

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Fisica. — *Dispositivo per lo studio dell' Isteresi magnetica sotto l'azione di campi magnetici oscillanti* (1). Nota di F. PIOLA, presentata dal Corrispondente A. SELLA.

Il modo di comportarsi magneticamente del ferro, e in generale di un corpo paramagnetico, quando viene assoggettato a particolari eccitazioni, presenta ad essere studiato delle difficoltà che principalmente consistono nel fissare bene le condizioni nelle quali si trova il corpo sottoposto ad esame. Come è noto l'eccitazione non ha solo un effetto per sè stessa, ma anche in relazione alla *storia* del corpo al quale essa viene applicata e quindi non è solo la condizione *attuale* quella che interessa, ma anche il modo nel quale è stata raggiunta. Uno stesso *urto* (2) od una stessa *torsione* (3) p. e. possono produrre aumenti o diminuzioni nella magnetizzazione del ferro, secondo che vengono applicati in tali o tali altre circostanze.

La comparsa del detector Marconi ha richiamata l'attenzione sull'effetto delle eccitazioni elettromagnetiche oscillatorie rapide, effetto che già precedentemente, fin da molti anni prima, aveva interessato i fisici fra i quali basta ricordare, primi in ordine cronologico, il Savary (4), il Marianini (5) e l'Hankel (6).

Altre volte mi sono occupato dell'argomento (7) e recentemente (8) ho reso conto di esperienze nelle quali impiegano il tubo di Braun.

Colla disposizione adottata, mentre avevo il grande vantaggio di seguire i mutamenti magnetici con uno strumento privo d'inerzia, quale era il fascio *catodico*, mi mancava il modo di tener conto della storia, variando il punto del ciclo *primitivo* nel quale si iniziavano i cicli *sovrapposti*, ed il numero delle inversioni per ogni ciclo primitivo. Inoltre la forma dei cicli sovrapposti non era bene determinata. È per ciò che ho adottata la disposizione seguente la quale, anche per altri particolari, differisce dall'altra e può prestarsi ad applicazioni differentissime.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica del R. Istituto Tecnico di Roma.

(2) Ascoli, Nuovo Cimento, s. 5, t. 3, pag. 5.

(3) Piola e Tieri, Rend. Lincei, 1° sem. 1906, pag. 566.

(4) Savary, Ann. de Ch. e de Ph. (2), t. 34, pag. 5 (1826).

(5) Marianini S., Memorie di Fisica sperimentale, v. 2°, Mem. 4, 7, 8, 9.

(6) Hankel, Pogg. Ann., t. 45, pag. 537 (1845); t. 49, pag. 321 (1846).

(7) Piola, Eletttricista, 1904, pag. 233; 1905, nn. 4 e 10.

(8) Ibidem, 1906, n. 1.

Descrizione del dispositivo.

Un tubo di vetro, piegato ad anello aperto (fig. 1), porta 4 avvolgimenti, ciascuna coppia occupandone una metà. Nell'interno vengono posti, uno per parte, due fasci identici di fili, accuratamente paraffinati, del ferro che vuole studiarsi. La congiungente i centri delle estremità libere è mantenuta

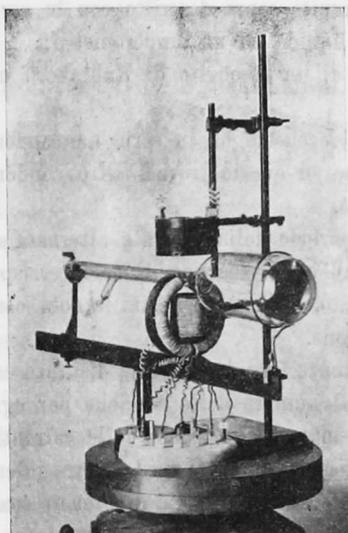


Fig. 1.

orizzontale e fra esse, parallelamente all'asse dell'anello, è posto il tubo di Braun il fascio catodico del quale subirà deviazioni verticali al variar della magnetizzazione del ferro.

Due rocchetti, posti normalmente al tubo, uno superiore e l'altro inferiore, danno al fascio catodico deviazioni orizzontali al variare del campo magnetizzante.

Sul fascio catodico il *campo* non agisce solo pei rocchetti ma anche per gli avvolgimenti, per cui le deviazioni avverranno nella direzione della risultante. Volendo che tali deviazioni avvengano orizzontalmente, basterà inclinare opportunamente gli assi dei rocchetti, ma nei casi nei quali ho usato il dispositivo l'azione, della quale qui si parla, era trascurabile, come risultò da esperienze preliminari fatte senza ferro.

