ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Quindi per ottenere sul virus di cane gli stessi effetti che si hanno su quello fisso, occorre una esposizione al radio quattro volte maggiore; ciò che *significa che la resistenza del virus da strada di fronte al radio è quattro volte superiore a quella del virus fisso.*

Questo fatto interessantissimo e contrario ad ogni logica previsione, non può dipendere che da due ragioni; o da una maggior resistenza dei germi che si hanno nelle ultime fasi evolutive del virus da strada di fronte a quelli del virus fisso, o più verosimilmente dalla presenza nel primo di forme endocellulari che mancano nel secondo, e che, data la poca penetrabilità delle emanazioni, più difficilmente verrebbero attaccate da queste.

Nell'ultimo caso la ricerca biologica conforterebbe i risultati della osservazione microscopica, in quanto si riferisce alla presenza nel virus di cane di speciali forme endocellulari (corpi del Negri) ed al significato specifico a queste attribuito.

In ogni modo, *la differente resistenza di fronte al radio delle due varietà di virus rabido, non può derivare che da diversa resistenza dei rispettivi germi in ordine alla loro evoluzione o in ordine alla loro sede.*

Geodesia. — *Sull'espressione generale della gravità all'esterno di un pianeta, del quale una superficie esteriore di equilibrio sia un ellissoide.* Nota di ADOLFO VITERBI, presentata dal Corrispondente P. PIZZETTI.

1. In due Note pubblicate nel 1894 il prof. Pizzetti (1), calcolò l'espressione del potenziale esterno della risultante dell'attrazione newtoniana (esercitantesi scambievolmente fra le singole particelle) e della forza centrifuga, relativa ad un moto rotatorio uniforme, per un pianeta, il quale, soggetto appunto alle accennate due forze, ammettesse come superficie esterna di equilibrio un ellissoide. L'asse, intorno al quale si compie il summenzionato moto rotatorio, fu dal Pizzetti supposto coincidente con uno degli assi dell'accennato ellissoide, avendo egli considerata la questione sotto il punto di vista che particolarmente interessa la geodesia. Il prof. Pizzetti veniva così a determinare il potenziale, possiamo dire, della gravità, per un ellissoide planetario (2) che si trovasse nelle condizioni accennate: e, dopo fatto ciò,

(1) V. Pizzetti, *Sull'espressione della gravità alla superficie del geoide, supposto ellissoidico.* Rendic. della R. Accad. dei Lincei, vol. III, 1° semestre. Il Pizzetti ha poi riprodotto il contenuto di questi lavori nelle sue *Lezioni* (litografate) *sulla teoria meccanica della figura dei pianeti,* tenute nella R. Univ. di Pisa nel 1901-2.

(2) Avvertiamo qui come con le locuzioni: *ellissoide planetario, pianeta di figura ellissoidica,* intenderemo di riferirci sempre e soltanto precisamente ad un pianeta, del quale una superficie esterna di equilibrio sia un ellissoide.

egli dava le formule che servono ad esprimere la gravità e le sue componenti rispetto agli assi del sistema cartesiano, ortogonale, fornito dagli assi dell'ellissoide considerato, per punti situati sopra tale superficie esterna di equilibrio della massa planetaria.

Poco di poi il prof. Morera [1] determinava un sistema di funzioni (comprese in una più ampia classe di funzioni da lui studiate molto più tardi, e denominate *funzioni armoniche ellissoidali di 2ª specie*) [2], tali che: *Con una combinazione lineare di esse, è possibile costruire una funzione che all'esterno di un dato ellissoide abbia le proprietà della funzione potenziale negli spazi non occupati da agente e sulla superficie si riduca ad una qualunque funzione intera di 2º grado delle coordinate.*

Così dunque il problema studiato dal Pizzetti veniva a rientrare, come caso particolare, in quello risolto dal Morera, con metodo nuovo, diverso cioè da quello fondato sopra l'uso delle funzioni di Lamè. E, come osservò lo stesso Morera, è evidentemente possibile, mercè le accennate funzioni armoniche ellissoidiche, risolvere la questione risoluta dal prof. Pizzetti nell'ipotesi più generale, in cui l'ellissoide considerato ruoti (uniformemente) intorno ad uno qualunque de' suoi diametri. Ora, nel presente lavoro, io mi proposi, in primo luogo di eseguire materialmente la risoluzione di quest'ultimo problema, seguendo la via indicata dal prof. Morera. Ciò non presenta la minima difficoltà, riducendosi ad un'applicazione di per sè evidente di principî elementari di analisi, universalmente noti. E tale è l'argomento di questa prima Nota.

