

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

2° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

Fisica. — *Influenza d'una deformazione sulla coppia di torsione d'un filo metallico.* Nota del prof. GUIDO ERCOLINI ⁽¹⁾, presentata dal Socio A. RÒITI.

1. I fenomeni elastici che presenta un filo metallico, già assai complicati quando su di esso si provoca una semplice deformazione che non sia piccolissima, lo diventano ancora molto di più, se si assoggetta a due deformazioni simultanee. Eppure l'utilità di questo studio si manifesta subito, se si pensa come esso abbia mostrato che le deformazioni permanenti non sono indipendenti fra loro, al contrario di ciò che tutte le teorie attualmente proposte intorno ad esse, più o meno implicitamente, ammettono.

Però, mentre finora si sono studiate, almeno in casi assai interessanti, le relazioni che esistono fra la trazione e la torsione, niente si conosce intorno ai fenomeni generati dalla trazione e flessione simultanee; e perciò, date le singolari deformazioni che può subire un filo per grande flessione ⁽²⁾, mi parve utile di occuparmi della questione.

Il fenomeno che ho trovato mi ha spinto ad esaminare altri casi notevoli di deformazioni sovrapposte.

2. La disposizione che ho adottato per esaminare con continuità come varia la coppia di torsione di un filo che venga assoggettato a flessione, è la seguente:

Il filo in studio è fissato sul cilindro, su cui deve avvolgersi, che è di acciaio, ad asse orizzontale e il cui sostegno, costituito da due robuste ghiera di ottone, può girare, di moto praticamente uniforme, intorno ad un asse verticale che coincide con quello del filo. L'estremità inferiore di questo è libera; porta un gancio per attaccarvi dei pesi ed un dinamometro bifilare che dà in ogni istante il valore della coppia di torsione. È questo costituito da una leggera striscia orizzontale di legno, rigidamente collegata col filo, dalle cui estremità, distanti circa 14 cm., pendono due sottili fili metallici che sostengono un'altra sbarretta di legno, munita lateralmente di due coppie di piccoli cilindri di acciaio, che abbracciano due canne metalliche verticali e parallele e mantengono così la parte inferiore del dinamometro in azimut costante.

Per conoscere la rotazione dell'altra, causata dalla torsione dell'estremità superiore del filo, un anello metallico, fissato alla prima sbarra di legno, sostiene una striscia di carta divisa in 360 parti uguali. Poichè è impossi-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel R. Liceo Garibaldi di Napoli. Luglio 1906.

⁽²⁾ Nuovo Cim., aprile 1906.

bile servirsi di un cannocchiale, le letture si riferiscono ad un lungo filo bianco, teso verticalmente davanti all'apparecchio, ponendo l'occhio in modo da far sovrapporre questo filo, quello in studio e le loro immagini date da uno specchio piano: si apprezza il terzo di grado.

La sensibilità del dinamometro si varia con pesi che si applicano alla sua parte inferiore togliendoli di sul filo metallico, in modo che questo si trova sempre soggetto ad una trazione costante.

Per la flessione ho adoprato quattro cilindri di 0,5, 1, 2 e 4 cm. di diametro.

I fili studiati, provenienti da un'unica matassa, sono di rame, tutti stirati del 5 %, lunghi, sotto tensione, 100 cm. e del diametro di cm. 0,04.

Ho prodotto torsioni da 2 a 80 giri completi, e dopo ognuna, avvolgendo il filo uniformemente, osservo la variazione della coppia leggendo la rotazione del dinamometro dopo ogni giro del cilindro di avvolgimento.

Il fatto che ho trovato fin dal principio è la rapida diminuzione permanente della coppia nei primi giri di flessione. Così, p. es., pel filo C_{1027} , assoggettato a 500 g. e avvolto sul cilindro più sottile, ho avuto:

n	C
0	8356
1	5531
2	4077
3	2821
4	2170
5	1675
10	673

ove n indica il numero dei giri del cilindro, C la coppia in unità arbitrarie, il primo valore della quale è dovuto ad una torsione di 3600° .

L'avvolgimento di meno di un terzo del filo ha ridotto la coppia ad un valore più di dodici volte minore, che però si è mantenuto all'incirca costante in tutto il resto della flessione.

Nello svolgimento la coppia si mantiene praticamente costante e alla fine si verifica sempre una piccola coppia residua.

Se invece, dopo la torsione, si detorce fino a giungere alla coppia nulla, la flessione non genera alcun'altra coppia.

E poichè la diminuzione rapida di coppia si è sempre verificata, con intensità diversa nelle varie condizioni, ho osservato la sua variazione col ripetersi delle flessioni, torcendo il filo sempre dello stesso numero di gradi dopo ogni distendimento.

