

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIV.

1907

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVI.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1907

Fisica. — *Esperienze illustrative per la teoria del Volterra su l'equilibrio dei corpi elastici più volte connessi* (1). Nota di LUIGI ROLLA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. Il Volterra ha recentemente pubblicati in questi Rendiconti i risultati da lui ottenuti su l'equilibrio dei corpi elastici più volte connessi (2). Io mi sono proposto di ricercare un metodo, che ne fornisse una verifica, adatta, per quanto è possibile, alle dimostrazioni dei corsi. Dopo vari tentativi mi sono deciso per un procedimento ottico, fondato su la doppia rifrazione accidentale, che le deformazioni provocano in un corpo isotropo.

Il corpo scelto fu la gelatina (3) e il metodo è suggerito dalle ricerche teoriche del Voigt.

Il Voigt ha dimostrato (4) che, se ad un solido precedentemente isotropo, si danno tre dilatazioni α , β , γ secondo gli assi, gli indici principali di rifrazione n_x , n_y , n_z (relativi alla propagazione di forze elettriche parallele ad x , y e z rispettivamente) si possono calcolare con le formule:

$$(1) \begin{cases} n_x^2 = 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p\alpha + p'\beta + p'\gamma) T^2 - m} , \\ n_y^2 = 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p'\alpha + p\beta + p'\gamma) T^2 - m} , \\ n_z^2 = 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p'\alpha + p'\beta + p\gamma) T^2 - m} ; \end{cases}$$

in queste, T è il periodo delle onde trasmesse, e le N , e , k , m , p e p' sono costanti del mezzo.

Poste

$$\alpha = \beta = \gamma = 0$$

risulta

$$(2) \quad n^2 = 1 + 4\pi T^2 \frac{Ne^2}{kT^2 - m}$$

valore dell'indice prima della deformazione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Genova.

(2) V. Volterra. (Rend. R. Acc. Lincei, serie V, vol. XIV, 127, 193, 351, 431, 641; XV, 519 e Nuovo Cimento, serie V, tomo X, pag. 361; tomo XI, 5, 144, 205, 338).

(3) La gelatina pareva particolarmente indicata per la cospicuità della rifrazione accidentale; si veda in proposito W. König, *Einige Bemerkungen über die Beziehung zwischen künstlicher Doppelbrechung und Elasticität* (Boltzmann's Festschrift. Leipzig, Barth, 1904, pag. 832).

(4) W. Voigt, *Beiträge zur Elektronentheorie des Lichtes* (Ann. der Physik (4), VI, 459, 1901).

Ciò posto, è facile vedere che, ove si ammettano trascurabili i termini di secondo grado nelle α , β e γ , e si tenga conto delle (2), le (1) potranno mettersi sotto la forma

$$\left\{ \begin{array}{l} n_x^2 = n^2 + A\alpha + B\beta + B\gamma \\ n_y^2 = n^2 + B\alpha + A\beta + B\gamma \\ n_z^2 = n^2 + B\alpha + B\beta + A\gamma, \end{array} \right.$$

dalle quali segue subito, nelle stesse ipotesi,

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} n_x = n + a\alpha + b\beta + b\gamma \\ n_y = n + b\alpha + a\beta + b\gamma \\ n_z = n + b\alpha + b\beta + a\gamma, \end{array} \right.$$

con a , b , c costanti.

Supponiamo adesso che la luce proceda secondo l'asse della x , attraversando normalmente una lastra a facce piane e parallele; la differenza di fase, che illumina il campo fra i due Nicol incrociati, sarà data per la (3) da

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= K(n_y - n_z) \\ &= K(a - b)(\beta - \gamma) \\ &= H(\beta - \gamma), \end{aligned}$$

o, se la deformazione avviene solamente secondo la z , da

$$\mathcal{A} = -H\gamma;$$

la \mathcal{A} cambia dunque di segno insieme con la γ . Questa proprietà è del resto notissima. Ne abbiamo voluto dare qui una deduzione dalle formule del Voigt. Secondo la teoria se si interpongono sul cammino della luce due lastre uguali in tutto, delle quali una sia un poco stirata, e l'altra compressa d'altrettanto, il campo deve rimanere oscuro.

