

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIV.

1907

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVI.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1907

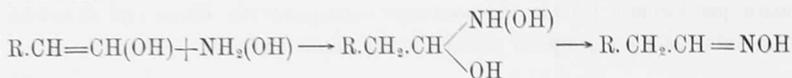
Solamente queste sostanze reagiscono con la biossiammoniaca, mentre invece non lo fanno i composti ossimetilenici e le ossime:



Nel caso delle vere aldeidi, la formazione di ossime (ed idrazoni) avviene per addizione dell'idrossilammina al doppio legame fra carbonio ed ossigeno:



Nei composti ossimetilenici avverrebbe al doppio legame fra carbonio e carbonio:



Continueremo queste ricerche.

**Matematica.** — *Sopra le superficie algebriche che hanno le coordinate del punto generico esprimibili con funzioni meromorfe quadruplamente periodiche di due parametri.* Nota di G. BAGNERA e M. DE FRANCHIS, presentata dal Corrispondente ENRIQUES.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

**Geografia fisica.** — *Teoria elastica delle dislocazioni tectoniche.* Nota di L. DE MARCHI, presentata dal Corrisp. T. LEVI-CIVITA.

1. Scopo della presente e di una successiva Comunicazione è dimostrare che gli spostamenti elastici, prodotti negli strati terrestri dal continuo trasporto di materiale da zone di degradazione continentale a zone di sedimentazione oceanica, bastano a spiegare le linee generali del rilievo terrestre, e i caratteri fondamentali dei corrugamenti orogenetici. La crosta terrestre è supposta fino a una certa profondità omogenea, isotropa e perfettamente elastica, cosicchè i *coefficienti d'elasticità* si possano considerare come costanti: ciò non è vero, perchè gli strati presentano evidentemente una resistenza molto diversa, e perchè le misure di Nagaoka e Kusakabe hanno dimostrato che la maggior parte delle rocce anche per piccole flessioni e torsioni non obbediscono alla legge di Hooke <sup>(1)</sup> e alcune anzi presentano una deforma-

<sup>(1)</sup> Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages, n.° 4, 14, 17.

zione progressiva sotto una forza costante, comportandosi come sostanze fortemente vischiose, a somiglianza del ghiaccio. Della prima circostanza, che non si può esprimere analiticamente, si terrà conto nello studio dei corrugamenti minori; la seconda non può avere altra conseguenza che di esagerare gli spostamenti e gli scorrimenti relativi delle masse deformate, dando più facile ragione di corrugamenti assai complicati, che sembrano in contraddizione colla rigidità apparente delle rocce. Lo stesso dicasi dell'effetto delle alte temperature profonde che debbono diminuire sensibilmente i coefficienti di elasticità e rendere quindi più plastica la roccia.

Lo studio si fonda sulle classiche ricerche di Cerruti e Boussinesq sulla deformazione dei suoli elastici; io mi son valso della esposizione fattane dal Cesáro nella sua *Introduzione alla teoria matematica della Elasticità* (1). Considero la superficie di un suolo piano soggetto a *pressioni* normali nei punti di sedimentazione, e a *trazioni* pure normali nei punti di degradazione, dai quali cioè è levata una massa di materiale, pressioni e trazioni misurate dal peso della massa depositata o levata, e studio gli spostamenti prodotti da queste forze alla superficie e in profondità. Mi limito al caso di forze normali distribuite lungo striscie sottili e parallele, dal quale, come vedremo, si possono indurre risultati più generali rispondenti a condizioni naturali.

2. Cominciamo dal caso più semplice: di una pressione esercitata lungo una striscia abbastanza lunga da potersi ammettere, per gli effetti prodotti a grande distanza dagli estremi, come infinita.

Dalle equazioni generali (2) si ricava che le componenti dello spostamento secondo l'asse delle  $z$  dirette verticalmente verso il basso, e secondo l'asse delle  $x$ , situato sulla superficie normalmente alla striscia sollecitata e quando l'origine sia in un punto mediano di questa striscia, sono

$$(1) \quad \begin{cases} w = \frac{pA}{2\pi B(A-B)} \log \frac{1}{\varrho} + \frac{ps^2}{2\pi B} \frac{1}{\varrho^2} + w_0 \\ u = -\frac{p}{2\pi(A-B)} \arctang \frac{x}{s} + \frac{pxz}{2\pi B} \frac{1}{\varrho^2} + u_0 \end{cases}$$

dove

$$p = \int_{-s}^s p_x dx$$

(1) Torino, Bocca, 1894, cap. XIV, pag. 115 seg.