Indi, e ciò faccio in una seconda Nota, paragono l'espressione della gravità per un medesimo ellissoide, superficie esterna di equilibrio di una massa planetaria, nei due casi rispettivamente, in cui essa ruoti (con velocità angolare costante) intorno ad uno degli assi, oppure intorno ad un diametro qualunque dell'ellissoide in parola. Di questo diametro deve, ben s'intende, essere individuata la direzione rispetto agli assi dell'ellissoide.

Così, ammettendo di considerare un ellissoide planetario, figura esterna di equilibrio di una massa fluida, ruotante intorno ad un asse, il quale inizialmente coincida con uno degli assi dell'ellissoide, indi vada mutando di direzione, vengo a calcolare, per così dire, le perturbazioni che tale spostamento dell'asse esercita sopra la gravità relativa all'ellissoide (determinata

[1] Morera, *Alcune considerazioni relative alla Nota del prof. Pizzetti: « Sull'espressione della gravità ecc. ecc. »*, nel volume già indicato dei Rendic. dei Lincei. Anche il contenuto di questa Nota fu dal Pizzetti esposto nelle sue *Lezioni* testè citate.

[2] V. Morera, *Sull'attrazione degli ellissoidi e sulle funzioni armoniche ellissoidali di 2ª specie*, Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino, serie II, tomo LV, 1904-5. Obbiettivo del prof. Morera fu di determinare una classe di funzioni che potessero, con vantaggio, sostituire le funzioni di Lamè.

in punti di esso). Questo faccio però, quando si ammettano soddisfatte le seguenti condizioni restrittive:

I. Le eventuali modificazioni nella distribuzione della materia costituente il pianeta, che corrispondono allo spostamento dell'asse, lascino (a prescindere da quantità trascurabili) inalterata la superficie esterna (ellissoidica) di equilibrio del pianeta stesso, sì che rimangano immutate le direzioni degli assi di tale ellissoide rispetto al pianeta.

In tale ipotesi si potranno ritenere invariate le coordinate dei punti della detta superficie, rispetto al sistema cartesiano, ortogonale, fornito dagli assi di questa.

II. Siano trascurabili gli effetti delle forze che vengono originate dal mutamento di direzione dell'asse di rotazione: vale a dire, si possa in ogni istante ritenere la massa planetaria soggetta soltanto alla mutua attrazione secondo la legge di Newton delle sue singole particelle, ed alla forza centrifuga proveniente dalla rotazione uniforme intorno ad un asse.

Tali condizioni si riterranno nel seguito, senza aggiungere altro, sempre sodisfatte: ed, ammesso ciò, si vengono a stabilire relazioni assai semplici fra gli elementi caratterizzanti la direzione (in un dato istante) dell'asse, intorno al quale avviene la rotazione, e le perturbazioni della gravità (per punti dell'ellissoide), corrispondenti allo spostamento dell'asse in parola.

Le accennate considerazioni si connettono evidentemente allo studio dei mutamenti di direzione dell'asse di rotazione della Terra, molto più che, a motivo della piccolezza di questi, è lecito in tale caso ritenere verificate le suesposte condizioni.

Ora è bensì vero che i mezzi sperimentali, con i quali è oggi possibile determinare l'accelerazione della gravità, non consentono ancora di notare in essa l'influenza degli spostamenti dei poli, spostamenti che si poterono segnalare e determinare soltanto mercè osservazioni astronomiche. Tuttavia è da augurarsi che i metodi di determinazione della gravità possano, in avvenire, essere perfezionati e raffinati al punto da permettere un giorno di valutare le perturbazioni della gravità corrispondenti agli spostamenti dei poli terrestri: ed è legittimo confidare che ciò sia. Allora le misure di gravità, eseguite con continuità, per lungo tempo, sempre nei medesimi punti e successivamente ridotte al livello del mare, potranno, nello studio degli spostamenti dell'asse terrestre, essere valido ausilio alle determinazioni astronomiche di latitudine, che da molti anni si compiono allo scopo di gettar luce sopra quest'arduo problema della moderna geodesia. Così le osservazioni gravimetriche ed astronomiche, potranno, in tale studio, essere ad un tempo complemento e controllo le une delle altre.

