

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

2° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Fisica. — *Sulla determinazione della tensione superficiale dei liquidi col metodo delle gocce cadenti.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

In una Nota precedente (Atti della R. Acc. dei Lincei, 2° sem. 1903) indicai che la condizione d'equilibrio generalmente usata per dedurre il valore della tensione superficiale dei liquidi dal peso delle gocce che pendono e si staccano dall'estremità d'una pipetta, è certamente inesatta ed inesatto è quindi il valore suddetto:

$$(1) \quad T = P : 2\pi r$$

che se ne ricava, perchè non si tien conto della pressione nell'interno della goccia che certamente contribuisce a mantenere o distruggere quest'equilibrio. La condizione d'equilibrio esatta (stabilita da Dupré ed altri), valida per la porzione di goccia sottostante ad una sezione orizzontale qualunque e valida altresì per le bolle gazoze che aderiscono e si svolgono dall'estremità d'un tubo in seno ad un liquido è:

$$(2) \quad 2\pi r T \cos \alpha = P + \pi r^2 p, \text{ ossia: } T \cos \alpha = P : 2\pi r + pr : 2$$

dove T è la tensione superficiale del liquido, P il peso della goccia o porzione di goccia che si considera o quello negativo della bolla o porzione di bolla, r il raggio della sezione, p la differenza di pressione fra l'interno e l'esterno della goccia o bolla (o la pressione superficiale che le fa equilibrio) nella sezione stessa, α l'angolo che fa colla verticale la tangente alla sezione meridiana della goccia o bolla nei due punti ove questa sezione interseca quella orizzontale suddetta.

Nella stessa Nota, calcolando il valore di p per gocce fittizie, di forme poco diverse da quelle reali ma geometricamente più semplici, ottenni per le gocce o bolle piccole o di media grandezza fra quelle possibili, un'espressione del valore di T che non richiede nessuna modificazione del metodo sperimentale (il cui pregio principale è forse appunto la facilità) e che è pure molto facilmente calcolabile, ottenni cioè:

$$(3) \quad T = \frac{P}{2\pi r} \left(1 + \frac{r}{R}\right) = \frac{P}{2\pi r} + \frac{P}{2\pi R} = \frac{P}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$$

essendo R il raggio della sfera di volume uguale a quello della goccia caduta di cui si determina il peso.

Nel caso di gocce grandi, il quale però anche per altri rispetti è poco opportuno, il calcolo suddetto non è ammissibile, ma ho trovato empiricamente che la formula:

$$(3)' \quad T = \frac{P}{2\pi r} \left(1 + \frac{r}{R} - 0,3 \frac{r^2}{R^2} \right)$$

dà per T valori concordanti con quelli ottenuti colle gocce minori.

Misura della pressione prodotta nell'interno delle gocce dalla curvatura della superficie. — Sebbene queste formule (3) e (3)' applicate al calcolo di antiche esperienze (nelle quali non fu determinato p e non è applicabile la (2)) abbiamo dato valori soddisfacenti per T, ho creduto utile di eseguire nuove esperienze determinando anche p e quindi paragonare i valori di T che si ottengono dalle stesse gocce colle formule approssimative (3) e (3)' e colla formula rigorosa (2).

A tale scopo misurai l'altezza h di alcune gocce ed il raggio di curvatura ρ del fondo delle stesse, e siccome $p = 2T:\rho - h\delta$, essendo δ la densità del liquido, ricavai:

$$(2)' \quad T = \frac{P:2\pi r - h\delta r:2}{1 - r:\rho}$$

Però i valori che ottenni con questa formula non furono soddisfacenti; nel caso di piccole gocce essi non furono più concordi fra loro, e con quelli ottenuti cogli altri metodi, di quello che lo fossero quelli ottenuti molto più facilmente colla (3), mentre nel caso di gocce medie o grandi essi valori risultarono notevolmente discordi e talvolta affatto inammissibili.

Causa di queste discordanze è l'essere T dato dal quoziente di due differenze, le quali decrescono fino a zero quando cresce r e contengono termini difficilmente misurabili con grande esattezza, cosicchè l'errore relativo di questi termini è già grande e quello del valore di T lo è molto di più. Nel caso di $r:\rho = 1$ il valore di T risulta necessariamente infinito oppure indeterminato.