Riporto per brevità solo i principali valori della coppia in cinque flessioni successive per fili tesi con 1000 g. e torti di 3600° . D indica il diametro del cilindro di avvolgimento, $C_1 \dots C_5$ le coppie contate dalla posi-

zione iniziale di partenza, alla quale è pure riferita la residua segnata nelle linee C_r .

C_u	D	n	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
33	0,5 cm.	0	7818	9820	9567	10027	9861
		1	4946	6689	7119	7234	7616
		3	2425	3777	4177	4556	4866
		5	1482	2471	2781	2983	3267
		10	637	1071	1172	1225	1360
		55	627	498	665	680	700
		$C_r = 580$	680	710	780	798	
64	1 cm.	0	8946	9924	9980	10408	10245
		1	5571	6877	6981	7304	7392
		3	2652	3647	3775	3965	4124
		5	1329	1994	2061	2193	2207
		10	498	831	997	1010	1207
		29	326	280	335	350	365
		$C_r = 831$	997	1166	1170	1175	
68	2 cm.	0	8651	9832	10300	10623	9838
		1	5571	6261	6681	7218	7300
		3	2981	3651	4000	4300	4515
		5	1329	1994	2180	2320	2615
		10	997	1000	1181	1310	1600
		15	500	240	508	610	720
		$C_r = 1329$	1660	1890	2100	2300	
72	4 cm.	0	8053	8787	8809	8911	8800
		1	4610	5457	5623	5956	6608
		3	1991	2658	2700	2991	3289
		5	690	1102	1229	1330	1562
		7	332	298	498	510	665
		$C_r = 1495$	1550	1820	2000	2166	

Da questi risultati si deduce principalmente che:

Il valore della coppia iniziale cresce assai dalla prima alla seconda torsione, di meno nelle successive; ma ho trovato sempre che la diminuzione è molto lenta nelle operazioni successive alla quinta. Se nel piano n -coppia si tracciano le curve corrispondenti ai valori riportati, si trova che quella di C_1 è sempre più bassa delle altre, che sono fra loro assai vicine e che, almeno nei valori più piccoli di C , si elevano sempre di più.

Il valore finale della coppia, quando cioè il filo è completamente avvolto, diminuisce da C_1 a C_2 per poi crescer sempre; sicchè la seconda flessione finisce per annullare anche parte del valore della prima C_r .

La coppia residua C_r va sempre aumentando e col numero delle flessioni, e col diametro dei cilindri.

Tutto ciò mostra che è la prima flessione che, più delle successive, incrudisce i fili, i quali al di là della quinta presentano variazioni sempre più piccole, finchè si rompono, assai prima però che se non fossero stati torti.

Se dalle misure eseguite si deduce la variazione di coppia generata dalla prima flessione di uno stesso tratto di filo pei quattro cilindri, riportando le curve che così si ottengono nel

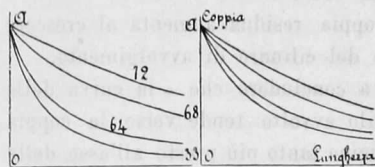


FIG. 1.

piano lunghezza-coppia ad uno stesso punto A, si hanno quelle a sinistra della fig. 1, che mostrano come al crescere di D diminuisca rapidamente l'effetto della flessione sulla coppia. A destra si vedono le curve corrispondenti a fili nelle stesse condizioni, ma torti con 20 giri completi.

Esse sono più vicine tra loro, e quelle date dai cilindri più sottili si abbassano meno rapidamente delle precedenti; cioè al crescere della torsione, diminuisce l'influenza della flessione più grande.

La trazione non altera sensibilmente l'andamento generale di questi fenomeni.

Ho fatto anche una serie di esperienze per esaminare l'effetto delle successive flessioni su fili torti alternativamente in sensi contrari, e qui riporto i principali risultati ottenuti, sotto carica di 1000 g., per torsioni di 10 giri completi; C_2 e C_3 indicano le coppie dovute a torsioni in un senso e nell'altro.

