ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Fisica terrestre. — *Sulla misura della velocità di propagazione delle perturbazioni sismiche in rapporto alla sismometria razionale.* Nota di V. Monti, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

Per quanto la misura della velocità superficiale di propagazione delle perturbazioni sismiche sia sempre stata considerata come argomento pieno di difficoltà, queste appaiono tuttavia ancor più gravi di quanto si è finora, a ciò che mi consta, pensato, se i sismogrammi che servono di base alla misura vengano considerati da un punto di vista rigorosamente razionale.

Prendere i diagrammi forniti da due Osservatorî, scegliere in essi dei tratti corrispondenti, determinarne gl'istanti relativi ad assumere la differenza tra questi come uguale al tempo che una certa fase della perturbazione ha impiegato per propagarsi da un osservatorio all'altro, tutto ciò sarebbe abbastanza facile e logico se non fosse necessario alcun lavoro di riduzione per risalire dai sismogrammi al movimento vero del suolo, o se, quanto meno, le riduzioni relative ai due osservatorî si elidessero a vicenda.

Per mostrare che così non è, io considererò un caso particolare, che, per quanto si presenti subito con qualche complicazione, è il più semplice che si possa immaginare.

Si supponga una perturbazione tale che le particelle del suolo compiano delle vibrazioni orizzontali, rettilinee e parallele; la forza sia proporzionale allo spostamento, e le vibrazioni si vengano smorzando sotto l'azione di una resistenza proporzionale alla velocità.

Preso come asse delle x una retta parallela alla direzione delle vibrazioni, per una particella qualunque ha luogo, com'è noto, l'equazione differenziale

$$x'' + 2\varepsilon x' + n^2 x = 0 , \tag{1}$$

essendo ε ed n due costanti, la prima delle quali dipende dalla resistenza che produce lo smorzamento. Supporremo $n > \varepsilon$, con che la (1) corrisponde ad un moto oscillatorio di ampiezza decrescente.

Supponiamo adesso che, nel luogo stesso dove ha luogo tutto ciò, si trovi un pendolo orizzontale funzionante secondo la direzione delle x. Come ha mostrato B. Galitzin [1], l'equazione differenziale del moto dello strumento si può scrivere nella forma

$$X'' + 2\varepsilon_1 X' + n_1 X + x'' = 0. \tag{2}$$

[1] C. R. de la Comm. Sismique permanente; St. Petersbourg, 1902, 1904.

Qui X è l'ordinata del diagramma corrispondente all'epoca t; ε_1 e n_1 sono due costanti dipendenti dallo smorzamento, dalle dimensioni e dalla figura del pendolo. Supporremo $n_1 > \varepsilon_1$, cosicchè le oscillazioni strumentali siano di ampiezza decrescente senza che abbia luogo l'aperiodicità. Queste corrispondono all'equazione differenziale

$$X'' + 2\varepsilon_1 X' + n_1 X = 0$$

il cui integrale generale è

(3) $$X = Ae^{-\varepsilon_1 t} \operatorname{sen}(pt + a)$$

essendo

$$p = \sqrt{n_1^2 - \varepsilon_1^2}.$$

Per applicare alla (2) il metodo della variazione delle costanti arbitrarie, scriviamo la (3) nella forma

$$X = C_1 e^{-\varepsilon_1 t} \operatorname{sen} pt + C_2 e^{-\varepsilon_1 t} \cos pt,$$

e, posto

$$Y_1 = e^{-\varepsilon_1 t} \operatorname{sen} pt$$
$$Y_2 = e^{-\varepsilon_1 t} \cos pt,$$

risolviamo il sistema delle due equazioni algebriche:

$$C_1' Y_1 + C_2' Y_2 = 0$$
$$C_1' Y_1' + C_2' Y_2' = -x''.$$

Viene

(4) $$C_1' = -\frac{x''}{p} e^{\varepsilon_1 t} \cos pt$$

(5) $$C_2' = \frac{x''}{p} e^{\varepsilon_1 t} \operatorname{sen} pt.$$

Per avere C_1 e C_2, occorre notare che, per $n > \varepsilon$,

$$x'' = e^{-\varepsilon t}(P \operatorname{sen} qt - Q \cos qt),$$

essendo P, Q, q costanti dipendenti da ε.
Allora:

$$C_1 = -\frac{1}{p}\left[P \int e^{mt} \operatorname{sen} qt \cos pt\, dt - Q \int e^{mt} \cos qt \cos pt\, dt\right]$$
$$C_2 = \frac{1}{p}\left[P \int e^{mt} \operatorname{sen} qt \operatorname{sen} pt\, dt - Q \int e^{mt} \cos qt \operatorname{sen} pt\, dt\right],$$

essendo $m = \varepsilon_1 - \varepsilon$. Fatte le operazioni indicate, e posto

$$p + q = h \quad ; \quad p - q = k;$$

$$\frac{Pm - Qh}{h^2 + m^2} = \alpha \; ; \; \frac{Ph + Qm}{h^2 + m^2} = \beta \; ; \; \frac{Pm + Qk}{k^2 + m^2} = \gamma \; ; \; \frac{Pk - Qm}{k^2 + m^2} = \delta$$

si ha per integrale generale della (2)