Misura idrostatica della pressione nell'interno della goccia. — Cercai perciò di misurare idrostaticamente questa pressione, ed a tale scopo per produrre le gocce feci uso di un tubo capillare a pareti spesse ricurvo in forma di S, piano oppure torto più o meno attorno all'asse verticale medio, coll'estremità superiore (da cui esse pendevano e si staccavano) avente l'orlo circolare piano ed orizzontale e di diametro tale che le gocce avessero all'incirca la grandezza voluta, e coll'estremità inferiore terminante con un imbuto di diametro interno uguale o poco maggiore di quello massimo orizzontale delle gocce e con l'orlo ben spianato ed orizzontale pochissimo più alto di quello ove termina l'estremità superiore suddetta.

Se questa differenza di livello è tale che, essendo il tubo e l'imbuto completamente pieni del liquido, ed essendo la goccia pendente dall'estremità superiore del tubo stesso, quando questa è vicinissima a staccarsi il menisco nell'imbuto aderisce all'orlo ed è sensibilmente piano, allora la pressione cercata in un punto qualsiasi della goccia sarà data dalla differenza di livello fra di esso punto e l'orlo dell'imbuto, moltiplicata per la densità del liquido.

Perchè questa misura idrostatica sia praticamente possibile è necessario anzitutto che le pressioni superficiali del menisco suddetto (anche se è curvo) e della goccia e la gravità, agenti sul liquido, siano in equilibrio stabile, e perciò è necessario che il diametro dell'imbuto sia sufficientemente piccolo. Da un calcolo approssimativo nell'ipotesi di gocce sferiche, ottenni che nel caso di un menisco piano questo diametro dev'essere inferiore al doppio del diametro della goccia per gocce grandissime, al quadruplo per gocce piccolissime. Per maggior sicurezza e per rendere più stabile l'equilibrio, ciò che facilita e rende più sicure le operazioni necessarie, ho sempre usato un imbuto coll'orlo di diametro uguale o poco superiore a quello massimo orizzontale della goccia.

Inoltre, se il dislivello fra le due estremità del tubo è qualunque, avverrà probabilmente che quando la goccia è vicinissima a staccarsi, il menisco sarà concavo o convesso ed anche potrà abbassarsi tanto da staccarsi dall'orlo dell'imbuto o innalzarsi tanto che il liquido trabocchi. Nel primo caso converrà accorcicare una o l'altra delle estremità del tubo tagliandola o consumandola alla mola, o tirare alquanto alla lampada il tratto medio del tubo, o spostare una delle curvature raddrizzandola nel tratto più lontano dall'estremità, ricurvandola nel tratto più vicino, nel secondo caso bisognerà tirare alla lampada una delle estremità o spostare una delle curvature in senso inverso a quello del caso precedente. Quando s'è modificato il tubo in modo che la suddetta curvatura del menisco sia piccola, la si fa sparire del tutto inclinando di pochissimo il tubetto in modo da aumentare o diminuire il dislivello fra le estremità secondo che il menisco è convesso oppure concavo. Se il tubetto è fissato o collocato stabilmente sopra un sostegno con 3 piedi a vite, siccome la distanza di questi è molto maggiore di quella fra le estremità del tubo, per ottenere un piccolo spostamento di queste si richiederà un grande spostamento delle viti e l'inclinazione opportuna potrà essere ottenuta con molta esattezza; essa però dev'essere piccola, altrimenti il menisco non potrà mai esser piano e sarà un po' concavo nella parte più alta, un po' convesso nella parte inferiore. Si riconosce che il menisco è piano dalle immagini di oggetti lontani visti per riflessione, è perciò utile collocare accanto al menisco una lastrina di vetro piana ed orizzontale e paragonare le immagini prodotte da questa e dal menisco.

Per trovare rapidamente l'inclinazione necessaria perchè il menisco sia

sensibilmente piano quando la goccia è vicinissima a staccarsi, occorre disporre inizialmente il tubo in modo che il dislivello fra le estremità sia certamente troppo grande e il menisco risulti concavo; quindi si diminuisce l'inclinazione finchè il mercurio diviene piano, ciò che fa diminuire la goccia e ne impedisce la caduta, poscia si aggiunge liquido nell'imbutino, ciò che, dopo stabilito l'equilibrio, fa ridiventare concavo il menisco; si diminuisce ancora l'inclinazione, poi s'aggiunge nuovo liquido in quantità sempre minori a misura che la goccia ingrandisce e sta per staccarsi. Quando essa cade, si osserva il dislivello delle estremità del tubetto sopra un pezzo di carta millimetrata indipendente dal tubetto e con linee ben orizzontali. Se invece il menisco in equilibrio è convesso, ciò non indica che il dislivello sia maggiore di quello che si cerca, perchè il menisco si spiana a misura che la goccia cresce; inoltre il render piano il menisco col far crescere il dislivello delle estremità, fa crescer la goccia e potrebbe farla staccare anzi tempo e senza che si ottenga nessuna indicazione sul dislivello cercato.