C_u	D	n	C'_2	C'_3	C''_2	C''_3	C'''_2	C'''_3
42	0,5 cm.	0	6413	8108	8291	9033	8169	8769
		1	4049	5752	6307	7042	6845	6911
		3	1972	3284	4251	4485	4803	4724
		5	1220	1823	2927	2991	3199	3161
		10	688	459	1447	1161	2039	1070
		55	680	325	860	800	1200	920
		$C_r =$	459	— 916	1068	— 1247	1069	— 1350
69	2 cm.	0	8651	10657	10927	11732	11732	12123
		1	4932	7138	8053	8353	8799	8799
		3	2322	3636	5092	4932	5730	5571
		5	997	2487	3036	3145	4124	4182
		10	498	1660	1992	2157	2487	2652
		15	400	1200	897	1315	1450	1625
		$C_r =$	997	— 2652	2981	— 3145	3309	— 3500

È da osservare che qui i valori di ogni coppia sono riferiti alla posizione di riposo assunta dal dinamometro dopo ogni distendimento dei fili.

Le curve, che nel piano n -coppia rappresentano questi risultati, hanno un andamento simile a quelle del caso precedente. Tanto le C_2 come le C_1 , vanno successivamente innalzandosi; però la C_2'' dista più da C_2' che da C_2''' e così pure per le C_3 ; e anche la distanza fra C_2' e C_3' è maggiore di quella fra C_1 e C_2 del primo caso. Le torsioni in sensi inversi producono un rindrudimento maggiore di quelle nello stesso senso.

Anche ora il valore assoluto della coppia residua aumenta al crescere del numero delle flessioni e del diametro del cilindro di avvolgimento.

L'insieme dei fatti osservati porta a concludere che « la curva delle coppie in funzione della lunghezza del filo avvolto tende verso la coppia nulla secondo una legge rapida, che l'avvicina tanto più presto all'asse delle coppie nulle, quanto più grande è la flessione ».

Una deformazione che non interessa che una porzione di un filo può dunque quasi annullare permanentemente la sua coppia di torsione.

3. Ma anche la filiera, come la flessione, permette di operare una deformazione su di un tratto di filo; era quindi naturale di vedere se anche in tal caso si verifica lo stesso fenomeno.

Ho perciò adoprato una filiera in acciaio, che ho collocata al posto dei cilindri di flessione, ed ho adottato la stessa disposizione precedente.

Riferisco qui le esperienze eseguite su due fili: C_{10} è teso con 35 g., C_{110} con 500; entrambi sono torti con 10 giri completi, sono lunghi 100 cm. e vengono fatti passare attraverso un foro che provoca un allungamento del 68 %. Con $mm.$ indico il numero di millimetri di cui si accorcia il filo che pende verticalmente.

C_u	C	$mm.$	C_u	C	$mm.$
9	8946	0	10	8203	0
	2652	10		2487	10
	975	19		831	20
	665	29		166	29
	333	39		0	39
	0	49		0	50

Come si vede il passaggio di un piccolo tratto di filo attraverso la filiera annulla completamente la coppia di torsione.

La variazione di questa risulta meno rapida, più piccolo è l'allungamento prodotto dalla filiera.

4. Per vedere se anche la trazione produce lo stesso effetto, ho ricorso alla disposizione che adottai in ricerche precedenti (1).

Un filo rincotto, lungo 100 cm. e soggetto alla tensione costante di 100 g., vien torto nel mezzo con legge sinusoidale nel tempo, facendo rotare un dinamometro trifilare a spirale cilindrica. A 15 cm. dal punto di attacco il filo porta saldata una piccola lastrina di ottone a cui è legato un recipiente costituito da due canne di vetro concentriche che, essendo l'asse dell'interna sul filo in esperienza, viene a trovarsi entro la spirale-dinamometro. Attraverso le spire di questa, dopo aver prodotto una torsione di 2500° e arrestato il moto dell'apparecchio, faccio effluire del mercurio entro il recipiente e osservo la variazione della coppia. Riferisco i risultati ottenuti durante l'efflusso, indicando con C le coppie in unità arbitrarie e con a l'allungamento in divisioni della scala:

	C	n
0	6400	505
1	6300	510
2	6200	514
3	6100	517
4	6000	522
5	5900	528
6	5800	534
7	5700	541
8	5550	548
9	5400	559
10	5250	569
11	5000	584

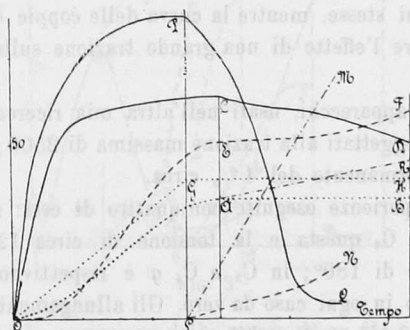


FIG. 2.

Nella figura 2 è schematicamente rappresentata tutta l'esperienza nel piano tempo-deformazione.

(1) Nuovo Cimento, gennaio-febbraio 1906.

