

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Si l'on ne trouve aucune différence $K - k$ divisible par les diviseurs premiers de 17 à D_n , N est premier.

Si l'on arrive à une différence $K - k$ divisible par le diviseur premier D , inférieur à D_n , N admet ce diviseur premier D . On divise N par D , le quotient obtenu par D , etc. Soit N_1 le dernier quotient ainsi obtenu: on opère avec N_1 comme on vient d'opérer avec N , en commençant par le diviseur premier qui suit D et on trouve que N_1 égale le produit de caractéristiques ou que N_1 est premier.

On reconnaît si une différence $K - k$ est divisible par le diviseur D correspondant le plus souvent sans effecteur la division par D de cette différence.

Pour reconnaître *instantanément* si une différence $K - k$ est divisible par le diviseur D correspondant, il suffit d'avoir, en même temps que la Table des caractéristiques relatives à la base 30030 jusqu'au diviseur 30029, une Table des restes R obtenus en divisant par les diviseurs D les nombres entiers consécutifs de 17 à 30029: en effet, une différence $K - k$ est divisible par le diviseur D correspondant, lorsque les valeurs de R et de k qui correspondent à ce diviseur sont égales.

La nouvelle Table occuperait une surface au moins 10 fois plus petite que celle qui serait occupée par les Tables qui existent et celles que l'on construirait jusqu'à 901800900, en adoptant l'ancienne disposition.

Fisica. — *Influenza degli orli sulla capacità elettrostatica di un condensatore* (1). Nota del dott. R. MAGINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. Nelle precedenti Note su questo stesso argomento ho esaminato le formole principali da usarsi per la correzione della capacità dipendentemente dalla perturbazione provocata dall'orlo nella distribuzione elettrica di un condensatore. In questa mi propongo di sviluppare un artificio, già indicato nel principio del presente lavoro, che potrà permettere di isolare e di mettere in maggiore evidenza l'influenza dell'orlo, specialmente nel caso in cui venga usato l'anello di guardia, che riduce quell'influenza così notevolmente da farla quasi scomparire di fronte alla capacità del condensatore e da impedire una verifica diretta e rigorosa. D'altra parte, mi sono anche proposto di darne una conferma sperimentale, e di fare un esame sommario delle formole studiate sin qui per tre soli valori della distanza, per vedere se esse sono delle semplici astrazioni o seppure trovano una qualche rispondenza sperimentale.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa.

2. A tal fine ho usato due condensatori, uno circolare, l'altro ellittico, con o senza anelli di guardia, e d'area pressochè equivalente.

Il metodo seguito per le misure è puramente elettrostatico, limitandosi esso a determinare successivamente, mediante un elettrometro di Thomson-Mascart, la forza elettromotrice di quattro accumulatori ed i potenziali rispettivamente assunti da ciascun condensatore con e senza anello, quando si stabiliva la comunicazione tra la batteria ed un condensatore e poi tra questo e l'elettrometro.

Per evitare la dispersione è stato preferito tener conto della deviazione impulsiva dell'ago anzichè della definitiva, che si manteneva molto sensibilmente metà della prima, purchè venisse ridotto d'assai il sistema di smorzamento.

I condensatori furono ritagliati da una lastra di zinco tornita su ambe le faccie, e di cm. 0,5 di spessore; quello circolare fu ritagliato al tornio, quello ellittico con seghe da traforo, meglio che fu possibile. Gli anelli di guardia avevano lo stesso spessore ed una larghezza di cm. 9,2 per il circolare, e di cm. 8,5 per quello ellittico. Lo spazio d'aria (taglio) fra ciascun condensatore e ciascun anello fu, a montatura eseguita, sensibilmente di cm. 0,1.

La parte centrale del condensatore (collettore) fu fissata ad una robusta asta di vetro mediante una ghiera ingessata; l'asta di vetro era poi tenuta superiormente da un sostegno e poteva essere alzata ed abbassata per mezzo di una grossa vite micrometrica di cm. 0,1 di passo e con la testa divisa in 200 parti.

