ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Abbiamo continuato e continuiamo tuttora le nostre ricerche non solo sull'acqua di Fiuggi, ma su tutti i materiali che si trovano in prossimità della sorgente, ricerche che promettono di condurci a risultati interessanti sia dal punto di vista della radioattività dei materiali stessi e dell'acqua, sia dal punto di vista della loro composizione chimica. Speriamo di potere fra breve render conto di questi risultati.

Meccanica. — *Sugli integrali delle equazioni dell'elettrodinamica.* Nota del prof. R. Marcolongo, presentata dal Socio V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Influenza degli orli sulla capacità elettrostatica di un condensatore* [1]. Nota del dott. R. Magini, presentata dal Corrispondente A. Battelli [2].

1. La diseguaglianza di distribuzione prodotta dallo spazio d'aria esistente fra un condensatore munito di anello di guardia e l'anello stesso potrebbe condurre a conclusioni inesatte o almeno non del tutto rigorose quando, come capiterà spesso, dovrà farsi il confronto fra le capacità del condensatore con e senza anello di guardia e quelle ricavate in ambo i casi dalle sue dimensioni.

Sarà quindi conveniente, prima di adoprare la nota formola $\frac{S}{4\pi d}$, di formarsi un'idea della grandezza dell'influenza del taglio.

2. Maxwell, studiando il caso dell'anello nel § 201 di *Electricity and Magnetism*, dà per la capacità di un condensatore circolare, la seguente espressione:

$$\text{(1)} \qquad C = \frac{R^2 + R'^2}{8d} - \frac{R^2 - R'^2}{8d}\,\frac{\alpha'}{d + \alpha'},$$

dove d è la distanza dei piatti; R, il raggio del disco (collettore); R', il raggio interno dell'anello di guardia, per modo che la larghezza del taglio è $R' - R$; e α', una quantità tale che

$$\alpha' < \frac{R' - R}{\pi} \log_e 2\,, \text{ ossia } \alpha' < 0{,}22\,(R' - R) \text{ [3]}.$$

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa.

[2] V. pag. 270.

[3] Questa quantità α' fu introdotta nel calcolo della capacità studiando il sistema formato da due superficie equipotenziali ondulate create da una serie di semipiani paral-

Chiamando allora $2c$ la larghezza del taglio, si ha subito dalla (1):

$$\frac{R^2 + (R+2c)^2}{8d} - \frac{R^2 - (R+2c)^2}{8d} \frac{\alpha'}{d+\alpha'},$$

dalla quale, sviluppando e riducendo si ottiene:

$$\frac{R^2}{4d} + \frac{cR}{2d}\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right) + \frac{c^2}{2d}\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right),$$

che può scriversi:

$$\frac{R^2}{4d} + \frac{c(R+c)}{2d}\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right).$$

Allora, chiamando C_a la correzione della capacità espressa dal primo termine nella supposizione che sia nulla l'influenza dell'orlo, e chiamando, come solito, λ la larghezza della striscia addizionale, avremo subito:

$$C_a = \frac{c(R+c)}{2d}\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right),$$

$$\lambda = \frac{2dC_a}{R} = \frac{c(R+c)}{R}\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right).$$

Ora, in esperienze rigorose la larghezza $2c$ del solco deve essere sempre piccolissima, più piccola che sia possibile; per modo che c riesce estremamente piccolo rispetto ad R. Quindi, poichè

$$\lambda = \left(c + \frac{c^2}{R}\right)\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right),$$

e $\frac{c^2}{R}$ è quasi infinitesimo e $\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right)$ è di poco superiore ad uno, si potrà anche scrivere senza sensibile errore

$$\lambda = c\left(1 + \frac{\alpha'}{d+\alpha'}\right) = c + \frac{c\alpha'}{d+\alpha'}. \tag{2}$$

---

leli posti a distanza B. Una delle due superficie è scelta in modo da essere pressochè piana, ed allora, se A è la distanza da essa alla sommità della superficie ondulata e D l'altezza di questa ondulazione contata dal suo punto più alto al suo punto più basso, Maxwell dimostra che la capacità del suddetto sistema equivale a quella di due superficie piane poste alla distanza $A + \alpha'$, essendo:

$$\alpha' = \frac{B}{\pi}\log_e \frac{2}{1 + e^{-\pi\frac{D}{B}}},$$

Considerando allora la faccia del solco compreso fra il collettore e l'anello, Maxwell trova per la carica su quella, la quantità $q = \frac{1}{4} R(R' - R) \frac{1}{A + \alpha'}$, donde la (1).