$$X = -\frac{e^{-\varepsilon t}}{2p}\Big\{\Big[\alpha \operatorname{sen} ht - \beta \cos ht - \gamma \operatorname{sen} kt + \delta \cos kt\Big] \operatorname{sen} pt +$$
$$+ \Big[\beta \operatorname{sen} ht + \alpha \cos ht - \delta \operatorname{sen} kt - \gamma \cos kt\Big] \cos pt\Big\},$$

la quale, perchè per $t = 0$, $X = 0$, dà

$$\frac{1}{2p}(\alpha - \gamma) = 0,$$

ossia

$$\alpha = \gamma;$$

cosicchè

$$(6) \quad X = -\frac{e^{-\varepsilon t}}{2p}\Big\{\Big[\alpha(\operatorname{sen} ht - \operatorname{sen} kt) - \beta \cos ht + \delta \cos kt\Big] \operatorname{sen} pt +$$
$$+ \Big[\beta \operatorname{sen} ht - \delta \operatorname{sen} kt + \alpha(\cos ht - \cos kt)\Big] \cos pt\Big\}.$$

La (6) mostra che il tracciato del pendolo orizzontale risulta dalla sovrapposizione di un certo numero di curve sinuose. Derivando la (6), ponendo uguale a 0 la derivata e risolvendo rispetto a t, si avrebbero le epoche dei massimi e dei minimi del tracciato, le quali, come si vede subito, vengono a dipendere da ε.

Così *le fasi del tracciato del pendolo orizzontale dipendono dal valore che lo smorzamento delle oscillazioni telluriche ha nel luogo dove il pendolo orizzontale si trova.*

Ne segue che se la perturbazione sismica si propaga dal punto considerato a un altro ove sia collocato un secondo pendolo orizzontale, e ove, per la diversa costituzione geologica del suolo, ε abbia un valore diverso dal primo punto, la rassomiglianza fra i tracciati dei due pendoli sarà puramente apparente e i loro massimi e minimi saranno spostati in modo differente rispetto ai massimi e minimi della perturbazione sismica. Nulla si potrà dedurre dal confronto dei due tracciati sulla velocità di propagazione delle diverse fasi della perturbazione sismica, perchè i due valori di ε sono, com'è evidente, ignoti.

L'unico modo possibile per arrivare alla conoscenza della detta velocità è quello di costituire degli Osservatorî geodinamici forniti di una combinazione di strumenti appropriati a risolvere il movimento del suolo in tre spostamenti paralleli ad una terna di assi coordinati ortogonali e nelle tre rotazioni intorno agli assi stessi per ogni istante della perturbazione; ricostruire sui tracciati di tali strumenti il moto vero del suolo, e paragonare finalmente la ricostruzione ottenuta in un Osservatorio con quella ottenuta in un altro.

A proposito di queste combinazioni di strumenti è noto che M. Contarini (1) e B. Galitzin (2) ne hanno proposte diverse, il primo partendo esclusivamente dagli strumenti già in uso, il secondo introducendone dei nuovi. Su tali proposte giova fare alcune osservazioni.

I. Benchè gli Autori insegnino il modo di determinare sperimentalmente le varie costanti da introdurre nelle equazioni differenziali relative al movimento di ciascuno strumento, col far oscillare lo strumento stesso in assenza di ogni perturbazione sismica, tuttavia l'attrito delle penne scriventi contro la carta avvolta sul tamburo (nel caso della registrazione meccanica) non si può determinare a questo modo perchè, come già notava il Contarini stesso, esso varia da punto a punto del tracciato. Lo stesso dicasi dell'effetto della tensione superficiale dell'inchiostro scendente dalle penne sulla carta. Per evitare l'introduzione nei calcoli di grandezze di cui non si sa precisare il valore, o, quanto meno, per ridurne l'importanza al minimo possibile, gioverebbe, se non si vuole ricorrere alla registazione fotografica, adottare il sistema di registrazione in uso nei Microsismografi Vicentini, che rende minimo l'attrito e sopprime l'effetto della tensione superficiale dell'inchiostro.

II. Lo stesso sistema di registrazione si raccomanda anche per l'estrema sottigliezza dei tracciati. È infatti questa una condizione indispensabile affinchè si possano fare delle misure di grande sensibilità sui tracciati stessi, come si richiedono per sapere quale funzione del tempo sia l'ordinata, e risalire quindi alle derivate prima e seconda di tale funzione, necessarie per le equazioni differenziali atte a fornire il moto vero del suolo.

III. È bene evitare l'uso di pendoli verticali troppo lunghi, perchè su questi può avere un'influenza perturbatrice l'elasticità degli alti fabbricati da cui pendono, come già notava il Burgatti (3). Nè siffatta influenza si può misurare col fare oscillare il pendolo in assenza di ogni perturbazione sismica, perchè le onde elastiche che a questo modo si propagano dal punto d'attacco al fabbricato sono evidentemente diverse da quelle che, partendo dal suolo, arrivano, pel fabbricato, al punto d'attacco quando si verifichi una perturbazione sismica.

(1) Rend. dell'Acc. dei Lincei, 1901, 1902.

(2) Loc. cit.

(3) Rend. dell'Acc. dei Lincei, 1900.