S'impone la torsione sinusoidale OA e la coppia varia secondo OC, l'allungamento secondo OE. In A si arresta la torsione, che si mantiene costante (AB), e si comincia l'efflusso (AR); l'allungamento varia secondo EF, la coppia secondo CD.

Il fenomeno cercato, sebbene appena iniziato, come mostrano le curve EF e CD, e ciò a causa dell'insufficienza del mercurio aggiunto (900 g.), è pure assai evidente.

Adottando la disposizione usata per la flessione, ho potuto attaccare, a un terzo di lunghezza di un filo di 100 cm. e stirato del 5%, un recipiente capace di 2500 g. di mercurio, ed ho avuto i risultati rappresentati con le altre curve della stessa figura 2. Si torce secondo OG e poi si procede a torsione costante GH. In G si comincia l'efflusso del mercurio secondo LM e si legge l'allungamento LN. La coppia, che in principio ha variato come OP, procede poi secondo PQ.

Si scorge subito che allorchè il filo, per l'aggiunta del peso, comincia ad allungarsi, la coppia diminuisce rapidamente, avvicinandosi all'asse delle coppie nulle.

Se si stira *tutto* un filo assoggettato a una coppia di torsione, si sa ⁽¹⁾ che questa si annulla ben presto: le presenti esperienze provano che basta produrre un allungamento *su un solo tratto* del filo per avere lo stesso fenomeno.

5. Anche operando sul filo intero, se si assoggetta *contemporaneamente* a torsione e a trazione, allorchè questa non provoca deformazioni troppo grandi, ho già mostrato ⁽²⁾ che si ha principalmente una alterazione delle curve di trazione, a seconda della differenza di fase fra i moti sinusoidali che generano le deformazioni stesse, mentre la curva delle coppie è poco influenzata.

Resta da vedere l'effetto di una grande trazione sulla coppia in queste condizioni.

Con gli stessi apparecchi, usati nell'altra mia ricerca, ho sperimentato su fili rincotti, assoggettati alla trazione massima di 2500 g., che vi provoca un allungamento permanente del 4% circa.

Riferisco le esperienze eseguite con quattro di essi: su C₁ ho prodotto la sola trazione, su C₂ questa e la torsione di circa 1250°, che sono in differenza di fase φ di 180°; in C₃ e C₄ φ è rispettivamente 120° e 60°, la torsione partendo in ogni caso da zero. Gli allungamenti sono in divisioni della scala, le coppie in unità arbitrarie.

⁽¹⁾ Bouasse, Annales d. l. Fac. d. Sciences d. Toulouse, 1898-1902.

⁽²⁾ Loc. cit.

	Allungamenti				Coppie		
	C_{u_1}	C_{u_2}	C_{u_3}	C_{u_4}	C_{u_2}	C_{u_3}	C_{u_4}
1	1	1	6	240	900	733	125
2	3	3	18	471	2930	1035	400
3	7	8	96	635	4650	0	925
4	13	17	358	728	5390	0	1710
5	20	37	631	769	4325	325	2800
6	30	74	856	785	2725	980	4350
7	118	150	1024	792	930	1530	5510
8	423	360	1116	795	595	2492	6900
9	639	618	1154	794	590	3650	7650
10	855	842	1161	791	650	4275	8100
11	1008	988	1159	786	710	4500	8300
12	1071	1057	1156	781	930	4510	8415

Nel piano tempo-deformazione questi risultati sono rappresentati nella figura 3. Coll'origine in O si vedono le curve corrispondenti a C_{u_1} e C_{u_2} ,

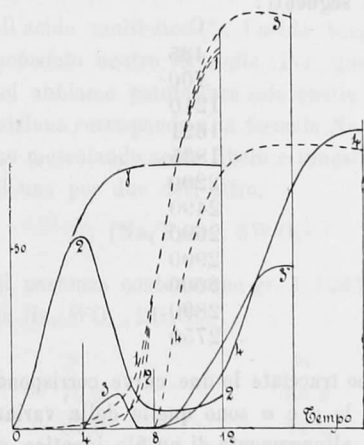


FIG. 3.

la γ rappresentando la variazione della coppia di un filo uguale per la stessa torsione, sotto una trazione costante di 100 g. In 4 partono le curve del C_{u_3} e in 8 quelle del C_{u_4} ; gli allungamenti son sempre a linee tratteggiate.

Si vede che:

Quando $\varphi = 180^\circ$ la coppia cresce rapidamente finchè l'allungamento è piccolo, ma tosto che questo comincia a crescere, la curva della coppia si abbassa presto, avvicinandosi all'asse delle coppie nulle.

In $\varphi = 120^\circ$ la variazione di lunghezza annulla il piccolo valore assunto dalla coppia, che poi cresce assai, nonostante l'allungamento seguiti a prodursi in abbondanza.