Ora, sostituendo nel secondo termine ad α' il suo limite superiore $0{,}44c$, si ha che il valore massimo assunto da quel termine è

$$\frac{0{,}44\,c^2}{d+0{,}44\,c},$$

che si può ritenere trascurabile. Quindi, partendo dalla formola (1) di Maxwell, si ricava che la larghezza della striscia addizionale da usarsi per compensare la influenza dell'orlo e dello spazio d'aria, è sensibilmente eguale alla metà della larghezza dell' intervallo esistente fra il collettore e l'anello di guardia.

3. Dalla (2) risulta che λ cresce col crescere di questo intervallo e diminuisce lievemente col crescere della distanza. Questa seconda conclusione non è confermata dall'esame di altre espressioni di λ. Infatti per un bordo rettilineo, J. J. Thomson (1) dà le formole:

$$\lambda = c - \frac{\pi}{8}\frac{c^2}{d},$$
$$\lambda = \frac{d}{\pi}\left\{1+\log_e\frac{2\pi c}{d}\right\}, \tag{3}$$
$$\lambda = c,$$

le quali valgono rispettivamente nei casi che $\frac{c}{d}$ sia piccolissimo, che sia grandissimo, e che il taglio sia di profondità infinita, con c piccolissimo rispetto a d.

Ora dalla prima (che è quella che fa al caso nostro) come dalla seconda formola, segue invece che λ cresce con d. Ciò risulterà anche dall'esame della formola di Kirchhoff. Si noti anche che, mentre per la formola (2) λ è eguale alla metà del taglio più una quantità piccolissima, per la formola (3) di Thomson, λ è sensibilmente più piccolo della metà del taglio.

4. Ed ora consideriamo la formola data dal Kirchhoff (2) per la capacità *corretta* di un disco circolare munito di anello di guardia, posto in presenza di un gran piatto. Il disco e l'anello sono supposti al potenziale unitario, ed il gran piatto al potenziale zero. Il raggio del disco è $R'-c$; quello interno dell'anello, $R'+c$; b è la grossezza d'entrambi, e d è la loro comune distanza dal gran piatto. Le quantità d, b, c sono supposte come molto piccole rispetto ad R', mentre la larghezza dell'anello si suppone dello stesso ordine di R'. Anche in questo caso, come in quello del condensatore privo di anello, il calcolo si riduce a trovare l'espressione della funzione di flusso che, confrontata con un'altra contenente una costante, permette di

(1) J. J. Thomson, *Notes on Recent* ecc., §§ 241, 243.

(2) Kirchhoff, Monatsber. der Akad. d. Wiss. zu Berl., v. 15, 1877.

conoscere questa costante, ossia il doppio della quantità di elettricità sparsa nel disco.

È noto [1] che quando la grossezza di questo è di grandezza finita, l'integrazione delle equazioni differenziali originate dalla trasformazione schwarziana e dai calcoli successivi richiede l'uso delle funzioni ellittiche. Il Kirchhoff, giunto a determinare l'espressione di quella costante, afferma che il calcolo di essa è assai malagevole, perchè si richiede prima la risoluzione di tre equazioni secondo tre determinati parametri, e che al contrario il calcolo stesso riesce molto semplificato se si suppone che b sia grande rispetto a c, ossia che la grossezza del disco sia rilevante di fronte alla semilarghezza del taglio. Ciò ammesso, il Kirchhoff dà, contentandosi dei termini finiti e degli infinitesimi del primo ordine, per la quantità di elettricità sparsa sul disco, la seguente espressione:

$$\text{(4)} \qquad \frac{R'^2}{4d} - \frac{R'}{\pi}(\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log_e \cos \beta_0 + 4q \operatorname{sen}^2 \beta_0),$$

β_0 e q essendo due quantità tali che

$$\operatorname{tang} \beta_0 = \frac{c}{d},$$

e

$$\text{(5)} \qquad -\log_e q = 2\left(1 + \frac{\beta_0}{\operatorname{tang} \beta_0} + \frac{b}{c}\frac{\pi}{2}\right).$$

5. Si analizzi ora la formola (4), incominciando dal mostrare che essa può essere semplificata senza che i valori numerici subiscano alcuna variazione sensibile, e che può senz'altro adoprarsi l'altra formola:

$$\text{(6)} \qquad \frac{R'^2}{4d} - \frac{R'}{\pi}(\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log_e \cos \beta_0),$$

data anch'essa dal Kirchhoff, ma da questi ritenuta non esatta.