2. Sia:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = 1 \tag{I}$$

l'equazione dell'ellissoide E, superficie esterna di equilibrio, del pianeta considerato, nelle ipotesi poste, quando come sistema di assi coordinati di riferimento si sia assunto quello fornito dagli assi dell'ellissoide in parola.

Supponiamo, per fissare le idee:

$$c < b < a.$$

Così la direzione dell'asse z è data da quella del semiasse minore di E.

Per caratterizzare la direzione dell'asse, che diremo ζ e che supporremo passante sempre per il centro O di E [1], intorno al quale riterremo ruoti (uniformemente) con velocità ω, la massa planetaria, ricorreremo all'angolo degli assi z, ζ angolo che designeremo con ψ, e all'angolo, che diremo ϑ, formato dal piano $z\zeta$ — col piano coordinato xz. Vale a dire, ci serviremo delle coordinate polari dei punti di z. Per ciò che riguarda il verso, nel quale si riterranno misurati gli angoli ψ, ϑ ci atterremo naturalmente alle convenzioni in uso nella geometria analitica.

Detti pertanto ξ, η i due assi ortogonali fra di loro e ortogonali entrambi a ζ passanti per O, fissati in guisa che il primo di essi sia contenuto nel piano individuato da z, ζ, si avranno evidentemente fra le coordinate x, y, z e ξ, η, ζ di un generico punto dello spazio riferito rispettivamente ai due sistemi di assi: x, y, z e ξ, η, ζ, le seguenti relazioni:

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \xi &= \quad (x\cos\vartheta + y\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\cos\psi + z\,\mathrm{sen}\,\psi \\ \eta &= -x\,\mathrm{sen}\,\vartheta + y\cos\vartheta \\ \zeta &= -(x\cos\vartheta + y\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,\mathrm{sen}\,\psi + z\cos\psi\,. \end{aligned}\right.$$

Posto perciò brevemente:

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

sarà il potenziale della forza centrifuga, corrispondente al considerato moto rotatorio uniforme intorno a ζ, dato da:

$$(2)\qquad \Omega = \frac{\omega^2}{2}\left\{r^2 + (z^2 - x^2\cos^2\vartheta - y^2\,\mathrm{son}^2\,\vartheta)\,\mathrm{sen}^2\,\psi + \right.$$
$$\left. + 2\,(xz\cos\vartheta\cos\psi\,\mathrm{sen}\,\psi + yz\,\mathrm{sen}\,\vartheta\,\mathrm{sen}\,\psi\cos\psi - xy\,\mathrm{sen}\,\vartheta\cos\vartheta\,\mathrm{sen}^2\psi)\right\}.$$

Ora appunto il risultato, a cui pervenne il prof. Morera, può, in quanto riflette la sua applicazione al problema ora considerato, esprimersi nel modo seguente:

Il potenziale che diremo V *dell'attrazione dell'ellissoide* E *sopra un qualunque punto esterno, del quale siano* x, y, z *le coordinate rispetto al*

[1] Come risulta evidente dalle premesse fatte, si riterrà invariabile la posizione del punto O.

sistema cartesiano fornito dagli assi di E, *nell'ipotesi in cui l'ellissoide in parola sia figura (esterna) di equilibrio della massa racchiusa in esso, supposta soggetta all'attrazione newtoniana esercitantesi fra le sue singole particelle, ed alla forza cantrifuga proveniente dalla rotazione uniforme intorno all'asse* ζ, *si può rappresentare con una combinazione lineare della funzione*:

$$U^{(0)} = \int_\lambda^\infty \frac{ds}{\sqrt{R(s)}}\,, \tag{3}$$

e delle sei derivate (rispetto a x, y, z*) dell'altra funzione*:

$$U^{(2)} = -\frac{1}{4}\int_\lambda^\infty \frac{\mu^2\, ds}{\sqrt{R(s)}}\,. \tag{3'}$$