L'anello era sostenuto da cordoncini di seta raccomandati a varie viti e veniva, volta per volta, assai facilmente posto ad egual distanza dal collettore; e mediante un catetometro si procurava che le faccie inferiori dell'anello e del collettore fossero nello stesso piano ed inoltre parallele perfettamente alla faccia superiore del grande piatto legato alla terra, nonchè alla distanza desiderata da quest'ultimo.

L'ago dell'elettrometro era portato ad un determinato potenziale mediante una batteria di 200 piccoli accumulatori Planté ben isolati; una coppia di quadranti era tenuta isolata e l'altra coppia in buona comunicazione col suolo, col quale comunicava anche un polo della batteria suddetta. La distanza fra la scala e lo specchietto era di m. 1,15.

Le comunicazioni fra le varie parti furono fatte per mezzo di adatti e rapidi commutatori e di fili sottili di rame, fasciati ed isolati con ogni cura.

Stabilita la comunicazione fra i quattro accumulatori e la coppia di quadranti isolati, veniva letta la deviazione impulsiva dell'ago; poi, la coppia stessa era posta in comunicazione col suolo e, ritornato a zero l'ago, veniva stabilita quella tra gli accumulatori ed il condensatore (e l'anello, se ne era munito), ed immediatamente dopo, l'altra fra il condensatore e l'elettrometro, mentre l'anello veniva posto al suolo.

3. Nel § 8 della I^a Nota ho mostrato che se le formole delle striscie addizionali rappresentano con sufficiente precisione la influenza dell'orlo sulla capacità di un condensatore e che se esse sono effettivamente applicabili ad un contorno qualunque per il quale il raggio di curvatura in ogni punto sia abbastanza grande, presi due condensatori equivalenti in superficie e di cui l'uno l'abbia contorno circolare e l'altro ellittico, deve rimanere verificata, qualunque sia la distanza d , la relazione:

$$(1) \frac{A}{2d} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}e\right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{1.3}{2.4}e^2\right)^3 \dots - \sqrt[4]{1-e^2} \right\} \lambda = k \left\{ \frac{A_e}{A-A_e} - \frac{A_c}{A-A_c} \right\},$$

dove A è la grandezza dell'asse maggiore del contorno ellittico; e , l'eccentricità; k , la capacità dell'elettrometro e dei fili di congiunzione con ciascuno dei condensatori; A , A_e , A_c , sono le deviazioni direttamente osservate all'elettrometro quando è posto in comunicazione con la sorgente di carica, e con essa e con l'uno o l'altro dei due condensatori; λ , la larghezza della striscia addizionale di cui si vuole la verifica.

In altre parole, se le formole λ vanno bene, il valore di k ricavato dalla (1) deve essere costante con la distanza, purchè questa non sia troppo grande; esso poi ci darà, nel caso che sia costante solo in parte, per quali valori di d quelle formole sieno effettivamente applicabili.

4. Le dimensioni dei condensatori erano:

per il condensatore circolare:

$$\text{raggio } R = \text{cm. } 15,296; \text{ grossezza } b = \text{cm. } 0,5;$$

per il condensatore ellittico:

$$\text{semiassi: } A = \text{cm. } 21,66; B = \text{cm. } 10,83; \text{ spess. } b = \text{cm. } 0,5.$$

I due condensatori non erano rigorosamente equivalenti; infatti:

$$\left. \begin{array}{l} R^2 = \text{cm}^2 233,9676 \\ ab = \text{cm}^2 234,5778 \end{array} \right\} \text{differenza } \text{cm}^2 0,6102,$$

per cui, chiamando c la differenza di capacità dovuta soltanto alla non perfetta equivalenza delle superficie, sarà subito per i vari valori di d ,

$$c = \frac{0,6102}{4d}.$$

Di essa si dovrà tenere conto per il calcolo di k .

Sostituendo nella (1) i valori numerici, e notando che

$$A = 2B, \quad e^2 = \frac{3}{4}, \quad \sqrt[4]{1-e^2} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

si ha per il primo membro, approssimativamente:

$$\frac{5,415}{d} \times 0,097594683 = \frac{1,05451 \lambda}{d}.$$

La somma dei termini della serie è stata arrestata al 4° termine, perchè il 5° è già eguale a $1,2297 \times 10^{-10}$.