Infatti dalla (5) si ha subito:

$$q = \frac{1}{e^{2\left(1 + \frac{\beta_0}{\operatorname{tang} \beta_0} + \frac{b}{c}\frac{\pi}{2}\right)}};$$

ma l'esponente di e è molto grande, perchè è assai grande il rapporto $\frac{b}{c}$ e quindi anche il terzo termine. D'altra parte $\frac{\beta_0}{\operatorname{tang} \beta_0}$ è positivo ed assai prossimo ad uno, essendo c piccolissimo, e d non divenendo mai infinitesimo, nè troppo piccolo, per evitare scintille fra le due armature. Nel caso del

[1] Cfr. I. I. Thomson, loc. cit., § 241.

disco già preso ad esempio nelle Note precedenti, si può supporre che l'intervallo $2c$ fra esso e l'anello possa ridursi, malgrado le difficoltà della sospensione di entrambi, a cm. 0,1 o meno; ed essendo $b =$ cm. 0,5, si ha $\frac{b}{c} = 10$, che non è un numero molto grande, ma tale da poter ritenere che la (4) sia praticamente applicabile al condensatore in discorso. Allora l'esponente α di e diventa, prendendo $\frac{\beta_0}{\operatorname{tang}\beta_0} = 1$:

$$\alpha = 2(2 + 5\pi) = 35{,}414 ;$$

e poichè è anche

$$\log_e 10^{-15} = \overline{3}5{,}461 \ldots, \text{ ossia } \frac{1}{e^{34,539\ldots}} = 10^{-15} ,$$

così risulta subito che q è minore di 10^{-15}. Quindi l'ultimo termine della (4):

$$-\frac{R'}{\pi} q \operatorname{sen}^2 \beta_0 ,$$

dove $\frac{R'}{\pi}$ è finito e $\operatorname{sen}^2\beta_0 < 1$, è assolutamente trascurabile, non potendo influire nemmeno sulla decima cifra decimale.

6. Si chiami ora R il raggio del disco; allora la (6) diventa:

$$\frac{(R + c)^2}{4d} - \frac{R + c}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) ,$$

che può scriversi:

$$\frac{R^2}{4d} + \frac{c(2R + c)}{4d} - \frac{R + c}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) , \tag{7}$$

onde risulta subito per la correzione della capacità:

$$C_a = \frac{c(2R + c)}{4d} - \frac{R + c}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) . \tag{8}$$

Indicando, come sempre, con λ la larghezza della striscia addizionale, si ha subito dalla formola precedente:

$$\lambda = \frac{2d\, C_a}{R} = c\left(1 + \frac{c}{2R}\right) - \left(1 + \frac{c}{R}\right) \frac{2d}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) , \tag{9}$$

e se notiamo che $\frac{c}{R}$ è estremamente piccolo e che è moltiplicato per termini piccoli anch'essi, così potremo scrivere sensibilmente:

$$\lambda = c - \frac{2d}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) , \tag{10}$$

la quale ci dice subito che per dischi di raggio assai grande, la larghezza della striscia addizionale è praticamente indipendente dal raggio. In altre parole, la perturbazione prodotta dall'orlo è indipendente dalla curvatura e la correzione della capacità è solo proporzionale alla lunghezza dell'orlo.

Ciò risulta, del resto, anche dalla (2). E poichè nella (10) il secondo termine è generalmente molto piccolo, così si vede che λ è eguale alla metà della larghezza del taglio, diminuita di una piccola quantità.