In queste formule, sia:

$$\mu = 1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{c^2}{c^2+s}\,,$$

$$R(s) = (a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)\,,$$

e designi finalmente λ *la maggior radice dell'equazione cubica*:

$$\frac{x^2}{a^2+s} + \frac{y^2}{b^2+s} + \frac{z^2}{c^2+s}\,, = 1\,, \tag{4}$$

(sempre designando x, y, z le coordinate del punto *potenziato*).

Il calcolo effettivo degli integrali che, in base alle (3), (3') servono a rappresentare $U^{(0)}$ e le altre sei funzioni armoniche ellissoidali che si devono ora considerare si eseguisce, come è ben noto, assai facilmente, mercè funzioni ellittiche. Basta infatti a tale scopo esprimere λ in funzione di un parametro ellittico u, mediante le relazioni:

$$\lambda = pu - \frac{a^2+b^2+c^2}{3}\,, \tag{5}$$

$$2\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)} = -p'u\,, \tag{5'}$$

ove designi pu la ben conosciuta funzione ellittica fondamentale di Weierstrass, $p'u$ la sua derivata rispetto a u. I valori di pu, radici di $p'u$, ossia di $R(\lambda)$ saranno evidentemente:

$$e_a = -\left(a^2 - \frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)$$

$$e_b = -\left(b^2 - \frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)$$

$$e_c = -\left(b^2 - \frac{a^2+b^2+c^2}{3}\right).$$

Ricordando allora alcune formule fondamentali della teoria delle funzioni ellittiche, ed osservando pure che nella derivazione di $U^{(2)}$ rispetto a x, y, z non occorre tener conto della variazione subita da λ, si vede subito come le funzioni in esame, possano tutte rappresentarsi (in quanto funzioni di λ ossia di u), mediante le classiche trascendenti:

$$p, p', \zeta.$$

Tutto ciò è troppo noto ed evidente, perchè occorra soffermarvisi un solo istante.

È altresì evidente, come pure osservò il Morera, che, per essere $U^{(2)}$ funzione armonica all'esterno di E (e sopra la superficie stessa), si potrà dall'accennata espressione di V eliminare una delle tre derivate seconde:

$$\frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial z^2}.$$

(Noi elimineremo la terza).

È pure chiaro come, per eseguire materialmente la determinazione dell'espressione di V, basti considerare che, posto brevemente:

$$U_x^{(2)} = \frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial x^2}, \quad U_{zy}^{(2)} = \frac{\partial^2 U^{(2)}}{\partial y \, \partial z}$$

(con le altre coppie di relazioni analoghe che si ottengono, permutando circolarmente fra di loro x, y, z), sarà [1]:

$$\text{(II)} \qquad V = K_0 U^{(0)} + K_1 U_x^{(2)} + K_2 U_y^{(2)} + K_3 U_{xy}^{(2)} + K_4 U_{xz}^{(2)} + K_5 U_{yz}^{(2)},$$

dove i coefficienti costanti) K_i $(i = 0, 1, 2 \ldots 5)$ [2] si determineranno in base alle condizioni:

$$\text{(III)} \qquad V + \Omega = \text{costante, per tutti i punti della superficie E}$$

$$\text{(III}_1\text{)} \qquad \lim_{\rho=\infty} (\rho V) = M.$$

(In queste relazioni designi M la massa racchiusa entro E e sia ϱ il simbolo generico del raggio vettore di un punto potenziato).

Ora è agevole riconoscere che la (III) verrà a scindersi nelle quattro relazioni seguenti (valide *per tutti* i punti della superficie E):

$$\text{(6)} \qquad K_0 U^{(0)} + K_1 U_x^{(2)} + K_2 U_y^{(2)} + \Omega_1 = \text{costante}$$

$$\text{(6')} \qquad \begin{cases} K_3 U_{xy}^{(2)} - \omega^2 \, xy \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta \operatorname{sen}^2 \psi = 0 \\ K_4 U_{zx}^{(2)} + \omega^2 \, xz \cos \vartheta \operatorname{sen} \psi \cos \psi = 0 \\ K_5 U_{yz}^{(2)} + \omega^2 \, yz \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \psi \cos \psi = 0 \end{cases}$$

(1) Ci riferiamo, ben s'intende, a punti potenziali esterni a E.

