

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIII.

1906

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XV.

2° SEMESTRE.



ROMA  
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1906

risultati nostri non contraddicano a ciò in modo assoluto: certo i prodotti più attivi sono i più antichi, ma le esperienze sono troppo poche per stabilire anche lontanamente una relazione numerica tra l'età e le proprietà radioattive: può l'età essere un coefficiente, ma senza dubbio un altro coefficiente deve essere la natura chimica dei prodotti.

Se per prodotti analoghi la radioattività crescesse col tempo, progressivamente, per quanto con una proporzione lentissima, il fatto si riannoderebbe colle ipotesi così spesso formulate in questi ultimi tempi della trasformazione o ripristinazione delle sostanze radioattive.

Sono tutte questioni sulle quali uno studio sistematico delle radioattività dei prodotti vulcanici accompagnato dalla loro analisi chimica e mineralogica potrà portare una grande luce, ed una grande luce potrà venirne sui problemi più importanti che si connettono colla trasformazione della materia.

I nostri studi ad ogni modo ben si accordano con quelli del Lacroix <sup>(1)</sup>, il quale trovò costante la composizione delle lave al principio e alla fine del parossismo e una grande analogia di composizione tra le lave attuali e quelle del 1631 e del 1872, e, ciò che più ci interessa, constatò che le scorie e i lapilli caduti sopra Ottaiano appartengono a un tipo differente da quello delle lave attuali, meno ricco in allumina e in alcali, più ricco in magnesia e in calce. Bisogna dunque ammettere, egli dice, che tutti questi materiali non sono costituiti dal magma nuovo, ma sono stati strappati al vecchio terreno e proiettati da esplosioni vulcaniche.

Sopra un altro punto richiamiamo l'attenzione di coloro che si occupano di studi di radioattività dei minerali e delle rocce, sul fatto cioè della maggiore attività dei tufi. Sopra la radioattività dei tufi riferiremo tra breve.

Ci proponiamo, coll'aiuto validissimo del prof. Matteucci, di estendere i nostri studi sulla radioattività dei prodotti vesuviani in relazione colla loro composizione chimica e colla loro età.

**Fisica.** — *Ricerche sperimentali sulle scariche in solenoidi con anima di ferro.* Nota preventiva del Corrispondente A. BATTELLI e di L. MAGRI.

1. In conformità delle ricerche teoriche da noi esposte in altra Nota <sup>(2)</sup>, abbiamo eseguito delle esperienze sul periodo di oscillazione delle scariche attraversanti rocchetti di filo di rame muniti di anima di ferro.

Tali esperienze riguardano periodi lunghi e periodi brevi. Abbiamo ricorso per periodi brevi all'apparecchio sperimentale già descritto precedentemente.

<sup>(1)</sup> L. c.

<sup>(2)</sup> Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. XV, 2° sem. 1906, pag. 153.

temente <sup>(1)</sup>, per i periodi lunghi ad un altro apparato simile a quello con la sola differenza che la turbina in questo adoperata è di maggiori dimensioni e porta uno specchio di tre centimetri di diametro.

Le corrispondenti misure sono lunghe e faticose. Tutte le volte che il rocchetto è munito di nucleo di ferro, si debbono determinare sulla fotografia ad una ad una le lunghezze dei successivi semiperiodi, o almeno dei successivi periodi, ed ogni lettura deve essere riportata all'arco di cerchio. Qualche volta noi facevamo sulla stessa lastra due serie di misure: una all'immagine dell'elettrodo superiore ed una a quella dell'elettrodo inferiore; qualche altra volta — specialmente con le scariche molto smorzate — si eseguiva una sola serie di misure per ogni lastra, giovandoci dell'osservazione contemporanea fatta sulle immagini di tutti e due gli elettrodi, per determinare in modo più sicuro i successivi istanti in cui la corrente nella scarica aveva cambiato di segno.

Riportiamo qui i risultati di alcune serie.