7. Derivando la (10) (o, ciò che è lo stesso, la (9)) rispetto a d, tenendo presente che

$$\operatorname{tang} \beta_0 = \frac{c}{d}, \text{ ossia } \beta_0 = \operatorname{arc\,tang} \frac{c}{d},$$

e che la (10) equivale all'altra espressione

$$(10') \qquad \lambda = c - \frac{2d}{\pi} \left\{ \frac{c}{d} \operatorname{arc\,tang} \frac{c}{d} + \log \cos \left(\operatorname{arc\,tang} \frac{c}{d} \right) \right\},$$

si ha

$$\frac{\partial \lambda}{\partial d} = -\frac{2}{\pi} \left\{ \frac{c}{d} \beta_0 + \log \cos \beta_0 \right\} -$$

$$\frac{2d}{\pi} \left\{ \frac{-c}{d^2} \beta_0 - \frac{c^2 d^2}{d^3 (c^2 + d^2)} + \frac{\operatorname{sen} \beta_0}{\cos \beta_0} \frac{c d^2}{d^2 (c^2 + d^2)} \right\},$$

e poichè è

$$\frac{\operatorname{sen} \beta_0}{\cos \beta_0} = \frac{c}{d},$$

così, svolgendo e riducendo, si ottiene

$$(11) \qquad \frac{\partial \lambda}{\partial d} = -\frac{2}{\pi} \log \cos \beta_0 .$$

E derivando di nuovo:

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial d^2} = -\frac{2c^2}{\pi d (c^2 + d^2)},$$

$$\frac{\partial^3 \lambda}{\partial d^3} = \frac{2c^2}{\pi} \frac{(c^2 + d^2) + 2d^2}{d^2 (c^2 + d^2)^2}$$

che è una quantità essenzialmente positiva; perciò la perturbazione prodotta dall'orlo e dallo spazio d'aria esistente fra il collettore e l'anello di guardia, cresce o diminuisce con l'aumentare o diminuire della distanza dei piatti. Ciò si vede anche dalla (11), perchè β_0 essendo generalmente assai piccolo e positivo, è: $\log \cos \beta_0 < 0$.

Derivando la (10) rispetto a c si ha

$$\frac{\partial \lambda}{\partial c} = 1 - \frac{2\beta_0}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{c}{d}.$$

Ora sarà

$$1 - \frac{2}{\pi} \text{arc tang} \frac{c}{d} > 0\,,$$

se

$$\text{arc tang} \frac{c}{d} < \frac{\pi}{2}\,;$$

ma ciò avviene sempre, perchè le due quantità c e d sono entrambe positive e d non può mai essere zero; dunque, l'influenza dell'orlo e del taglio sulla capacità del condensatore cresce con l'aumentare della larghezza del taglio, come era da aspettarsi.

8. Dalle espressioni (9) e (10') si scorge subito che se c, d ed R si accrescono o si diminuiscono nello stesso rapporto, i termini tra parentesi rimangono gli stessi; onde, se chiamiamo n il valore numerico del rapporto di similitudine di due determinati condensatori, e se λ e λ' sono le larghezze delle striscie addizionali, si ha senz'altro

$$\lambda' = n\lambda\,.$$

La quale relazione sussiste anche quando (R essendo sufficientemente grande) soltanto c e d si trovano in quelle condizioni.

Supponendo di confrontare due condensatori che non differiscono che per la grandezza del raggio, e supponendo che questo sia R per l'uno e $R' = nR$ per l'altro, ponendo

$$\beta_0 \tan\beta_0 + \log\cos\beta_0 = k\,,$$

dove k è una costante, si ha dalla (8), per la correzione della capacità relativa al nuovo condensatore di raggio R', l'espressione

$$C_{aR'} = C_{aR} + R(n-1)\left\{\frac{c}{2d} - \frac{k}{\pi}\right\}.$$

9. Confrontando i risultati ottenuti nei paragrafi precedenti con quelli trovati per il condensatore privo di anello di guardia, si giunge alla conclusione che sebbene l'artificio dell'anello diminuisca fortemente la perturbazione creata dall'orlo nella distribuzione elettrica, questa perturbazione seguita a sussistere nel condensatore anche in quel caso e non si annulla se non diviene zero la larghezza del taglio, e presenta nel complesso il medesimo andamento e le medesime leggi che se l'orlo non fosse in presenza dell'anello.

Per formarsi un'idea della grandezza di questa perturbazione quale risulta dalle espressioni teoriche precedentemente esaminate, applichiamo la formola $\lambda = c$ e le (3), (9), (10) al disco circolare per cui è R = cm. 15, b = cm. 0,5 , c = cm. 0,05 , d = cm. 0,1 . Si ha:

da $\lambda = c$:	λ = cm. 0,05;
dalla (3):	λ = cm. 0,04026;
dalla (9):	λ = cm. 0,04205;
dalla (10):	λ = cm. 0,04235.