Gli estremi dei 4 avvolgimenti e dei 2 rocchetti terminano in pozzetti di mercurio mediante i quali possono farsi le opportune connessioni. In tal modo si costituiscono due circuiti separati comprendenti:

il 1° gli avvolgimenti interni col rocchetto superiore. Tale circuito è destinato a produrre il campo *primitivo*, ossia oscillante lentamente;

il 2° gli avvolgimenti esterni col rocchetto inferiore. Esso è destinato a produrre il campo *sovraposto*, ossia oscillante rapidamente.

L'altezza del rocchetto superiore è regolata in modo, e la figura ne indica la maniera, che le azioni dei due circuiti siano paragonabili tra loro.

Fra due punti, mantenuti a differenza di potenziale alternata, si staccano due derivazioni comprendenti:

a) il primo circuito sopra descritto con in serie un *rocchetto a reazione*, una resistenza liquida ed un amperometro;

b) il primario di un rocchetto di Ruhmkorff con in serie una resistenza liquida.

Il secondario del rocchetto ha in serie un condensatore ed uno spinterometro: in derivazione su questo trovasi altro condensatore in serie col 2° circuito sopra descritto.

Per ogni mezzo periodo della corrente alternata si hanno una o più scariche allo spinterometro ed a ciascuna di esse corrisponderanno oscillazioni elettriche nel 2° circuito, se sarà verificata la nota condizione fra resistenza, capacità ed autoinduzione.

Variando la resistenza liquida di *b* e la distanza esplosiva dello spinterometro, si può variare il numero delle scariche per ogni mezzo periodo della corrente alternata e la intensità massima delle correnti oscillatorie prodotte.

Variando la resistenza liquida di *a* ed il ferro interno al *rocchetto a reazione*, si riesce facilmente, come è noto, a mantenere costante la intensità massima della corrente magnetizzante ed a variare, entro limiti molto estesi, la *fase*, ossia il ritardo δ col quale essa segue la differenza di potenziale. Infatti poichè si ha, adottando le solite notazioni,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{\omega L}{R} \\ I &= \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \end{aligned}$$

basterà evidentemente far variare ωL ed R in modo che essi sieno sempre rappresentati dai cateti di un triangolo rettangolo, la ipotenusa del quale sia costante.

In tal modo, dato un ciclo primitivo di una certa ampiezza, noi possiamo far agire in *punti determinati* e corrispondenti di ogni metà di esso, campi oscillatorî rapidi o serie di tali campi. Se l' n^a scarica corrispondente ad ogni mezzo ciclo si compie col ritardo η sulla differenza di potenziale al primario del Ruhmkorff, essa si compirà col ritardo $\zeta = \delta - \eta$ sulla corrente magnetizzante e poichè sta in noi variare δ , starà in noi variare la differenza ζ .

Con tale dispositivo, osservando come si modificano le figure sullo schermo del tubo di Braun, abbiamo il mezzo per seguire gli effetti di campi oscillanti rapidi sul ferro, sia in relazione a loro stessi (numero per ciclo, intensità massima, smorzamento, ecc.), che alla storia del ferro sul quale essi vengono ad agire, e ciò quando il ferro descrive cicli magnetici simmetrici.

E le modificazioni le possiamo osservare sia sulla solita figura che rappresenta il cielo di isteresi, sia indipendentemente dalla figura stessa, disponendo i due avvolgimenti del 1° circuito in modo da magnetizzare in senso contrario i due fasci, usando quindi il dispositivo come apparecchio differenziale.

Eccitazione delle oscillazioni.

Colla disposizione descritta le oscillazioni elettriche sono eccitate dalle scariche di un rocchetto il cui primario è alimentato da *corrente alternata*. Se non che è noto come, in tali condizioni, ad uno spinterometro in serie direttamente col secondario non si abbia, in generale, una o più delle solite scintille per ogni mezzo ciclo, come potrebbe da principio pensarsi, ma un vero e proprio *arco voltaico* che dura, secondo le circostanze, per una frazione più o meno grande del periodo.

Osservando lo spinterometro in uno specchio, ruotante intorno ad un asse parallelo alla scarica, si vedono dei nastri luminosi di lunghezza pressochè costante, separati da tratti oscuri: evidentemente quelli corrispondono a valori delle differenze di potenziale, fra gli estremi dello spinterometro, sufficientemente elevati, mentre questi corrispondono a differenze di potenziale inferiori. Aumentando la distanza esplosiva, prima di riuscire a toglier l'*arco*, cessa ogni scarica. Colla disposizione di Tesla (condensatore in derivazione sullo spinterometro) che è quella alla quale ordinariamente si ricorre quando interessa provocare oscillazioni in un circuito ben determinato, l'inconveniente non si toglie.