Ora, l'espressione (1) risulta dal calcolo di $C_e - C_c$, dove C_e e C_c sono le capacità corrette dei due condensatori nell'ipotesi che le aree dei dischi sieno esattamente equivalenti; quindi, per allontanarsi il meno possibile dalla realtà, occorre aggiungere c al 1° membro della (1), ed occorrerebbe anche tener conto per il contorno di un'altra correzione derivante dal fatto che $2\pi R$ e $2\pi\sqrt{AB}$ non sono rigorosamente eguali, come invece suppone il calcolo della (1). Trascurando però quest'ultima come assai piccola, si ha la relazione:

$$(2) \quad \frac{0,6102}{4d} + \frac{1,05451}{d} \lambda = k \left\{ \frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e} - \frac{\Delta_c}{\Delta - \Delta_c} \right\}.$$

Riporto qui appresso nella tabella I-II le deviazioni Δ , Δ_e , Δ_c relative ai due condensatori e i valori dei rapporti $\frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e}$ e $\frac{\Delta_c}{\Delta - \Delta_c}$.

TABELLA I.
Condensatore ellittico

TABELLA II.
Condensatore circolare

d	Δ	Δ_e	$\frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e}$	Media	d	Δ	Δ_c	$\frac{\Delta_c}{\Delta - \Delta_c}$	Media
cm. 0,1	180,3	171,3	19,033	18,955	cm. 0,1	174,8	166,0	18,864	18,825
	180,4	171,3	18,822			174,6	165,8	18,840	
	180,1	171,1	19,011			174,0	165,2	18,772	
cm. 0,2	176,2	159,5	9,550	9,519	cm. 0,2	149,7	135,4	9,468	9,445
	176,0	159,2	9,535			149,5	135,2	9,454	
	175,9	159,1	9,470			149,3	134,7	9,440	
cm. 1	179,0	123,0	2,196	2,197	cm. 1	170,8	116,8	2,163	2,162
	178,8	122,9	2,198			170,5	116,6	2,168	
	178,8	122,8	2,193			170,4	116,4	2,155	
	178,5	122,7	2,199			170,3	116,4	2,162	

Applichiamo alla (2) le due formole:

$$(3) \quad \lambda = \frac{2d}{\pi} \log 2,$$

$$(4) \quad \lambda = \frac{2d}{\pi} \log \left(2 + \frac{b}{2d} \right) + \frac{b}{2\pi} \log \left(1 + \frac{4d}{b} \right),$$

già esaminate nelle Note precedenti.

Riporto nella seguente tabella i valori dei vari termini della (2) e quelli di k ottenuti valendosi della (3) o della (4):

TABELLA III

d cm.	c cm.	$\frac{1,05451 \lambda}{d}$		$\frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e} - \frac{\Delta_c}{\Delta - \Delta_c}$	Capacità k	
		dalla (3) cm.	dalla (4) cm.		dalla (3) cm.	dalla (4) cm.
0,1	1,5255	0,4653	1,5029	0,130	15,31	23,29
0,2	0,7627	0,4653	1,1894	0,074	16,59	26,38
1	0,1525	0,4653	0,7287	0,035	17,42	25,81

I valori di k ricavati da una stessa formola sono abbastanza concordanti; mentre essi differiscono notevolmente per tutte le distanze, se ricavati da formole diverse. Ciò dipende naturalmente dal fatto che, come abbiamo già visto, la (3) e la (4) rappresentano assai diversamente l'entità dell'influenza dell'orlo.

5. Ma è proprio questa entità che il metodo in discorso permette di giudicare con esattezza, come quello che dà modo di osservare *direttamente* l'influenza dell'orlo isolatamente presa ed il comportamento delle formole teoriche, invece di rimettersi all'esame delle capacità corrette, per le quali si può dire che, nel confronto, la correzione dovuta all'orlo quasi scompare di fronte ad esse, che di quella correzione sono sempre tanto più grandi. Di ciò è facile darne subito una dilucidazione ed una prova sperimentale.