E per le correzioni di capacità si hanno i seguenti valori:

$C_a =$ cm. 3,7500, equivalente a 1 parte su 150;
$C_a =$ cm. 3,0195, " " " " 186;
$C_a =$ cm. 3,1807, " " " " 176;

che sono rispettivamente trovate prendendo $\lambda = c =$ cm. 0,05, usando il valore di λ ricavato dalla (3), e applicando direttamente la formola (8).

10. Ora vogliamo mostrare che le espressioni (9) e (10) trovate per il condensatore piano valgono sensibilmente anche per la larghezza della striscia addizionale di un condensatore cilindrico munito di anello di guardia, e che perciò si possono estendere all'orlo di quest'ultimo ed alla sua influenza sulla capacità le considerazioni già fatte per l'orlo del condensatore piano, alcune integralmente, altre con lievi modificazioni, quando, per maggiore esattezza, si voglia tenere conto della curvatura della superficie.

Infatti J. J. Thomson e G. F. C. Scarle [1] in un loro studio per la determinazione del rapporto della unità elettromagnetica all'unità elettrostatica ed in cui adoprarono un condensatore cilindrico munito di anelli, dànno per la larghezza della striscia addizionale la seguente espressione

$$\lambda = 2\left[c\left(1 - \frac{2}{\pi}\,\mathrm{tang}^{-1}\frac{c}{d}\right) + \frac{d}{\pi}\log\left(1 + \frac{c^2}{d^2}\right)\right]\left(1 + \frac{1}{4}\frac{d}{R}\right), \tag{12}$$

dove c e d hanno il significato di prima, e R indica il raggio del cilindro interno munito di anelli. E poichè in questa disposizione gli anelli sono due, due essendo gli orli, e poichè la lunghezza del cilindro è da supporsi assai grande, per guisa che ciascun orlo si comporti come se fosse solo, ed inoltre i due termini

$$-\frac{2}{\pi}\,\mathrm{tang}^{-1}\frac{c}{d} \quad \text{e} \quad \frac{d}{\pi}\log\left(1 + \frac{c^2}{d^2}\right)$$

non sono, come risulta dai passaggi di calcolo usati dagli autori, che gli sviluppi incompleti di

$$-\frac{2}{\pi}\beta_0 \quad \text{e} \quad -\frac{d}{\pi}\log\cos\beta_0\,,$$

dove $\beta_0 = \mathrm{arc\,tang}\,\dfrac{c}{d}$, così per un solo orlo si ha subito, sostituendo nella (12):

$$\lambda = \left\{c\left(1 - \frac{2}{\pi}\beta_0\right) - \frac{d}{\pi}\log\cos^2\beta_0\right\}\left(1 + \frac{1}{4}\frac{d}{R}\right),$$

che può scriversi:

$$\lambda = \left\{c - \frac{2}{\pi}\beta_0\frac{c}{d}\,d - \frac{2d}{\pi}\log\cos\beta_0\right\}\left(1 + \frac{1}{4}\frac{d}{R}\right).$$

[1] J. J. Thomson e G. F. C. Scarle, Phys. Trans., A. 1870.

E poichè $\frac{c}{d} = \operatorname{tang} \beta_0$, risulta:

$$\lambda = \left\{ c - \frac{2d}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) \right\} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{d}{R} \right), \tag{13}$$

La quale espressione non differisce dalla (10) che per il fattore $\left(1 + \frac{1}{4}\frac{d}{R}\right)$ vicinissimo all' unità nella maggior parte dei casi, e che non serve che per introdurre la correzione relativa alla curvatura del condensatore cilindrico. Dunque, poichè a meno di quel fattore, la (10) e la (13) hanno la stessa forma, si possono ricavare da quest' ultima, e con la massima facilità, risultati analoghi o perfettamente identici a quelli avuti per l'orlo del condensatore piano e circolare.