È evidente come, per impiegare il metodo di studio che abbiamo descritto, sia assolutamente necessario impedire la formazione dell'*arco* ed in casi analoghi si ricorre al soffio, sia magnetico che di un gas.

Si può riuscire ad ottenere lo stesso risultato in modo differente, togliendo cioè le condizioni sotto le quali l'*arco* viene a formarsi.

Fino a quando non scocca la scintilla si può considerare il secondario del Ruhmkorff come chiuso sopra una *capacità*, quella dello spinterometro e del condensatore in parallelo su questo. Al formarsi della scintilla, il secondario si chiude su sè stesso e la capacità diviene ∞ , mentre la intensità della corrente in esso si può prevedere che aumenti in modo notevole. Durante la scintilla la corrente passa traverso a questa ed il calore da essa prodotto mantiene fra gli elettrodi quel ponte di vapore incandescente che costituisce l'*arco*. Ogni mezzo che impedirà alla intensità nel secondario di assumere

valori troppo elevati sarà efficace per ostacolare la formazione dell'arco, ed il mezzo che si presenta più semplice alla mente è quello di impedire alla capacità di crescere troppo, il che si può ottenere ponendo in serie con lo spinterometro un condensatore di capacità costante. Detta c' la capacità aggiunta, c'' quella dello spinterometro e c quella dell'insieme, si avrà:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c'} + \frac{1}{c''}$$

e sarà sempre

$$c \leq c'$$

È appunto adottando questo mezzo che ho ottenuto eccellenti risultati. Alla successione di nastri continui, separati da brevi tratti oscuri, ho visto,



$d = \text{mm. } 1,00.$



$d = \text{mm. } 0,43.$



$d = \text{mm. } 0,24.$

FIG. 2.

nello specchio rotante, sostituirsi serie bene distinte di scintille, staccate l'una dall'altra.

Il numero delle scintille per ogni serie cambia col cambiar dell'ampiezza della f. e. m. impressa e della distanza esplosiva: da una scintilla per serie sono riuscito a contarne fino a 14, il che corrisponde, poichè la corrente alternata aveva 42 periodi, a 1174 scintille per 1".

Dò alcuni saggi di fotografie (fig. 2), ottenute facendo scorrere la lastra fotografica molto rapidamente (a scatto) dinnanzi ad un obbiettivo a corto fuoco, che dava l'immagine reale della scintilla. Gli elettrodi erano di zinco colla parte affacciata avente un raggio di curvatura di 1 cm. circa. La distanza esplosiva d variava da mm. 0,24 a mm. 1. La lastra si muoveva di moto vario, quindi sulle fotografie i tratti corrispondenti ai successivi mezzi periodi sono di lunghezze differenti ma, in ogni modo, molto facilmente riconoscibili.

Le esperienze le ho fatte con differenti rocchetti e condensatori, ottenendo risultati sempre nello stesso senso.

Le considerazioni fatte *a priori* e la loro conferma sperimentale mi hanno indotto a vedere se il problema non potesse discutersi matematicamente. In ultima analisi noi siamo nel caso di un trasformatore *statico* il cui secondario, oltre ad aver *resistenza* ed *induttanza*, ha anche *capacità*: si tratta di veder come, al variare di questa, varii la corrente nel secondario stesso.

Trasformatore col secondario di capacità variabile.

Il problema generale dei trasformatori, sia statici che rotanti, è stato risolto ⁽¹⁾ ed è opportuno di richiamare qualche nozione in proposito per giungere ad espressioni che si prestino alla discussione del nostro caso.

Poniamo, all'istante t :

ε = f. e. m. impressa nel primario del trasformatore;

i_1 = intensità della corrente " " "

i_2 = intensità della corrente nel secondario "

v = differenza di potenziale al condensatore;

φ = flusso di induzione traversante ogni spira,

e tutte queste grandezze sieno *sinusoidali* con la *frequenza* $\omega = 2\pi N$, e colle *ampiezze* indicate dalle stesse lettere ma maiuscole.

Siano inoltre:

R = riluttanza del circuito magnetico, supposta costante;

r_1 = resistenza del primario;

r_2 = " " secondario;

n_1 = numero delle spire del primario;

n_2 = " " " " secondario;

c = capacità del condensatore.