#### SERIE I.

2. Per queste esperienze ci siamo serviti di un condensatore a lastre di vetro della capacità di 98.100 cm. che si scaricava attraverso ad un rocchetto di filo di rame a tre strati della lunghezza di cm. 45, che aveva un coefficiente di autoinduzione di cm. 515300.

La distanza esplosiva fu sempre di mm. 5.

Il periodo di oscillazione misurato con la turbina a specchio grande, quando il rocchetto non conteneva alcun nucleo, fu di

sec. 0,0000474.

Introducendo nel rocchetto un nucleo cilindrico massiccio di rame del diametro di mm. 12 e della lunghezza di cm. 46,8, il periodo di oscillazione, come era da prevedersi, risultò assai minore, cioè:

sec. 0,0000411.

Le scariche erano in tutte e due queste condizioni così poco smorzate che le immagini non entravano nelle lastre, tanto erano lunghe; introducendo invece nel rocchetto un nucleo massiccio di acciaio della lunghezza di cm. 43,5 del diametro di mm. 12,6, la scarica diveniva smorzatissima e non si potevano misurare più di 4 mezzi periodi. Questi semiperiodi riuscirono di grandezza tra loro notevolmente diversa, ed ecco la media dei risultati di molte misure:

(1) R. Acc. delle Scienze di Torino, serie 2<sup>a</sup>, vol. LI, p. 335 (1902).

Num. d'ord. dei semi periodi . . . . .	1°	2°	3°	4°
Durata di un periodo intero (dedotto dalle misure di ogni semiper.).	0,0000449	0,0000465	0,0000499	0,0000535

Come si vede, la scarica non ha più un regime periodico propriamente detto; i successivi mezzi periodi hanno durate continuamente crescenti col progredire della scarica. Questo fatto ci dimostra senz'altro in maniera evidente che anche in campi così rapidamente variabili il valore di  $\mu$  dipende dal valore della intensità del campo.

Sul principiare della scarica i valori raggiunti dalla intensità massima della corrente sono stati in questo caso di almeno 30 ampères; l'intensità del campo è stata dunque notevole e quello strato del nucleo d'acciaio che può prender parte alla magnetizzazione è stato saturato.

Vediamo inoltre che con correnti di questa frequenza, per campi così intensi, con un diametro così grande del nucleo di ferro, ci possiamo trovare nel caso previsto dalla teoria (1) in cui si abbia il valore di  $L'$  minore del valore di  $L$ ; questo ce lo mostrano in maniera evidente i due primi semiperiodi che hanno una durata notevolmente minore di quella che si aveva quando nel rocchetto non era introdotto alcun nucleo di acciaio.

In seguito, col crescere del valore di  $\mu$ , per il terzo e quarto semiperiodo, abbiamo un notevole aumento di  $L'$  che diviene assai maggiore di  $L$ .

Si capisce facilmente come sostituendo al nucleo massiccio di acciaio un nucleo di fili di ferro fini, si debba sino dai primi periodi notare un notevole aumento del coefficiente di autoinduzione; difatti, sostituendo all'acciaio un nucleo di fili di ferro di cm. 0,04 di spessore, della lunghezza di cm. 46,5 e del peso di gr. 50, si hanno i seguenti valori per le durate dei successivi semiperiodi.

N. d'ord. dei semiperiodi.	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Durata del periodo compl.								
corrispond.	0,0000523	...528	...524	...573	...570	...643	...688	...791

Sostituendo a questi un nucleo di fili di ferro ancora più fini, del diametro cioè di cm. 0,02, della lunghezza di cm. 49 e del peso complessivo di gr. 43, si hanno i seguenti valori del periodo:

N. d'ordine dei semiperiod.	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°
Durata del periodo completo											
corrispondente	0,0000507	...510	...514	...543	...562	...584	...610	...603	...678	...685	...800

(1) Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. XV, 2° sem. 1906, pag. 153.