2. Preparavo la gelatina, diluendo, a bagno maria, circa cinquanta grammi di colla di pesce in fogli, in trecento centimetri cubici di acqua. Chiarificato il liquido ottenuto, mediante albume di uovo, a più di cento gradi, filtravo alla pompa. Il prodotto è limpido e gelatinizza anche a trenta centigradi.

Per prima cosa ho cercato di verificare la compensazione degli effetti ottici, per due lastre del medesimo spessore, compressa l'una, e l'altra stirata in eguale misura. E questo fu fatto assai semplicemente con due apparecchi, uno dei quali è rappresentato dalla figura 1.

È costituito da due pezzetti di legno attaccati a due liste di ottone, di cui una è fissa, e l'altra può scorrere su due sostegni pure di ottone. La vite, in quello superiore, è fissata, dimodochè esso si abbassa e si alza, girandola in un senso o nell'altro.

Se ora, alle due liste di legno, saldiamo un parallelepipedo di gelatina, questo verrà stirato o compresso di una stessa quantità, girando la vite di uno stesso numero di giri.

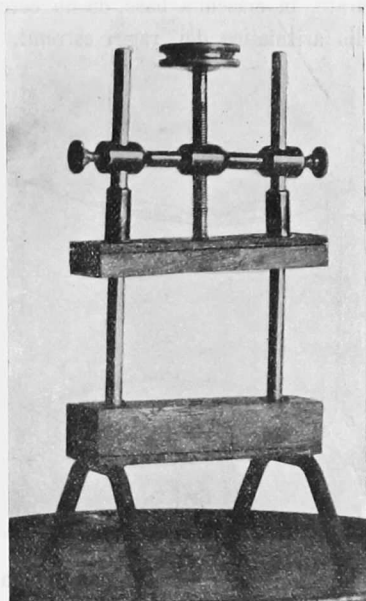


FIG. 1.

Mettiamo ora due apparecchi così fatti, eguali, uno di fronte all'altro, ed osserviamo, a Nicol incrociati, la luce monocromatica che attraversa due parallelepipedi di gelatina di due centimetri di larghezza, cinque di altezza e cinque di lunghezza. Nello stato iniziale se ne riconosce molto bene l'isotropia. Girando di un mezzo giro la vite di uno degli apparecchi nel senso delle lancette di un orologio, compare evidentissima la doppia rifrazione, la quale rimane esattamente compensata per un mezzo giro, eseguito in senso opposto, dalla vite dell'altro apparecchio.

E così si verifica la conseguenza dedotta dalla formula

$$A = -H\gamma$$

e si ottiene nello stesso tempo un mezzo, per riconoscere se in un blocco

di gelatina deformato secondo la s , sia avvenuta una distensione o una compressione.

Resta a vedersi come il metodo si possa applicare allo studio dei fenomeni del Volterra.

3. Ricorderò all'uopo che, secondo i calcoli di questo A., se in un cilindro cavo di rivoluzione si opera un taglio radiale, e poi se ne congiungono le facce, si provoca una deformazione elastica tale che, mantenendo le basi piane e alla primitiva distanza, si ottiene una regione tesa e una regione compressa, separate, in ciascuna base, da un cerchio; e questo cerchio ha per raggio la media aritmetica dei raggi estremi, a meno di quantità del secondo ordine.

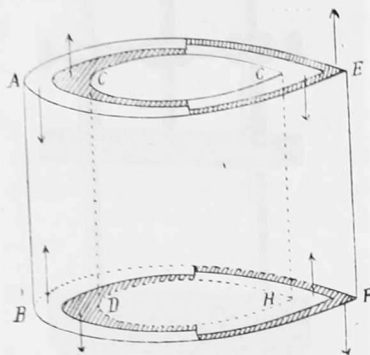


FIG. 2

Facendo invece, in un cilindro cavo, un taglio uniforme, ossia a facce parallele, e saldandole poi, la deformazione elastica che si produce è diversa dalla precedente, e tale che, senza lo sviluppo della teoria, non potrebbe certamente essere prevista.

Si distinguono, in questo caso, tenendo le basi piane e alla primitiva distanza, quattro zone, rispettivamente dilatate e compresse, non simmetriche per rapporto all'asse del cilindro.

Nella figura 2, come nella Memoria del Volterra da cui è tolta, le regioni tese sono quelle chiare, e le compresse sono quelle scure.

Di più, vi è una linea neutra.