In $\varphi = 60^\circ$ esso comincia subito e la coppia cresce da prima un poco lentamente, per giunger poi ad un valore più elevato che nei casi precedenti, a causa dell'incrudimento dovuto alla trazione.

Queste esperienze mostrano nettamente che la diminuzione di coppia si ha sempre quando l'allungamento *comincia* ad esser grande, ma durante la sua formazione i fili si rincerudiscono molto.

Dunque anche per deformazioni *contemporanee* la coppia è notevolmente influenzata da una grande deformazione.

6. Rimane ancora un caso da esaminare. L'esperienza mostra che una torsione permanente produce un allungamento del filo torto tanto più sensibile, quanto maggiore è la trazione a cui esso è soggetto. Si può porre il problema: Se ad un filo si applica un peso inferiore a quello che vi provocherebbe un forte allungamento permanente, e poi si sottopone a torsione, come varia la coppia durante l'allungamento che essa necessariamente genera?

Un filo rincotto e lungo 100 cm. è teso con 2000 g. e torto nel mezzo, di circa 1250° , con legge sinusoidale; i valori della coppia e dell'allungamento ottenuti sono i seguenti:

	C	a
1	435	7
2	700	41
3	1210	66
4	1621	94
5	1835	128
6	2200	168
7	2490	200
8	2690	228
9	2900	252
10	3000	270
11	2890	282
12	2750	286

Nella figura 4 sono tracciate le due curve corrispondenti C ed a, mentre le γ e α sono quelle della variazione di coppia e di allungamento di un filo identico, sottoposto alla stessa torsione e alla trazione costante di 100 g.

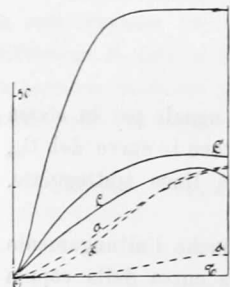


FIG. 4.

Il valore della coppia è, come si vede, molto meno elevato, essendo molto maggiore quello dell'allungamento.

Un altro filo uguale, assoggettato inizialmente a 2500 g., dà le curve C' e a'.

Il rincerudimento provocato dal peso (chè fin da quando comincia ad agire, e quindi prima della torsione, esso produce un certo allungamento) innalza la curva delle coppie.

Ma è manifesto che minore è la variazione di lunghezza prodotta da una data torsione, più grande è la coppia che essa genera.

7. Da tutti i fatti osservati si può concludere che:

1°. Una deformazione (per flessione, passaggio alla filiera, trazione), operata su di una porzione di un filo torto, diminuisce o annulla la coppia di torsione, e tanto più rapidamente, quanto più la deformazione è grande.

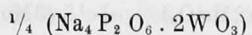
2°. Assoggettando un filo contemporaneamente a torsione e a grande trazione, allorchè l'allungamento comincia ad esser considerevole, la coppia decresce rapidamente e può anche annullarsi, a seconda della fase in cui si trovano le due deformazioni; ma col procedere dell'allungamento, il filo si incrudisce e la coppia cresce.

3°. Maggiore è l'allungamento provocato dalla sola torsione in un filo teso, minore è il valore della coppia da essa generata.

Le deformazioni permanenti non sono indipendenti fra di loro, anche quando una di esse si compia su una parte del filo già alterato dall'altra.

Chimica. — *Sull'acido ipofosforico* (1). Nota di N. PARRAVANO e C. MARINI presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

A differenza dell'acido molibdico (2), l'acido tungstico si scioglie poco nella soluzione di ipofosfato neutro di sodio. Per questa ragione di misure di complessi tungstici abbiamo potuto fare solo quelle riferentisi ad una soluzione la cui composizione corrisponde alla formola $\text{Na}_4 \text{P}_2 \text{O}_6 \cdot 2\text{WO}_3$. Queste soluzioni si ottenevano mescolando acido libero e tungstato sodico nel rapporto di una molecola dell'uno per due dell'altro.



100 cc. di liquido di partenza contenevano gr. 0,1265 di acido ipofosforico, e gr. 0,5158 di $\text{Na}_2 \text{WO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$.

$v = 10^{-3}g$	μ_1	μ_2	μ
32	79.9	80.2	80.1
64	87.9	87.2	87.7
128	95.0	95.5	95.2
256	100.0	100.1	100.1
512	107.3	107.6	107.4
1024	117.8	117.2	117.5

$$A(\mu_{1024} - \mu_{32}) = 37.4.$$

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Roma.

(2) V. Nota fascicolo precedente.