	$\pm 0,9 \cdot 10^{-3}$	160	$154 \cdot 10^{-6}$	1.0971
1.0845	$\pm 1,0 \cdot 10^{-3}$	180	$152 \cdot 10^{-6}$	1.1092

Discussione dei risultati. — Il calcolo della costante dielettrica dipende da due elementi: dalla lettura $l - l_0$ fatta sul condensatore di confronto, e dalla costante $\frac{C_0}{C_1 - C_0} (l_1 - l_0)$ che si determina una volta per sempre.

In quanto alla prima dirò che una lettura isolata del condensatore di confronto si fa a meno di 0,02 cm., e questo vuol dire che una variazione di 0,0002 nel valore della costante dielettrica sfuggirebbe all'osservazione, e che perciò i risultati, per quanto riguarda la sensibilità del metodo, si devono ritenere incerti nelle cifre del quart'ordine.

Il calcolo della costante $\frac{C_0}{C_1 - C_0} (l_1 - l_0)$ trova la maggior causa d'errore nelle imperfezioni della vite micrometrica che serve per misurare la distanza $d_1 - d_0$. La vite suddetta ha un passo di mezzo millimetro e permette la lettura del $\frac{1}{400}$ di millimetro. Avendola confrontata con un'altra

vite che permette la lettura di $\frac{1}{200}$ di mm., l'ho trovata concordante. Presumibilmente l'errore non oltrepassa $0^{\text{mm}},05$, e questo introdurrebbe nella determinazione suddetta un errore di 0,5, e nel valore di $K - 1$ un errore relativo di $\frac{5}{1000}$, che è quanto dire un'incertezza di quattro unità del quarto ordine nel massimo valore di K .

Oltre a questi errori provenienti da limitata sensibilità o da imperfezione degli apparecchi, ci sono quelli che derivano da variazioni della pressione e della temperatura. La pressione altera le dimensioni del condensatore sperimentale; ma prendendo come coefficiente di compressibilità lineare dell'ottone $3,6 \times 10^{-7}$ si avrebbe per duecento atmosfere un avvicinamento fra le lastre del condensatore minore di $\frac{1}{10000}$ della distanza totale, e quindi un errore che non arriverebbe ad intaccare la quarta cifra nel massimo valore di K .

In quanto agli errori introdotti dalle variazioni di temperatura non è possibile nemmeno una valutazione approssimata. Del resto in questo riguardo tutte le esperienze furono fatte in condizioni quasi identiche.

Credo perciò di non esagerare la precisione dei miei risultati ritenendoli esatti a meno di un'unità del terzo ordine.

Conclusioni. — Dalla tabella precedente si desume che il rapporto di Mossotti $\frac{K-1}{K+2} \frac{1}{D}$ non resta costante, ma decresce, di mano in mano che la pressione aumenta di quantità che non rientrano negli errori d'osservazione.

La tabella suddetta porta anche i valori del quadrato dell'indice di rifrazione. Essendo quest'ultimo elemento riferito ad una lunghezza d'onda dello spettro visibile ($\lambda = 0^{\mu},54623$), non può essere uguale alla costante dielettrica; gli scostamenti che si verificano rappresentano la dispersione crescente con la densità del mezzo.

Ritenendo verificata la formula del Mossotti (il che si può fare soltanto in prima approssimazione) la dipendenza fra la costante dielettrica e la densità del mezzo sarebbe rappresentata dalla formula

$$\frac{K-1}{K+2} \frac{1}{D} = 0,00016.$$

Se si prova a calcolare per mezzo di questa formula la costante dielettrica dell'aria liquida assumendo come densità di questa rispetto all'aria nelle condizioni normali il valore 871, si ha $K = 1,475$ che è poco discosto da quello trovato dal Dewar 1,495.

Naturalmente per dare il giusto peso a questo confronto, oltre alle riserve sopra l'estrapolazione, bisogna tenere in mente che l'aria liquida è di composizione diversa dall'aria atmosferica, e che forse non è lecito tener conto delle bassissime temperature soltanto con la densità.