Infatti i rapporti $\frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e}$ e $\frac{\Delta_c}{\Delta - \Delta_c}$ non rappresentano altro, come è evidente, che i rapporti $\frac{C_e}{k}$ e $\frac{C_c}{k}$, dove C_e e C_c sono le capacità *vere* dei due condensatori. Prendendo allora, invece di esse, i valori delle capacità *corrette* ottenute dalle formole

$$(5) \quad \frac{S}{4\pi d} + \frac{L}{2\pi^2} \log_e 2,$$

$$(6) \quad \frac{S}{4\pi d} + \frac{L}{2\pi^2} \left\{ \log_e \left(2 + \frac{b}{2d} \right) + \frac{b}{4d} \log \left(1 + \frac{4d}{b} \right) \right\},$$

che derivano dalla (3) e dalla (4), e valendosi dei valori sperimentali delle tabelle I e II, si hanno per k i seguenti valori:

TABELLA IV.

1) dal condensatore ellittico:

d cm.	Capacità teorica (corretta)		$\frac{\Delta_e}{\Delta - \Delta_e}$	Capacità k	
	dalla (5) cm.	dalla (6) cm.		dalla (5) cm.	dalla (6) cm.
0,1	588,366	598,837	18,955	31,041	31,593
0,2	295,144	303,074	9,519	31,006	31,839
1	60,566	64,666	2,197	27,568	29,434

TABELLA V.

2) dal condensatore circolare:

0,1	586,606	595,819	18,825	31,161	31,650
0,2	294,146	301,105	9,445	29,577	30,277
1	60,178	63,776	2,162	27,834	29,498

Come si scorge subito, i valori di k ottenuti dall'uno o dall'altro condensatore, dall'una o dall'altra formola, sono sempre assai prossimi, ed ecutate forse le distanze assai grandi, non sarebbe possibile con un metodo simile o con un altro metodo di confronto analogo a questo, giungere a risultati attendibili. Le notevoli differenze fra i dati della seconda e quelli della terza colonna di entrambe le tabelle si risolvono poi in variazioni irrisorie della capacità k , come di ogni altra presa per confronto.

Invece, una volta conosciuta con precisione e sperimentalmente, sia direttamente, sia indirettamente mediante qualche artificio, quella capacità k , la tabella III ci dice che sarà facile seguire l'andamento di ciascuna formola per i vari valori della distanza e farne quindi la scelta.

La stessa considerazione può ripetersi anche per lo spessore e per la verifica dei risultati delle Note precedenti.

D'altra parte, la conoscenza di k permetterà di ricavare direttamente dalla (2) il valore vero di λ , ossia di giudicare della influenza effettiva dell'orlo sulla capacità del condensatore.

Un metodo come questo è poi assolutamente vantaggioso per lo studio della formola (4), in quanto non si può fare per essa il confronto fra la capacità del condensatore e quella dello stesso quando è munito di anello di guardia, perchè bisogna forzosamente trascurare l'influenza dello spazio d'aria (taglio); altrimenti, usando per questa una qualunque delle formole esaminate, si giunge all'assurdo che la capacità del condensatore è più grande quando esso è circondato dall'anello che quando ne è privo.

Gli unici inconvenienti che presenta questo metodo sono: dal punto di vista teorico, la difficoltà di applicarlo, anche radicalmente modificato, alla verifica delle formole di Kirchhoff, e dal lato sperimentale, la costruzione del condensatore ellittico. Confido però che in un lavoro sistematico queste difficoltà potranno essere girate completamente.

Per converso le formole di Kirchhoff ammettono una verifica diretta e simultanea, come ho già detto nella Nota precedente.

6. Le precedenti considerazioni possono senz'altro essere estese al caso in cui il condensatore sia munito di anello di guardia; infatti in tal caso basta supporre che λ esprima l'influenza dell'orlo quando esso si trova in presenza dell'anello, perchè la (1) e la (2) sieno subito applicabili alla nuova disposizione e perchè si possa fare la verifica delle espressioni date per correggere l'influenza dovuta allo spazio d'aria esistente fra il disco e l'anello di guardia, e con vantaggio anche più notevole che nel caso precedente, essendo ora assai più piccoli i valori di λ .