Lasciando libere le basi, in virtù delle deformazioni del cilindro, esse dovranno assumere degli aspetti particolari, assai differenti nei due casi. Infatti, per ciò che è detto innanzi, nel caso del taglio radiale, « il corpo non conserva la forma cilindrica, ma l'orlo interno delle due basi si rigonfia sollevandosi, si contorce invece l'orlo esterno e si forma un restringimento nella parte media del cilindro ».

Dopo un taglio uniforme, invece, il cilindro viene ad assumere una forma particolare data dal fatto che l'orlo interno in C dovrà rialzarsi (fig. 2) e abbassarsi in D, mentre si abbasserà l'orlo interno in A, e si solleverà in B.

Con cilindri cavi di caoutchouck poterono essere misurate le deformazioni delle basi, e i dati dell'esperienza concordano pienamente con quelli della teoria.

4. Il metodo ottico permette a sua volta di stabilire il confronto, ma in condizioni più simili alla ipotesi del calcolo.

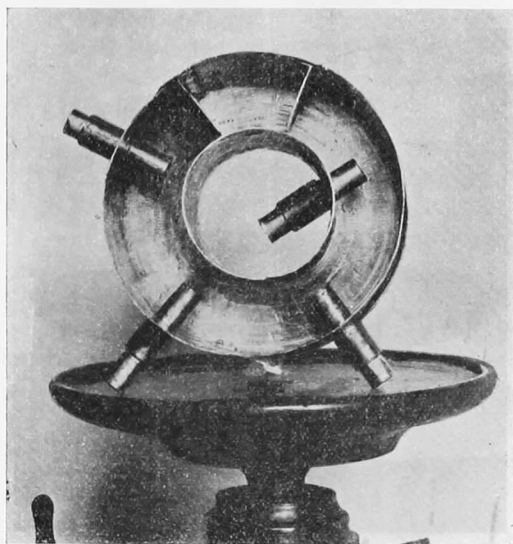


FIG. 3.

La gelatina fu versata dapprima in una forma cilindrica di latta (alta sei centimetri, il cui raggio esterno è di cinque centimetri, e quello interno di due), la quale ha un setto radiale di circa cinquantasei gradi, ed è munita di quattro cilindretti di ottone, mobili, disposti in modo, da poter ottenere nel cilindro di gelatina solidificata, quattro fori che arrivino tutti alla metà del suo spessore. Tre di questi fori debbono rimanere dalla parte esterna e uno da quella interna (fig. 3).

La posizione e la direzione dei fori, è calcolata in modo, che, saldate le facce della fenditura ⁽¹⁾, ne rimangono due degli esterni in linea retta, e il terzo corrisponde a quello interno.

⁽¹⁾ Per fare la saldatura, si spalmano le facce del taglio con un po' di gelatina fusa, e poi si tengono aderenti, con un mezzo qualunque, per esempio, appoggiandovi qualche oggetto, finchè questa non sia solidificata. Ciò avviene rapidamente, data la grande viscosità della gelatina preparata col metodo del § 2.

Alle basi del cilindro, saldata la fessura, si vedono chiaramente le deformazioni del Volterra (fig. 4).

Se ora si saldano con cura le due basi, per tutta la loro superficie, a due piatti di legno, in modo che esse rimangano piane e alla primitiva distanza, debbono riuscire manifesti i fenomeni di doppia rifrazione accidentale.

Infatti, a luce rossa, fra due nicol incrociati, si osserva facilmente che la luce, attraverso ai due fori esterni, non si spegna, nè ha un minimo di



FIG. 4.

intensità. Attraverso ad un foro esterno e a quello interno, invece, la gelatina mostra di essere isotropa. Sfondando uno dei fori, ossia osservando col l'analizzatore la luce polarizzata, attraverso ad un solo foro, ritorna la birifrangenza.

Questo va esattamente d'accordo con la teoria. Infatti le due zone rispettivamente compresse e dilatate sono simmetriche rispetto all'asse del cilindro cavo, e separate da un cilindro coassiale avente per raggio la media aritmetica dei raggi estremi di quello primitivo. La natura poi della deformazione si può riconoscere col metodo del § 2, e si mostra in ogni caso conforme a quella preveduta.