Per rendere piano il menisco ho usato anche un altro modo che forse è teoricamente preferibile ma praticamente meno facile; introdussi cioè l'una o l'altra delle estremità del tubo in un tappo forato dal quale essa sporgeva, adattavo a questo un tubetto d'assaggio, ed in esso, o per una tubulatura laterale o per un secondo foro nel tappo suddetto, esercitavo una pressione positiva o negativa, misurata da apposito manometro ad acqua, tale da render piano il menisco.

Ho anche usato un tubo la cui estremità inferiore era così lunga, che il menisco concavo vi si formava liberamente senza aderire all'orlo del tubo; la pressione in un punto della goccia era data dal dislivello fra esso punto ed il fondo del menisco diminuito dell'altezza capillare corrispondente a questo. Perchè l'equilibrio della goccia possa essere stabile, il diametro del menisco deve essere minore (circa la metà) di quello piano suddetto, e la necessaria determinazione dell'altezza capillare non piccola introduce un'altra causa d'errore.

Affinchè la goccia incominciasse a formarsi vincendo la pressione esercitata dalla sua superficie, ho usato una pipettina affilatissima colla quale portavo liquido nell'interno della goccia stessa; inoltre talvolta era utile ostruire quasi completamente l'imbutino introducendovi un filo di platino o un ago, che poi toglievo quando la goccia era già formata.

Nella seguente tabella sono riferiti i risultati medi di alcune serie di determinazioni eseguite sull'acqua con tre tubi di diverso diametro: $2r$ e $2\pi r$ indicano il diametro ed il perimetro del collo della goccia in millimetri, P il peso d'essa goccia in milligrammi, h la pressione interna nel collo della goccia espressa in millimetri d'acqua, $hr:2$ il termine di correzione voluto dalla formula (2), T_1 , T_2 e T_3' il valore erroneo, quello esatto e quello approssimato della tensione superficiale ottenuti colle formule (1), (2) e (3)' rispettivamente.

$2r$	$2\pi r$	P	h	$hr:2$	T_1	T_2
1,6	5,03	28,1	5,5	2,20	5,58	7,78
2,2	6,90	38,0	3,8	2,09	5,51	7,60
4,3	13,51	69	2,4	2,58	5,11	7,69

La temperatura ambiente era di 25° , $T_3 = 7,65$, $7,95$ e $8,34$.

Diversità dei valori ottenuti per la tensione superficiale col mezzo delle gocce cadenti e con quello delle altezze capillari. — I valori precedenti della tensione superficiale e quelli riferiti in seguito, ottenuti col metodo delle gocce cadenti e calcolati sia colla formola esatta (2), sia con quella approssimata, sono notevolmente superiori a quelli ottenuti da abili sperimentatori colla misura del sollevamento dell'acqua in un tubo capillare.

Ho creduto utile di fare determinazioni alternative coi due metodi e collo stesso liquido, ed a tale scopo mi son servito di un tubo capillare a pareti spesse piegato a sifone, col ramo più lungo diviso in millimetri e calibrato.

Facendo pescare questo ramo nell'acqua, dopo osservate le solite precauzioni perchè acqua e tubo fossero ben puliti, potevo leggere sulla divisione l'altezza capillare del liquido e dedurne la tensione superficiale; quindi facendo immergere il ramo suddetto finchè la parte curva del tubo appoggiasse sull'orlo del recipiente che conteneva l'acqua, il sifone si attivava e dall'estremità del ramo corto cadevano gocce che pesate davano colla formola (3) la tensione suddetta; poscia riportando il tubo all'incirca alla posizione di prima, si formava un nuovo menisco con superficie rinnovata e si poteva ancor misurare l'altezza capillare, e così di seguito. Affinchè le gocce si staccassero da una base di piccolo diametro e fosse più esattamente applicabile la formola (3), avevo soffiato una bolla all'estremità del ramo corto del sifone, avevo tirato questa bolla in un tubetto cilindrico di 1 o 2 mm. di diametro, a pareti non molto spesse, ed avevo tagliato questo tubetto nettamente in un punto opportuno. In una dei tubi da me usato, l'altezza totale era 10 cm., quella del ramo corto 4 cm., questo aveva alla estremità il diametro 1,63 mm. mentre il diametro interno del tubo, risultante dalla calibrazione, era 0,64 mm. Inoltre l'altezza capillare fu in media 45,7 mm. ed il peso medio d'una goccia 28 mgr., essendo la temperatura 26° , e quindi si ricava pel valore T col metodo delle altezze capillari 7,29 d'accordo col valore generalmente ammesso, mentre col metodo delle gocce cadenti si ha 7,83. Risultati poco diversi ho ottenuto con altri tubi.