Ma la (9) e la (13) presentano anche più grande analogia, e se nel 1° termine del secondo membro della (9)

$$c\left(1 + \frac{c}{2R}\right),$$

noi prendiamo $\frac{c}{R}$ invece di $\frac{c}{2R}$, con che si erra in più della quantità $\frac{c}{2R}$ che è più che trascurabile (per il disco preso ad esempio è eguale a cm. 0,000083), possiamo scrivere la (9) nel seguente modo:

$$\lambda = \left\{ c - \frac{2d}{\pi} (\beta_0 \operatorname{tang} \beta_0 + \log \cos \beta_0) \right\} \left(1 + \frac{c}{R} \right),$$

la quale, confrontata con la (13), ci dice che se d non è troppo grande (come deve accadere affinchè tutte le formole esaminate sieno sicuramente applicabili), se cioè c è dello stesso ordine di grandezza di $\frac{d}{4}$, allora la (9) è senz' altro applicabile con molta approssimazione anche al condensatore cilindrico, e tanto più, quanto più grande è il raggio del condensatore.

Nella stessa guisa la (10) è rigorosamente applicabile al caso dell'orlo rettilineo, e sensibilmente ad ogni orlo per il quale il raggio di curvatura in tutti i suoi punti sia abbastanza grande.

11. Si consideri ora uno stesso condensatore circolare, oppure se ne considerino due rigorosamente eguali, da usarsi una volta senza anello ed una volta con anello di guardia; e con un metodo qualunque, ma preciso, di confronto, si regoli la distanza fra i dischi dell' uno o dell'altro sinchè essi abbiano esattamente la stessa capacità. Naturalmente, la distanza esistente nell' uno non potrà essere eguale a quella dei dischi nell'altro; infatti, il condensatore senza anello avrà, a parità di distanza, una maggiore capacità ed allora converrà diminuire la distanza fra le armature del primo per

rendere eguali le capacità. In tal caso, dette d e d' quelle distanze, se le formole esaminate rappresentano bene lo stato delle cose, le due espressioni

$$\frac{R^2}{4d} + \frac{R}{2\pi}\left\{\log\frac{4\pi(2d+b)}{e\,d^2} + \frac{b}{2d}\log\left(1+\frac{2d}{b}\right)\right\}$$

$$\frac{R^2}{4d'} + \frac{c(2R+c)}{4d'} - \frac{R+c}{\pi}(\beta_0 \tang\beta_0 + \log\cos\beta_0),$$

dove $\beta_0 = \text{arc tang}\,\frac{c}{d'}$, devono dare identici risultati numerici.

Variando allora d, e conseguentemente d', e ripetendo il confronto delle capacità e dei valori numerici per le successive distanze, le due formole resteranno contemporaneamente verificate.

In altra Nota mostrerò alcuni esempi sperimentali.

Mineralogia. — *Sopra alcuni minerali di Val d'Aosta* (¹). Nota di Federico Millosevich, presentata dal Socio G. Strüver.

Da qualche tempo mi occupo dello studio dei minerali del Vallone di S. Barthélemy in Val d'Aosta e mi riservo di descrivere compiutamente in avvenire, dopo ulteriori ricerche e possibilmente dopo una visita sopra luogo, il giacimento in cui si trovarono i cristalli di danburite, di cui feci cenno in altra mia Nota (²); tale giacimento è estremamente interessante per ciò che riguarda la minerogenesi e la paragenesi. Per ora il materiale che è a mia disposizione non mi permette conclusioni definitive sotto tal punto di vista; e, non potendo prevedere quando tale studio possa essere ultimato e compiuto, faccio noti per ora alcuni risultati, che credo abbastanza interessanti, dei miei studî sui minerali di Val d'Aosta.

Rodocrosite di S. Barthélemy.

Tale minerale, che non è certo una delle forme di combinazione del manganese più abbondanti in natura, è raro come specie ben definita, avendosi più spesso delle manganocalciti o delle sideriti manganesifere, che non la vera e propria rodocrosite con un tenore elevato e assolutamente preponderante di carbonato manganoso sopra gli altri carbonati. Scarsissime sono le notizie che si hanno circa la sua presenza in Italia: il Colomba (³) la indica semplicemente fra i minerali della Beaume presso Oulx (Alta valle

(¹) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Sassari.

(²) F. Millosevich, *Danburite di S. Barthélemy in Val d'Aosta*. Rend. R. Acc. Lincei, *13*, 1904, 1° sem., 197.

(³) L. Colomba, *Sulla mohsite della Beaume (alta valle della Dora Riparia)* Atti R. Acc. Scienze, Torino, *37*, 1902.