Si potrebbero quindi, valendosi dei valori A', A_e', A_c' delle deviazioni date dall'elettrometro nel nuovo caso, rifare i calcoli di k e costruire delle tabelle perfettamente analoghe alle tabelle III, IV, V per le varie espressioni da esaminare.

Ecco intanto i valori di $A', A_e', A_c', \frac{A_e'}{A' - A_e'}, \frac{A_c'}{A' - A_c'}$, per i due condensatori con anelli di guardia.

TABELLA VI.
Condensatori con anelli di guardia

d cm.	Condensatore ellittico				Condensatore circolare			
	A'	A_e'	$\frac{A_e'}{A' - A_e'}$	Media	A'	A_c'	$\frac{A_c'}{A' - A_c'}$	Media
0,1	173,2	164,5	18,908	18,888	180,1	171,0	18,791	18,773
	173,0	164,3	18,885		180,0	170,6	18,747	
	172,9	164,2	18,873		179,8	170,7	18,780	
0,2	179,4	162,2	9,430	9,456	168,4	152,2	9,395	9,369
	179,1	162,0	9,473		166,2	150,2	9,387	
	179,0	161,9	9,467		165,4	149,9	9,308	
1	169,8	111,4	1,907	1,904	178,0	116,3	1,884	1,874
	169,6	110,8	1,884		177,6	115,7	1,869	
	169,6	111,3	1,909		177,4	115,6	1,870	
	169,4	111,3	1,915		177,3	115,6	1,873	

7. Ora però, anzichè ripetere le tabelle di cui si è parlato più sopra e che condurrebbero a risultati del tutto simili a quelli avuti per l'orlo libero, sarà invece utile, valendosi dei dati precedenti, formarsi un'idea, sia pure incompleta, di tutte le formole studiate sin qui, per ciò che almeno riguarda la loro rispondenza sperimentale.

A tale scopo nella tabella VII sono stati riportati: nella 1^a colonna, i valori delle distanze; poi, successivamente, i valori di $\frac{S}{4\pi d}$; delle capacità teoriche corrette dei due condensatori senza anello (C) e degli stessi muniti di anello (C'); di $\frac{C}{k}$, eguale a $\frac{A_e}{A-A_e}$ o $\frac{A_c}{A-A_c}$ a seconda che si tratta dell'uno o dell'altro condensatore; di $\frac{C'}{k}$, eguale a $\frac{A'_e}{A'-A'_e}$ o $\frac{A'_c}{A'-A'_c}$, ed infine i valori teorici di $\frac{C}{C'}$ ricavati dai dati della 3^a e 4^a colonna e quelli sperimentali avuti dai rapporti $\frac{C}{k}$ e $\frac{C'}{k}$ dedotti dall'esperienza.

Superiormente ad ogni serie sono indicate le espressioni di λ e λ' usate per il calcolo di C e di C'.

TABELLA VII

d cm.	$\frac{S}{4\pi d}$ cm.	C cm.	C' cm.	$\frac{C}{k}$	$\frac{C'}{k}$	Valori di $\frac{C}{C'}$	
						teorici	sperimentali

Condensatore ellittico

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{2d}{\pi} \log \left(2 + \frac{b}{2d} \right) + \frac{b}{\pi} \log \left(1 + \frac{4d}{b} \right) \\ \lambda' &= c \end{aligned} \right\}$$

0,1	586,444	598,837	590,801	18,955	18,888	1,0136	1,0035
0,2	293,222	303,074	295,400	9,519	9,456	1,0260	1,0067
1	58,644	64,666	59,089	2,197	1,904	1,0944	1,1539

Condensatore circolare

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{2d}{\pi} \log \left(2 + \frac{b}{2d} \right) + \frac{b}{\pi} \log \left(1 + \frac{4d}{b} \right) \\ \lambda' &= c \end{aligned} \right\}$$