Per tenere conto approssimativamente della *isteresi*, presentata dal nucleo del trasformatore, basterebbe attribuire al flusso φ una fase in ritardo su quella della forza magnetizzante (cioè della risultante di $n_1 i_1$ ed $n_2 i_2$). Ciò, sebbene non corrisponda al fenomeno nei singoli istanti, equivale al vero (come osserva il Grassi ⁽²⁾) se si considera il fenomeno nel suo complesso, e corrisponde ad ammettere che il ciclo di isteresi, anzi che avere la nota forma dell'Ewing, abbia quella di una ellissi di uguale area: basterà assegnare al ritardo di fase un valore opportuno. Tuttavia i risultati che si ottengono non sono sostanzialmente diversi, nel nostro caso, da

⁽¹⁾ Steinmetz, *Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena*, 1898, pag. 193.

⁽²⁾ Grassi, *Elettrotecnica*, vol. 1°, pag. 383.

quelli che derivano trascurando l'isteresi e noi, per semplicità, non terremo conto di questa.

Per quanto è noto avremo le equazioni:

$$(1) \quad \varepsilon = r_1 i_1 + n_1 \frac{d\varphi}{dt} \text{ pel primario,}$$

$$(2) \quad o = v + r_2 i_2 + n_2 \frac{d\varphi}{dt} \text{ pel secondario,}$$

$$(3) \quad R\varphi = n_1 i_1 + n_2 i_2 \text{ per l'insieme.}$$

Da queste si ricava che al variare della capacità c da 0 ad ∞ le ampiezze dei varî vettori cambiano. In particolare I_1 diminuisce, raggiunge un minimo e poi aumenta, mentre I_2 e V aumentano, raggiungono un massimo e poi diminuiscono, ma per I_2 la diminuzione finale è ben lontana dal compensare l'aumento iniziale. Il valore di c che rende minimo I_1 non coincide con quello che rende massimo I_2 o V , nè i massimi di questi coincidono. Preoccupandoci solo della corrente secondaria, si vede che questa è data, in funzione di quella della f. e. m. impressa, da:

$$I_2 = E \frac{n_1 n_2 \omega^2}{\sqrt{\omega^2 \left\{ \frac{n_1^2}{c} + r_1 r_2 R \right\}^2 + \left\{ \frac{r_1 R}{c} - \omega^2 (n_1^2 r_2 + n_2^2 r_1) \right\}^2}}$$

e che segue la f. e. m. con un ritardo θ dato da:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega \left(\frac{n_1^2}{c} + r_1 r_2 R \right)}{\frac{r_1 R}{c} - \omega^2 (n_1^2 r_2 + n_2^2 r_1)}$$

Per $c = 0$ risulta $I_2 = 0$,

$$\cdot \quad c = \frac{\omega^2 n_1^4 + r_1^2 R^2}{\omega^2 n_2^2 r_1^2 R} \quad \cdot \quad \cdot \quad = \text{massimo,}$$

$$\cdot \quad c = \infty$$

$$I_2 = E \frac{n_1 n_2 \omega}{\sqrt{(r_1 r_2 R)^2 + \omega^2 (n_1^2 r_2 + n_2^2 r_1)^2}},$$

$$\operatorname{tg} \theta = - \frac{r_1 r_2 R}{\omega (n_1^2 r_2 + n_2^2 r_1)}$$

La fase che assumerà in quest'ultimo caso i_2 sarà quella che compete, per $c = 0$, a v , ma con un maggiore ritardo χ , rispetto ad ε .

Una costruzione grafica rende manifesta la variazione delle varie grandezze vettoriali, quando la capacità sulla quale il secondario è chiuso varii con continuità fra i limiti estremi.

Si formino gli angoli $\alpha = \angle YOZ$, $\beta = \angle YOZ'$, $\gamma = \angle YOZ''$ (fig. 3) tali che

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_1^2 \omega}{r_1 R}, \operatorname{tg} \beta = \left(\frac{n_1^2}{r_1} + \frac{n_2^2}{r_2} \right) \frac{\omega}{R}, \operatorname{tg} \gamma = r_2 \omega c$$

e con centro in O e raggio $\frac{n_1 r_2}{n_2 r_1}$. E si costruisca l'arco di cerchio WW'.