Giova notare che questa notevole differenza fra i valori di T, ottenuti quasi simultaneamente e sullo stesso liquido ma con due metodi diversi, non

può esser attribuita al fatto che una parte della goccia rimane aderente all'estremità del tubo da cui si stacca, perchè ciò tenderebbe invece a diminuire il peso della goccia caduta e quindi il valore relativo di T . Neppure può supporre che il peso della goccia risulti aumentato, perchè essa ha continuato a ingrossarsi mentre la goccia stava distaccandosi, perchè uguali valori si ottengono ostruendo con un filo metallico il tubo capillare in modo che le gocce si accrescano lentissimamente.

Una spiegazione che mi par plausibile della suddetta differenza, si è che la superficie del menisco, che è piccolissima, scorrendo lungo le pareti del tubo capillare vi s'imbratti alquanto, mentre in una superficie che va aumentando, come quella delle gocce, il grado d'impurità della medesima va diminuendo.

Differenze fra il peso della goccia aderente e quello della goccia caduta. — Nella formula (2) P rappresenta il peso della goccia o porzione di goccia ancora aderente alla pipetta, ed esso non è facilmente determinabile direttamente. Se si prende come limite superiore della goccia la base della pipetta (come si fa per le gocce piccole o medie), e si chiama P' il peso della goccia caduta e P''' quello del menisco rimasto aderente alla base della pipetta dopo la caduta della goccia, e si suppone inoltre che l'afflusso del liquido sia trascurabile nella breve durata del distacco della goccia, sarà $P = P' + P'''$. Se invece, come avviene per le gocce grandi (quali si formano coll'acqua all'estremità d'un tubo di 5 mm. di diametro), la goccia presenta nel collo una gola o strozzatura ⁽¹⁾, si suole, ed è naturale, considerare la sezione di raggio minimo come limite superiore della goccia. In questo caso se P e P'' sono i pesi del liquido sottostante e sovrastante alla sezione suddetta, P' e P''' quelli della goccia caduta e del menisco residuo, siccome $P + P'' = P' + P'''$ sarà $P = P' + (P''' - P'')$. Finalmente nel caso delle gocce maggiori che hanno la forma di una campana rovesciata o d'una coppa ad orli svasati, non si può stabilire con sufficiente approssimazione dove avvenga il distacco della goccia; è quindi opportuno prendere la base della pipetta come limite superiore della goccia stessa (ciò che è possibile anche per le gocce con strozzatura) e porre $P = P' + P'''$, dove P''' ha un valore rispetto a P' molto maggiore che non nel caso delle gocce piccole; inoltre non sarà possibile supporre $\cos \alpha = 1$.

Ho creduto utile determinare in alcuni casi per le tre forme tipiche suddette di gocce, la grandezza della correzione che bisogna aggiungere al peso della goccia caduta per avere quello della goccia aderente, e perciò ho proiettato sopra uno schermo l'immagine ingrandita della goccia aderente e

⁽¹⁾ Guye e Perrot in un esteso e pregevolissimo studio sulle gocce (*Archive des Sciences*, 1902) sembrano considerare questa strozzatura come transitoria e instabile; però nelle gocce grandi (per l'acqua $2r = 4$ a 5 mm.) essa è stabile e ben evidente.

del menisco residuo e ne ho disegnato i contorni. Già Hagen s'era occupato di questa correzione per la quale aveva stabilito un valore empirico; egli però ammetteva la formula inesatta (1) cui cercava di soddisfare, ed il valore da esso trovato non può valere per la formula esatta.