0,1	584,919	595,819	588,743	18,825	18,773	1,0120	1,0028
0,2	292,459	301,105	294,371	9,445	9,369	1,0229	1,0081
1	58,491	63,776	58,873	2,162	1,874	1,0833	1,1537

$$(2) \quad \left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{d}{\pi} \log \frac{8\pi R}{ed} \\ \lambda' &= c \end{aligned} \right\}$$

0,1	584,919	602,578	588,743	18,825	18,773	1,0235	1,0028
0,2	292,459	308,428	294,371	9,445	9,369	1,0478	1,0081
1	58,491	70,542	58,873	2,162	1,874	1,1982	1,1537

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{d}{\pi} \left\{ \log \frac{4\pi(2d+b)R}{ed^2} + \frac{b}{2d} \log \left(1 + \frac{2d}{b} \right) \right\} \\ \lambda' &= c - \frac{2d}{\pi} (\beta_0 \tan \beta_0 + \log \cos \beta_0) \end{aligned} \right\}$$

0,1	584,919	607,677	588,162	18,825	18,773	1,0332	1,0028
0,2	292,459	312,195	294,219	9,445	9,369	1,0611	1,0081
1	58,491	72,068	58,872	2,162	1,874	1,2241	1,1537

8. Se da questo esame sommario e fatto a solo titolo dimostrativo è permesso, dopo quello che è stato esposto innanzi rispetto alla attendibilità delle interpretazioni dei rapporti fra capacità, di trarre una conclusione qualsiasi, essa non può esser che questa: che, cioè, le varie formole esaminate sono tutte applicabili alla correzione della capacità con un approssimazione molto relativa e con differenze più o meno lievi a seconda della distanza fra le armature. Però, è anche da notare che esse non si comportano egualmente: infatti, mentre la (1) deve essere sicuramente rispondente alla realtà per entrambi i condensatori, ossia per qualunque contorno, in un certo intervallo dei valori della distanza compreso fra cm. 0,2 e cm. 1, dal momento che i valori sperimentali di $\frac{C}{C'}$, dapprima minori di quelli ricavati dal calcolo, invertono il loro andamento con l'aumentare della distanza; l'insieme delle formole (2) e (3) dedotte da quelle di Kirchhoff, sembra invece in eccesso per i valori di $d \leq$ cm. 1. Può darsi che restino verificate per valori maggiori. Però, in tutto questo, un giuoco non indifferente deve forse venire esercitato anche dalla forma più o meno rigorosamente tagliente dell'orlo. Ed è ciò che sarà bene venga osservato da vicino.

Altri studi ed altre indagini più precise e sistematiche sono in corso in questo stesso Istituto, e ne saranno quanto prima comunicati i risultati.

Meteorologia. — *La pioggia a Roma.* Nota del dott. FILIPPO EREDIA, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Nella vecchia torre al Collegio Romano le osservazioni meteorologiche cominciarono nel 1788 sotto la direzione dell'abate Giuseppe Calandrelli; esse furono continuate là sotto le direzioni dei PP. Stefano Dumouchel, Francesco Vico ed Angelo Secchi. Nel nuovo Osservatorio sopra la chiesa di Sant' Ignazio furono proseguite sotto le direzioni del P. Angelo Secchi, del P. Stanislao Ferrari, di Pietro Tacchini e di Elia Millosevich, attuale direttore dell'Osservatorio. Secondo l'autorevole parere di Angelo Secchi le serie delle osservazioni udometriche acquistano uniformità, continuità e sicurezza soltanto dal 1825. L'altitudine dell'udometro fino al 1855 incluso fu di m. 65, l'attuale apparecchio è, dal 1856, all'altezza di m. 56,7.

Sopra il palazzo del Campidoglio, trovansi l'omonimo R. Osservatorio Astronomico dove sin dal 1873 e successivamente sotto la direzione del Respighi e del Di Legge si eseguono regolarmente osservazioni meteorologiche. Il pluviometro si trova a m. 69,6 sul livello del mare.

I cerchi meridiani dei due Osservatori distano 704 metri ed i due pluviometri si trovano quasi nelle stesse condizioni di esposizione.