(2) Per semplicità poi, in tutte le formule che seguono, abbiamo considerata la costante di attrazione, compresa nei coefficienti $K_1 \ldots K_5$.

ove si sia posto:

$$\Omega_1 = \frac{\omega^2}{2} \{ r^2 + (z^2 - x^2 \cos^2 \vartheta - y^2 \operatorname{sen}^2 \vartheta) \operatorname{sen}^2 \psi \}.$$

Infatti ([1]):

$$(7) \quad \begin{cases} \mathrm{U}_x^{(2)} = \displaystyle\int_\lambda^\infty \left(1 - \frac{3x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{c^2+s}\right) \frac{ds}{(a^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \\ \mathrm{U}_y^{(2)} = \displaystyle\int_\lambda^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{3y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{c^2+s}\right) \frac{ds}{(b^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}} \end{cases}$$

$$(7') \quad \begin{cases} \mathrm{U}_{xy}^{(2)} = -2xy \displaystyle\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \\ \mathrm{U}_{zx}^{(2)} = -2xz \displaystyle\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(c^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}} \\ \mathrm{U}_{zy}^{(2)} = -2yz \displaystyle\int_\lambda^\infty \frac{ds}{(b^2+s)(c^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}}. \end{cases}$$

Ora, quando queste espressioni delle nostre funzioni armoniche ellissoidali si sostituiscano nella (III) e quindi nelle (6), (6′), riferendosi così a punti di E si dovrà porre in esse: $\lambda = 0$. Di più nei primi membri di dette equazioni si potrà eliminare la z mediante la:

$$(8) \qquad z = \pm c \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}.$$

Questo risulta ovvio dalle (I), (4). Fatto ciò, risulta di per sè evidente la dimostrazione del nostro asserto.

Indi, posto brevemente, usando le notazioni stesse del prof. Pizzetti:

$$(9) \quad \begin{cases} \mathrm{A}_1 = \displaystyle\int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)^2\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \quad \mathrm{B}_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)^2\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \\ \mathrm{A}_2 = \displaystyle\int_0^\infty \frac{ds}{(b^2+s)(c^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \quad \mathrm{B}_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(c^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}} \\ \mathrm{C}_2 = \displaystyle\int_0^\infty \frac{ds}{(a^2+s)(b^2+s)\sqrt{\mathrm{R}(s)}}, \end{cases}$$

([1]) V. Morera, Nota citata nei Rend. dei Lincei. Del resto le (7), (7′) si deducono facilissimamente dalla (3′).

si ricava dalla (6), per la determinazione di K_1, K_2 il sistema seguente:

$$(10)\quad \begin{cases} K_1\left(3A_1 - B_2\dfrac{c^2}{a^2}\right) + K_2\left(C_2 - A_2\dfrac{c^2}{a^2}\right) = \\ \qquad = \dfrac{\omega^2}{2}\left(1 - \cos^2\vartheta\,\mathrm{sen}^2\psi - \dfrac{c^2}{a^2}\,\mathrm{sen}^2\psi\right) \\ K_1\left(C_2 - B_2\dfrac{c^2}{b^2}\right) + K_2\left(3B_1 - A_2\dfrac{c^2}{a^2}\right) = \\ \qquad = \dfrac{\omega^2}{2}\left(1 - \mathrm{sen}^2\vartheta\,\mathrm{sen}^2\psi - \dfrac{c^2}{b^2}\,\mathrm{sen}^2\psi\right). \end{cases}$$

Come osservò il Pizzetti, il determinante dei coefficienti nel sistema (10) è, in generale, diverso da zero; anzi, nell'ipotesi da noi ammessa di: $a > b > c$ è essenzialmente positivo.