Il filo fino era magneticamente assai più duro del filo grosso, e per di più, mentre la massa di ferro che prendeva parte attiva alla magnetizzazione era in questo caso maggiore, e maggiore per conseguenza era l'energia dissipata per isteresi, ciò non ostante lo smorzamento della scarica invece era assai più piccolo.

Questo ci dimostra senz'altro che, anche indipendentemente dal calore assorbito per l'isteresi, la dispersione di energia per effetto delle correnti di Foucault risulta di una grande importanza.

N. 1.



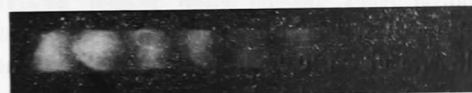
N. 2.



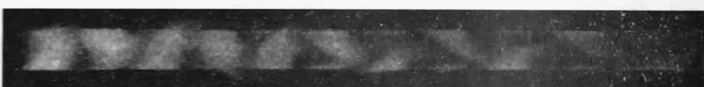
N. 3.



N. 4.



N. 5.



Riproduciamo qui, per maggior chiarezza, alcune delle fotografie misurate in questa prima serie.

La fotografia n. 1 è stata ottenuta senza alcun nucleo nel rocchetto; la n. 2 con l'introduzione del nucleo massiccio di rame, la n. 3 col nucleo massiccio di acciaio, la n. 4 col nucleo di fili di ferro di cm. 0,04 di spessore e la n. 5 col nucleo di cm. 0,02.

Avvertiamo che la riproduzione di queste fotografie, molto diversamente impressionate nelle varie parti dell'immagine, riesce difficile e si perdono quasi tutti i particolari che si vedono invece molto nettamente nella negativa.

SERIE II.

3. Confermano perfettamente i risultati ora riferiti le esperienze eseguite con gli stessi nuclei, con lo stesso rocchetto, con la medesima distanza esplosiva, ma con una capacità più piccola nel condensatore, uguale cioè a 67500 cm. Riportiamo senz'altro i risultati principali:

Valore del periodo quando nel rocchetto

non è introdotto nucleo di sorta . . . sec. 0,0000389

Id. col nucleo massiccio di ac- ciaio	N. d'ord. dei succ. semiperiodi.	1°	2°	3°
		Durata del periodo	0,0000351	....402

Id. col fascio di fili di cm. 0,04.	N. d'ordine dei semiperiodi	1°	2°	3°	4°	5°
		Durata dei se- miperiodi .	0,0000437	....469	....503	....574

Id. col nucleo di fili di cm. 0,02	N. d'ordine dei semi- periodi	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
		Durata del periodo	0,0000443	..458	..475	..496	..521	..547	..600	..667

In questa serie di misure, eseguite con una capacità minore della precedente, leggiamo nelle fotografie un numero più piccolo di scintille.

Come nella serie precedente, la durata del primo semiperiodo quando nel rocchetto è introdotto il nucleo di acciaio è più breve di quando non esiste nel rocchetto alcun nucleo; tanto col nucleo massiccio di acciaio quanto con gli altri nuclei, abbiamo che la durata dei successivi semiperiodi componenti la scarica va continuamente crescendo col progredire della scarica stessa.

SERIE III.

4. In questa serie furono usati i due condensatori ad aria già da noi descritti (1); soltanto essi erano stati smontati e rimontati cambiando molti dei dadetti di vetro che separavano le armature, e la nuova capacità da essi acquistata era di cm. 14310 quando erano in quantità e di cm. 3593 quando erano in cascata. In questa serie di misure furono disposti in cascata.

Ponemmo nel circuito del condensatore un solenoide di filo di rame ben isolato ad un solo strato, della lunghezza di cm. 42,3 e di un raggio medio delle spire di cm. 1,05. Ci servimmo, per le misure, della turbina a specchio piccolo già rammentata. Il periodo di oscillazione misurato ponendo in circuito il solenoide senza alcun nucleo risultò di

0,0000325 sec.