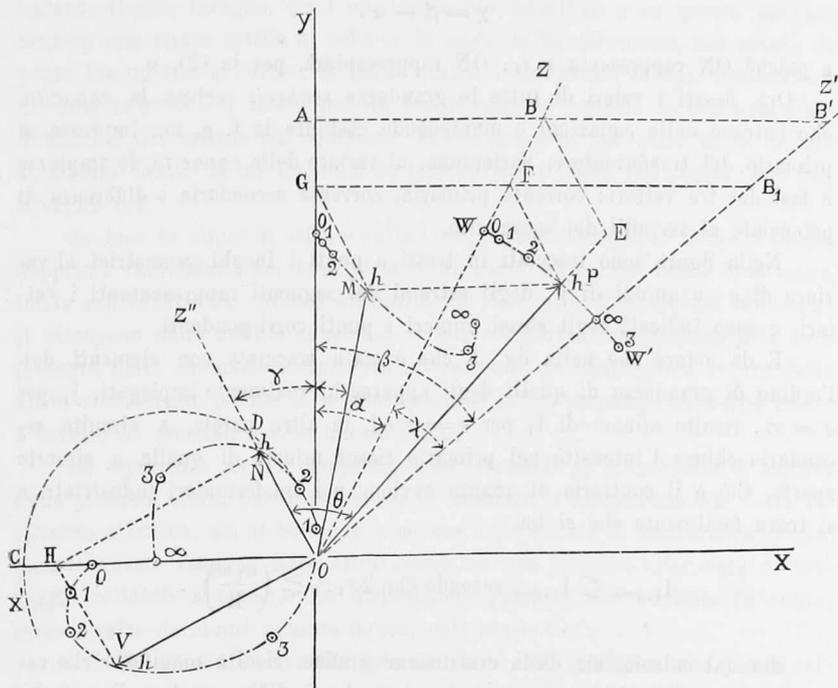


FIG. 3.

Per un punto qualsiasi A dell'asse delle y tiriamo la parallela all'asse delle x che incontri in B e B' le OZ ed OZ', e riportata sopra OX' il segmento OC = BB' costruiamo, su questo come diametro, una circonferenza che tagli in D la OZ''.

Tiriamo BE uguale, parallela ed opposta ad OD e sia P il punto dove OE taglia WW'. Conduciamo in fine PF, FG, GM, rispettivamente paralleli, il 1° e l'ultimo, ad OZ'' ed il 2° ad OX; e presi GM ed ON uguali a PF si completi il rettangolo ONHV, con NH parallela a DC.

È facile vedere che i segmenti:

OM, ON, OV, OP

indicano, colle loro lunghezze, rispettivamente le ampiezze dei vettori:

$$\frac{n_1 r_2}{n_2} i_1, r_2 i_2, v, \frac{n_1 r_2}{n_2 r_1} \varepsilon$$

e cogli angoli formati fra loro le rispettive differenze di fase, e che inoltre si ha:

$$\chi = \beta - \alpha.$$

e poichè ON rappresenta $r_2 i_2$, ON rappresenterà, per la (2), v .

Ora, fissati i valori di tutte le grandezze *scalari*, esclusa la *capacità*, che entrano nelle equazioni e mantenendo costante la f. e. m., impressa al primario del trasformatore, varieranno, al variare della *capacità*, le ampiezze e fasi dei tre vettori: corrente primaria, corrente secondaria e differenza di potenziale ai serrafili del secondario.

Nella figura sono tracciati in tratti e punti i luoghi geometrici, al variare di c , e quindi di γ , degli estremi dei seguenti rappresentanti i vettori, e sono indicati cogli stessi numeri i punti corrispondenti.

È da notare che nella fig. 3, che è stata tracciata con elementi dell'ordine di grandezza di quelli degli apparecchi realmente impiegati, I_1 per $c = \infty$, risulta minore di I_1 per $c = 0$ od, in altre parole, a circuito secondario chiuso l'intensità nel primario riesce minore di quella a circuito aperto. Ciò è il contrario di quanto avviene nei trasformatori industriali, e si trova facilmente che si ha

$$I_{1, c=\infty} \leq I_{1, c=0} \text{ secondo che } 2r_1 r_2 \geq \left(\frac{n_1 \omega}{R} \right)^2.$$

Sia dal calcolo, sia dalla costruzione grafica, risulta manifesto che variando la capacità da 0 ad ∞ , ossia al prodursi della scarica, l'ampiezza della intensità nel secondario da 0 assume un valore rilevante, mentre la sua fase diviene quella che competeva, per $c = 0$ alla differenza di potenziale, con un certo ritardo χ .

Il mezzo impiegato per la eliminazione dell'arco trova qui la sua completa giustificazione, ma la presente analisi ne addita anche un altro, meno generale ma che talvolta può essere utile. Infatti nel caso che si abbia una sola scarica per ogni mezzo ciclo, si può agire sul ritardo χ in modo che ad un valore di v vicino al massimo susseguia un valore di i_2 vicino al minimo: basterà far χ poco differente da 90° .

In una prossima Nota saranno dati i risultati sperimentali raggiunti col dispositivo descritto.