Siano ora K_1', K_2' i valori a cui rispettivamente si ridurrebbero K_1, K_2, ove fosse: $\psi = \vartheta = 0$, ove cioè coincidesse l'asse ζ con quello delle z. Siano insomma K_1', K_2' i valori dei coefficienti di $U_x^{(2)}$, $U_y^{(2)}$ nell'espressione del potenziale V, calcolati dal prof. Pizzetti nel caso da lui considerato. Potremo evidentemente porre:

$$(11)\qquad K_1 = K_1' + K_1'', \quad K_2 = K_2' + K_2'',$$

ove designino K_1'', K_2'' le soluzioni del sistema a cui si ridurrebbe il sistema (10) ove nei coefficienti di ω^2 mancasse l'unità. È chiaro che a: K_1'', K_2'' potremo dare la forma:

$$(11')\qquad \begin{cases} K_1'' = m_1\cos^2\vartheta\,\mathrm{sen}^2\psi + n_1\,\mathrm{sen}^2\psi + p_1\,\mathrm{sen}^2\psi \\ K_2'' = m_2\cos^2\vartheta\,\mathrm{sen}^2\psi + n_2\,\mathrm{sen}^2\psi + p_2\,\mathrm{sen}^2\psi \end{cases}$$

ove designino m_1, m_2, n_2... altrettanti coefficienti che si calcolano in modo di per sè evidente.

Quanto a K_0, esso si calcola, immediatamente, ricorrendo alla (III_1), ove si ponga mente che le derivate seconde di $U^{(2)}$ sono assintotiche alle corrispondenti armoniche sferiche [1]:

$$\frac{\partial^2 \dfrac{1}{\varrho}}{\partial s\,\partial t}$$

(s, t rappresenti una generica combinazione con ripetizione delle x, y, z due a due). Perciò il limite del prodotto di ciascuna di esse per ϱ, tende

[1] Morera, Mem. cit. dell'Acc. di Torino.

a zero al tendere all'infinito del punto, a cui ogni volta ci si riferisce; e quindi in base a considerazioni ben note, si ha dalla (III_1):

$$K_0 = \varepsilon \frac{M}{2} \tag{12}$$

(ε designi la costante di attrazione).

Finalmente la (6'), tenendo pure conto delle (9) ne danno, senz'altro:

$$K_3 = -\frac{\omega^2 \operatorname{sen}^2 \psi \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta}{2 C_2} \tag{13}$$

con le altre due relazioni analoghe per K_4, K_5.

Con ciò risulta pienamente determinata la funzione V (all'esterno di E) ed è quindi pure determinato il potenziale esterno:

$$W = V + \Omega$$

della gravità, per il considerato pianeta di figura ellissoidica.

Detto W_1 l'analogo potenziale relativo allo stesso pianeta, quando la rotazione uniforme considerata si compisse intorno all'asse z, e, posto brevemente:

$$\Omega - \frac{\omega^2 r^2}{2} = \overline{\Omega},$$

avremo in base alle condizioni testè stabilite, per ogni punto esterno a E:

$$W = W_1 + K_1'' U_x^{(2)} + K_2'' U_y^{(2)} + K_3 U_{xy}^{(2)} + K_4 U_{xz}^{(2)} + K_5 U_{yz}^{(2)} + \overline{\Omega}. \tag{IV}$$

La (IV) mette senz'altro in evidenza la variazione che nel potenziale esterno della gravità, corrispondente al pianeta considerato, sono determinate, nelle ipotesi ammesse, da una deviazione dell'asse di rotazione dall'asse z.

Matematica. — *Le superficie irrazionali di 5° ordine con infinite coniche.* Nota di M. de Franchis, presentata dal Corrispondente G. Castelnuovo.

Questa breve Nota si riconnette alla mia precedente sulle superficie irregolari ed ha lo scopo di stabilire i tipi (non proiettivamente identici) delle superficie irrazionali di 5° ordine dotate d'infinite coniche.

1. Le coniche d'una superficie, se sono in numero infinito, formano un sistema algebrico. In una superficie d'ordine maggiore di 4 questo sistema è certo (pel teorema di Kronecker-Castelnuovo) ∞^1. Tale sistema o è un fascio lineare, ed allora la superficie è razionale, o non è lineare: allora, non essendo contenuto totalmente in alcun sistema più ampio, la superficie è