(1) Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino, serie 2ª, vol. LI, pag. 335 (1902).



In queste scintille, le cui immagini entravano intere sulle lastre, si contavano fino a 25 periodi completi. Abbiamo quindi voluto farci un concetto dello smorzamento che può produrre un cilindro di rame introdotto nel rochetto; e difatti il periodo d'oscillazione, quando il solenoide conteneva un cilindro di rame del diametro di mm. 12 e di cm. 46,8 di lunghezza, si era ridotto a

0,00000261 sec.

e il numero di periodi completi che si potevano contare sulle lastre era sceso a 17, mostrandoci così chiaramente che nei materiali non magnetici le correnti di Foucault dissipano una quantità di energia sufficiente per rendere sensibile l'aumento di smorzamento nella scarica anche all'osservazione diretta della scintilla nello specchio rotante. È certo però, come del resto è immediatamente prevedibile, che esse non hanno in questo caso la importanza straordinaria che assumono per valori grandi di  $\mu$ .

Abbiamo provato a misurare anche in queste fotografie ad uno ad uno i successivi periodi della scarica, e naturalmente in questo caso abbiamo trovato che il periodo restava sempre il medesimo dal principio alla fine della scarica stessa.

Abbiamo introdotto in seguito nel solenoide un nucleo di fili di acciaio dolce del diametro di cm. 0,005, della lunghezza di cm. 44,5 e del peso complessivo di gr. 30. Riportiamo qui i risultati delle singole misure, che sono state quelle che per la brevità del periodo sono riuscite le più faticose e difficili, e quelle che hanno i maggiori scostamenti dalla media.

Le difficoltà che si incontrano dipendono da cause diverse, e sono tanto più gravi quanto più corto è il tratto corrispondente a ciascuna scintillina elementare e quanto più è smorzata la scarica. Noi però non abbiamo mai trovato conveniente nelle nostre misure allontanarci da un certo valore della velocità dello specchio rotante: valore che deve tenersi in relazione con la luminosità della scintilla, con lo smorzamento e con la frequenza delle oscillazioni. Se lo specchio va troppo presto, le immagini divengono deboli e confuse; se va troppo adagio, la decomposizione non avviene bene. Se lo smorzamento è assai rapido, si hanno parti della lastra sovraesposte e conseguentemente misure incerte e difficili. Ne segue necessariamente che con periodi brevi non è possibile dilatare le immagini tanto da allungare notevolmente i tratti della lastra corrispondenti ai singoli semiperiodi: quello che si guadagna in distanza si perde in esattezza.

Quando si tratta di misure di scariche, senza ferro, poco smorzate, questi inconvenienti si avvertono meno, perchè sono compensati dal numero grande di scintilline che si possono contare; ma nel caso in cui si debba eseguire la misura ad ogni periodo, e che il periodo sia breve, questi inconvenienti si mostrano in modo molto nocivo.

Le misure che qui riportiamo sono state eseguite appunto di periodo in periodo.

Prendiamo ora dal libro delle esperienze i risultati ottenuti:

Condensatore ad aria C = cm. 3593. Distanza esplosiva mm. 5.

*Solenoido solo*

Valore sperimentale del periodo	0,00000327
	325
	328
	327
	324
	325
	320
	321
Valore medio	0,00000325

*Solenoido con nucleo massiccio di rame*

Valore sperimentale del periodo	0,00000262
	263
	260
	259
	257
	264
	259
	265
Valore medio	0,00000261

*Solenoido con nucleo di fili finissimi di acciaio (peso gr. 30) diametro cm. 0,005.*

N. d'ord. dei successivi periodi . . .	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Valori sperimentali del periodo . . .	0,00000421	...396	...463	...408	...508	...454	...569	...573
	426	377	485	413	537	—	—	—
	423	432	429	473	519	530	602	—
	378	448	435	472	502	—	—	—
	358	418	504	463	489	—	—	—
	400	413	458	482	440	525	479	538
Valori medi	0,00000401	...414	...462	...452	...501	...503	...550	..555