Il menisco residuo ha la forma d'una calotta quasi esattamente emisferica nel caso delle gocce minori, colla freccia tanto minore del raggio della base di esso menisco e della pipetta quanto maggiore è questo: il suo volume sarà quindi uguale o minore di $0,67\pi r^3$, e se si chiama R il raggio della goccia caduta ridotta sferica, l'errore relativo che si commette nel trascurare questo menisco sarà uguale o minore di $r^3 : (2R^3 + 1)$. Questo errore è dunque inferiore ad 1:17 se $r:R=0,5$, inferiore ad 1:126 se $r:R=0,2$, ecc. e sarà quindi spesso del tutto trascurabile o facilmente calcolabile, senza misure supplementari; solo nel caso delle gocce più grandi sarà opportuna una misura approssimata della freccia della calotta per calcolare più esattamente il volume di essa e quindi il suo peso P''' .

Nelle gocce del 2° tipo il menisco residuo (P''') e la parte della goccia (P'') sovrastante alla sezione di raggio minimo hanno la massima parte comune, e la loro differenza, che si riduce a quella fra il fondo del menisco che sporge alquanto dalla sezione suddetta ed un anello a sezione triangolare, non può essere molto grande. Nel disegno d'una goccia aderente a un tubo di 4,9 mm. di diametro, questo appariva di 180 mm., quelli della sezione minima e della sezione massima (ventre) erano di 160 e 170 mm. Il fondo del menisco sporgente dalla sezione minima aveva 108 mm. per raggio della base, 20 mm. di freccia, 83 mm. di raggio di curvatura. Siccome l'ingrandimento lineare era di 36, il volume vero di questo fondo era di 3 mm.³ mentre quello dell'anello suddetto era di 4 mm.³ e quello della goccia caduta dedotto dalle pesate 69 mm.³. L'errore che si commetteva nel valore di P prendendo in sua vece P' e trascurando la correzione $P''' - P''$ era 1:70 del valore di T .

È tuttavia da notare che la determinazione della grandezza della correzione nel modo ora indicato non è suscettibile di molta precisione, perchè la sezione meridiana nella gola ha una curvatura molto piccola ed il suo punto di contatto colla verticale e quindi la posizione della sezione di raggio minimo, risulta poco ben determinata e l'errore in volume che può risultare è grande poichè l'area di essa sezione è pure grande. Inoltre, nelle mie determinazioni i contorni disegnati a mano presentavano incertezze (tremolii, interruzioni, doppie linee) che nascoste dalla sfumatura delle immagini apparivano notevoli quando poi cercavo il suddetto punto di contatto. Finalmente mentre la forma della goccia dipende solo dalla densità e tensione superficiale del liquido, quella del menisco può dipendere, forse in modo sensibile, dalla sua viscosità e quindi dal processo di separazione della goccia.

Nelle gocce del 3° tipo se si volesse porre $P = P'$, ossia supporre

uguali i pesi della goccia aderente e di quella caduta, rimarrebbe più incerta che nel caso precedente la sezione che limita superiormente la goccia, poichè il punto ove la sezione medesima ha la tangente verticale è meno ben determinato, inoltre P'' e P''' sono molto grandi e non si può ammettere nemmeno approssimativamente che essi siano uguali. Tuttavia i valori di T che si ottengono in questo modo (applicando cioè la formula $T = P' : 2\pi r + pr : 2$) sebbene inesatti non sono molto lontani dal vero; è da notare che essa formula dà valori un po' minori del vero per le gocce piccole, poichè una parte della goccia non cade, e valori maggiori del vero per le gocce grandi, nelle quali una porzione del peduncolo cade e s'incorpora colla goccia durante il distacco; essa può dare quindi valori abbastanza esatti per le gocce di media grandezza.

Diametro più opportuno del tubo dal quale si staccano le gocce. — Quando si vuol determinare la tensione superficiale d'un liquido col metodo delle gocce cadenti, si rimane in dubbio sul diametro del tubo d'efflusso più conveniente per l'esattezza; gli sperimentatori che hanno usato questo metodo e si servirono di pipette di vario diametro, ed i trattati che lo descrivono, non danno indicazioni in proposito.

Credo che per molti rispetti, fra i diametri possibili e adatti per lo scopo attuale, i minori sono da preferirsi. La determinazione del peso P d'una goccia non è molto diversa da quella della capacità di un pallone mediante pesata dell'acqua contenutavi; ora è evidente che questa determinazione può farsi tanto più esattamente quanto minore, relativamente alla capacità, è la sezione del collo, quindi per analogia si potrà ammettere lo stesso per il peso della goccia. Nel caso della calibrazione del pallone, l'errore precipuo deriva da imperfetto apprezzamento della posizione del livello del liquido, nel caso delle gocce dalle circostanze considerate nell'articolo precedente.