5. Completamente simile è l'esperienza nel caso del taglio uniforme, sebbene diversi i risultati. La forma (fig. 5) possiede un setto di sei centimetri, e quattro cilindretti disposti in modo analogo al caso precedente.

Saldate le facce della fenditura, il cilindro assume la forma rappresentata dalla fig. 6.

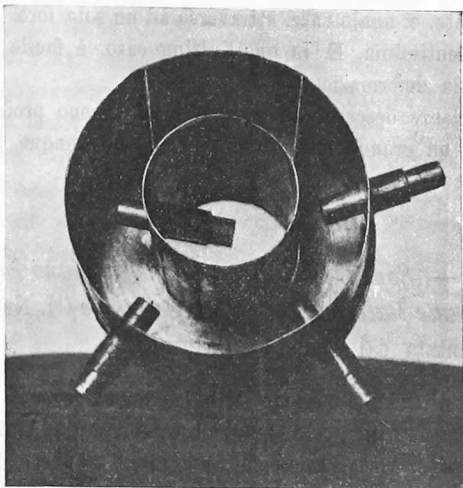


FIG. 5.

. La distribuzione delle tensioni e delle compressioni si deduce subito saldando le basi ai due pezzi di legno, come nel caso precedente, ed osser-



FIG. 6.

vando con un nicol la luce polarizzata che attraversa le varie regioni del cilindro.

Osservando attraverso ai fori esterni, la gelatina si mostra isotropa, attraverso ad uno esterno e all'altro interno, essa mostra di essere in sommo grado birifrangente, e, finalmente, attraverso ad un solo foro, la birifrangenza si mantiene evidentissima. E, in quest'ultimo caso, è facile di nuovo stabilire il segno della deformazione.

6. Le esperienze descritte in questa Nota possono proiettarsi, per renderle visibili ad un grande uditorio, e convengono dunque bene alle dimostrazioni della scuola.

Geologia. — *Sopra l'esistenza del Devoniano inferiore fossilifero nel versante italiano delle Alpi Carniche* ⁽¹⁾. Nota di MICHELE GORTANI presentata dal Socio G. CAPELLINI.

I terreni fossiliferi del periodo devonico finora scoperti nell'Italia continentale appartengono tutti alla maggior catena delle Alpi Carniche. Ma, non ostante questa loro scarsezza, che aumenta l'interesse della loro fauna singolare, i geologi nostri ne hanno trascurato quasi affatto lo studio: studio che i risultati conseguiti dal Frech ⁽²⁾ nel versante carinziano della catena bastavano a far giudicare proficuo.

In base alle scoperte paleontologiche fatte nel versante austriaco e alle sue idee sulla tettonica della regione, il Frech ammise bensì nella Carnia la presenza di terreni neo e mesodevonici, ma non segnalò alcun giacimento fossilifero del Devoniano inferiore. E a questo livello non si può ascrivere con sicurezza nessuno dei fossili che il De Angelis ⁽³⁾ studiò nel 1899 e nel 1901, e che sono i soli del nostro versante fino ad oggi illustrati.

Il De Angelis concluse, è vero, affermando la presenza dell'Eodevonico fossilifero nelle pendici meridionali della più alta giojaia carnica, fra le casere Monumènz e Val di Collina. Ma tale asserzione non si basava che sulla presenza di tre specie, *Tornoceras inexpectatum* Frech, *Cyphaspis sp.* e *Gosseletia cfr. distincta* Foll., delle quali la prima, come dimostrò il Geyer ⁽⁴⁾ appartiene a un livello neosiluriano, la seconda non può avere serio valore, e la terza, oltre al non essere determinata con sicurezza, fu

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel R. Istituto geologico di Bologna.

⁽²⁾ F. Frech, *Die Karnischen Alpen*. Halle, 1894. In questo lavoro l'A. riassume anche le due memorie precedenti, pubblicate nella Zeitschr. d. Deut. geol. Ges. fra il 1888 e il 1894.

⁽³⁾ G. De Agelis d'Ossat, *Seconda e Terza contribuzione allo studio della fauna fossile paleozoica delle Alpi Carniche*. Mem. R. Acc. Lincei, ser. 5, vol. III e IV. Roma, 1899 e 1901.

⁽⁴⁾ G. Geyer, *Bericht über die Exkursion in die Karnischen Alpen*. C. R. IX Congr. géol. intern., vol. II, pag. 886. Vienna, 1904.