*Solenoido con nucleo di fili di acciaio di cm. 0,005 di diam. (peso gr. 92).*

N. d'ord. dei periodi	1°	2°	3°	4°
Valori sperimentali del periodo	0,00000595	...710	...1189	...1375
		596	837	1201
		626	835	1156
Valori medi. . . . .	0,00000606	...794	...1109	...1288



Come si vede, l'andamento di queste esperienze conferma pienamente le osservazioni che noi avevamo fatte a proposito delle due serie precedenti.

SERIE IV.

5. Riportiamo ancora un'altra serie di misure che offre un notevole interesse.

Abbiamo avvolto su di un tubetto di vetro con filo di rame del diametro di mm. 1,45, un rocchetto a quattro strati, per una lunghezza di cm. 5, con un numero totale di spire di circa 120. In questo rocchetto si potevano introdurre due nuclei, uno di ferro dolce massiccio, di forma prismatica a sezione quadra di 5 cm. di lunghezza e di 0,55 cm. di lato; l'altro di magnetite, delle stesse dimensioni del primo, tagliato da un cristallo di questo minerale.

Naturalmente il ferro dolce presentava una permeabilità magnetica molto superiore a quella della magnetite, mentre questa aveva una resistenza elettrica molto maggiore ed era magneticamente assai dura.

Abbiamo collegato il rocchetto in parola, una volta col condensatore a lastre di vetro della capacità di cm. 98100, ed un'altra con il condensatore ad aria della capacità di cm. 14310; in tutti e due i casi abbiamo fatto avvenire le scariche misurandone nel solito modo il periodo di oscillazione, quando nel rocchetto non vi era alcun nucleo, quando vi era il ferro e quando vi era la magnetite.

La misura dei successivi mezzi periodi costituenti ogni scarica quando il rocchetto contiene il nucleo di ferro, dà in questo caso un valore appena crescente sul finire della scarica, contrariamente a quanto abbiamo visto avvenire di solito, mentre lo smorzamento è sempre molto notevole; il periodo di oscillazione risulta per la frequenza più elevata che abbiamo avuto in questa serie, nettamente *minore* quando è introdotto il ferro nel rocchetto di quando non c'è; per la frequenza più bassa risulta invece press'a poco lo stesso in tutti e due questi casi. Siamo dunque nelle condizioni previste dalla teoria (vedi nota citata a pag 162) nelle quali l'introduzione del nucleo di ferro può notevolmente diminuire l'autoinduzione.

Se invece introduciamo la magnetite, abbiamo evidente il solito fenomeno dell'aumento graduale del periodo col progredire della scarica, e l'aumento di ciascun periodo rispetto al valore che si ha senza il nucleo di magnetite.

Riportiamo i risultati delle misure eseguite su due lastre, una delle quali era stata ottenuta col ferro nel rocchetto, l'altra con la magnetite; i valori riferiti esprimono la durata dei successivi periodi completi dedotti dalla misura di ogni mezzo periodo. In tutti e due i casi si adoperava lo stesso condensatore.

Durata dei successivi periodi di una scarica col nucleo di ferro nel rocchetto

0,0000175 ...172 ...174 ...178 ...178 ...180

col nucleo di magnetite

0,0000184 ...182 ...197 ...199 ...218 ...214

Ecco poi la media dei valori ottenuti da diverse misure:

Condensatore della capacità di cm.:                   98100           14310

Durata del periodo di oscillazione senza nucleo sec.   0,0000177   0,00000652  
  con nucleo di ferro sec.   0,0000176   0,00000641  
  con nucleo di magnetite sec.   0,0000201   0,00000741

Lo smorzamento della scarica è un poco superiore col ferro che con la magnetite, mentre la magnetizzazione è molto maggiore nel secondo caso, pur essendo il materiale magneticamente molto più duro e meno permeabile; ciò è dovuto alla resistenza specifica elevata della magnetite che porta una considerevole diminuzione delle correnti di Foucault. Così queste misure ci fanno vedere quanto sia grande l'energia dissipata da correnti parassite e quale importanza abbiano sullo smorzamento.