L'uso di pipette di piccolo diametro terminale rende inoltre legittimo l'uso della formula (3), senza che occorra la misura della pressione interna; inoltre la quantità di liquido che rimane aderente alla pipetta, facilmente calcolabile, è così piccola che la correzione relativa si può ritenere affatto trascurabile.

Nella tabella riprodotta nella Nota precedente, i valori della tensione superficiale ottenuti colle pipette del minor diametro risultano un po' minori degli altri; per assicurarmi se ciò derivi veramente dalla piccolezza del diametro, feci nuove esperienze colle pipette più sottili che mi fu possibile ottenere, fondendo col dardo della lampada un tubo sottile e tirandolo rapidamente.

Lavata una di queste pipettine, fissata verticalmente ad un sostegno e ripiena d'acqua, l'efflusso attraverso il tubo esilissimo era molto lento e conveniva accelerarlo esercitando alla sommità della pipetta, mediante una pera di gomma ed un tubetto pure di gomma, una pressione nell'aria e sul liquido. Il peso di dieci goccioline ottenuto colla bilancia di Mohr fu di 28 mgr.,

quello di altre dieci goccioline 29 mgr.; quindi il peso medio d'una gocciolina fu di 2,85 mgr. Il raggio della goccia ridotta sferica era $R = 0,88$ mm., il diametro del tubo esilissimo da cui si staccavano le gocce misurato al microscopio con micrometri oculare ed obiettivo, risultò di 0,124 mm.; quindi la formula (1) darebbe per la tensione superficiale 7,31 mgr./mm., mentre la formula (3) dà il valore 7,82.

In un'altra pipetta il diametro del tubetto era 0,089 mm., il peso di 50 goccioline fu rispettivamente 80 mgr., cioè 1,6 mgr. per la goccia media; il raggio di questa era 0,726 e la tensione superficiale risulta 7,39 colla formula (1), 7,74 colla formula (3).

Quindi anche con pipette affilatissime si possono ottenere buoni valori della tensione superficiale; esse però sono molto fragili, si ostruiscono facilmente, laonde è preferibile usare pipette meno esili.

Gocce complete. — Gli errori che possono derivare dalla possibile differenza fra il peso P che comparisce nelle formule ed il peso P' della goccia caduta, si possono sicuramente evitare se si determina il peso delle cosiddette gocce complete, cioè per es., se appena caduta la goccia si interrompe l'afflusso del liquido e con una lista di carta da filtro, già pesata assieme al recipiente che riceve le gocce, si assorbe il liquido del menisco e lo si pesa assieme alla goccia. Tuttavia Guye e Perrot (Archives des Sciences, 1902) ottennero anche con questo metodo e colla formula (1) valori discordi se ottenuti con tubi di diverso diametro.

È chiaro che anche in questo caso occorre tener conto della pressione interna e misurarla per es. per mezzo del tubo ad S. È anche da notare che se il tubo da cui si staccano le gocce ha un grande diametro, occorrerà anche tener conto dell'angolo α che comparisce nella formula (2); se il diametro del tubo è piccolo ciò non è necessario; ma anche gli errori derivanti dalla differenza fra P e P' sono minori e facilmente calcolabili, e la determinazione del peso delle gocce complete non è punto necessaria.

Si possono anche evitare gli errori suddetti determinando il peso della goccia mentre è ancora aderente, col proiettarne e disegnarne l'immagine su di uno schermo, determinarne l'area e quindi il volume corrispondente per mezzo del teorema di Guldin. Questo metodo apparentemente semplice, richiede moltissimo tempo e può solo essere usato a scopo di studio; ho eseguito parecchie determinazioni con esso (anche collo scopo di calcolare il volume del menisco residuo), ma siccome i risultati sono meno concordi di quelli ottenibili con metodi di gran lunga più agevoli, credo inutile pubblicare i risultati.

Mi pare quindi dimostrato che il metodo delle gocce cadenti, per gocce piccole e lento afflusso del liquido, coll'uso della formula (3) suddetta, dà il valore della tensione superficiale dei liquidi con esattezza uguale e forse maggiore, e con minor dispendio di tempo e cure che cogli altri metodi.