6. Le ricerche sperimentali qui riferite sono dunque una piena conferma delle considerazioni teoriche da noi esposte nella citata Nota; esse inoltre mostrano con evidenza che quando abbiamo il ferro nel rocchetto, la scarica cessa di essere un fenomeno periodico e la durata delle successive oscillazioni aumenta col procedere della scarica e cioè col diminuire della intensità del campo magnetizzante. In altre parole, in questi campi magnetici rapidamente variabili, la dipendenza di  $\mu$  dalla forza magnetizzante ha un andamento analogo a quello che si ha per variazioni lente del campo. Questi notevoli mutamenti di periodo che riscontriamo in una scarica stessa, sono una chiara conferma di quanto abbiamo esposto nel riferire lo studio della scarica in fili di ferro.

In queste nostre esperienze abbiamo nettamente separati gli effetti della magnetizzazione del ferro da quelli delle correnti di Foucault, e abbiamo mostrato come si possano scegliere opportunamente le condizioni sperimentali in modo da avere prevalente l'uno o l'altro di questi effetti.

Dal materiale sperimentale raccolto si potrebbe passare alla determinazione sperimentale del valore di  $\mu$ . Per altro avvertiamo che mentre queste ricerche si sono ottimamente prestate ad accrescere e a render chiare ed esatte le nostre cognizioni sul modo col quale avviene la scarica quando nel campo magnetico da essa generato si trova del ferro, esse invece offrono una strada indiretta e complicata per passare dal valore del periodo a

quello di  $\mu$ ; e ad ogni modo non portano che alla determinazione di un valore medio.

Per lo studio di  $\mu$  abbiamo però istituito ricerche in cui si determinano direttamente i cicli di magnetizzazione; riferiremo prossimamente sui principali risultati ottenuti.

**Matematica.** — *Sui covarianti angolari di una forma differenziale di ordine superiore.* Nota del Corrispondente ERNESTO PASCAL.

La denominazione di *covariante angolare* che mi piace di introdurre per una certa classe di covarianti di una forma differenziale, non ha altra ragione che una reminiscenza relativa alle forme differenziali quadratiche, per le quali si conosce un covariante bilineare che, nella interpretazione geometrica di quelle forme, corrisponde al numeratore dell'espressione introdotta dal Beltrami come *coseno dell'angolo* di due direzioni.

Per i casi più complessi che quelli delle ordinarie forme differenziali quadratiche, l'interpretazione geometrica della detta classe di covarianti ci sfugge, ma non sarà ciononpertanto inopportuno conservare la denominazione, la quale servirà a rammentarne immediatamente l'origine.

Le considerazioni che svilupperò in questa breve Nota sono semplicissime, ma non perciò esse mi sembrano meno degne di essere rilevate.

Per una forma differenziale quadratica

$$(1) \quad \sum_{ij} X_{ij} dx_i dx_j$$

è covariante la forma

$$(2) \quad \sum_{ij} X_{ij} dx_i \delta x_j$$

dove con  $\delta x_j$  si indica una serie di differenziali cogredienti ai  $dx_j$ .

Se consideriamo, invece della forma differenziale quadratica, la forma completa di 2° ordine:

$$(3) \quad \sum_i X_i d^2 x_i + \sum_{ij} X_{ij} dx_i dx_j,$$

è facile verificare che è covariante l'espressione

$$(4) \quad \sum_i X_i \delta d x_i + \sum_{ij} X_{ij} dx_i \delta x_j$$

formata anch'essa mediante i due simboli differenziali  $d$  e  $\delta$ ; scambiando