(2) Cesáro, loc. cit., pp. 125-126. Nelle equazioni (9) e (10)  $L, M, \mathfrak{L}, \mathfrak{M}$  sono nulle,  $N = \int_y p \log(z+r) dy$ ,  $\mathfrak{N} = \int_y p(z \log(z+r) - r) dy$ . Si calcolano questi integrali per un segmento finito di lunghezza  $2h$  e poi si passa al limite determinando opportunamente la costante. Le formule (1) si possono dedurre anche per integrazione delle formole che esprimono lo spostamento per il caso di una pressione ridotta a un punto (Cesáro, pag. 127). Il calcolo delle (1) fu eseguito dal prof. Levi Civita, che vivamente ringrazio.

essendo  $p_x$  la pressione per unità di lunghezza della striscia in un punto qualunque  $x$  della sua sezione normale, di larghezza piccolissima  $2s$ .

$\rho$  è il raggio vettore,  $\sqrt{x^2 + s^2}$ , del punto generico nel piano  $x, s$ .

$u_0, w_0$  sono due costanti.

A, B sono le due costanti di isotropia. Se con  $E$  indichiamo il modulo di Young, e con  $\mu$  il coefficiente di Poisson, queste costanti sono definite da

$$A = \frac{(1 - \mu) E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad B = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Per determinare le costanti  $u_0, w_0$  dobbiamo ricordare che oltre le condizioni dell'equilibrio elastico debbono essere soddisfatte quelle dell'equilibrio rigido. Queste condizioni non sono verificate nel caso di una pressione esercitata su una retta infinita, se non si ammette che altre forze contrarie operino in altri punti del piano, forze che, se non appaiono operanti al finito, dovremo supporre operanti all'infinito. Il supposto più semplice nel caso nostro è di ammettere due trazioni, ciascuna di grandezza  $\frac{1}{2}p$ , applicate

alle due rette all'infinito, dal lato positivo e dal lato negativo, con che le risultanti delle forze e delle coppie sono nulle. Le  $u_0, w_0$  debbono rappresentare le componenti dello spostamento elastico indotto da queste due forze.

Per determinarle consideriamo il caso, che ha pure un significato concreto, che le trazioni siano esercitate su due rette al finito, parallele alla striscia e di ascisse  $+c$  e  $-c$ . Indicando con  $\rho_1, \rho_2$  le distanze di un punto nel piano  $x, s$  dalle due rette stesse, cioè

$$\rho_1 = \sqrt{s^2 + (x - c)^2}, \quad \rho_2 = \sqrt{s^2 + (x + c)^2},$$

e tenendo conto che lo spostamento totale è la somma degli spostamenti parziali rispondenti alle singole forze sarà

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} w &= \frac{pA}{2\pi B(A - B)} \left[ \log \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{\rho} \right] + \frac{ps^2}{2\pi B} \left[ \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} \right) \right] + W \\ u &= -\frac{p}{2\pi(A - B)} \left[ \arctang \frac{x}{s} - \frac{1}{2} \left( \arctg \frac{x - c}{s} + \arctg \frac{x + c}{s} \right) \right] + \\ &\quad + \frac{ps}{2\pi B} \left[ \frac{x}{\rho^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{x - c}{\rho_1^2} + \frac{x + c}{\rho_2^2} \right) \right] + U. \end{aligned} \right.$$

dove U, W sono due costanti. Se vogliamo che  $w$  rimanga finita anche col crescere indefinitamente di  $c$ , basterà porre

$$W = -\frac{pA}{2\pi B(A - B)} \log c$$

poichè, col crescere indefinitamente di  $c$ ,  $\frac{1}{\rho_1^2}$  e  $\frac{1}{\rho_2^2}$  tendono a 0 e  $\log \sqrt{\rho_1 \rho_2}$

tende a  $\log c$ . Si ha quindi nel caso di tre rette al finito sollecitate nel modo indicato

$$(3) \quad w = \frac{pA}{2\pi B(A-B)} \left[ \log \frac{\sqrt{e_1 e_2}}{c\rho} \right] + \frac{pz^2}{2\pi B} \left[ \frac{1}{e^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} \right) \right]$$

e nel caso di una sola retta al finito ( $e_1, e_2$  e  $c$  tendenti all'infinito)

$$(4) \quad w = \frac{pA}{2\pi B(A-B)} \log \frac{1}{\rho} + \frac{pz^2}{2\pi B} \frac{1}{e^2}$$

cioè la  $w_0$  è nulla.

Per  $c$  tendente all'infinito

$$\lim \arctan \frac{x-c}{z} = -\frac{\pi}{2}; \quad \lim \arctan \frac{x+c}{z} = \frac{\pi}{2}; \quad \lim \left( \frac{x-c}{e_1^2} + \frac{x+c}{e_2^2} \right) = 0.$$

Inoltre per la simmetria del sistema è evidente che sull'asse delle  $z$  dev'essere  $u=0$ ; perciò dev'essere  $U=0$  e quindi anche  $u_0=0$ . Si ha quindi

$$(5) \quad u = -\frac{p}{2\pi(A-B)} \arctan \frac{x}{z} + \frac{pxz}{2\pi B} \frac{1}{e^2}.$$

Dal caso di tre rette si può passare per limite anche a quello di due sole rette sollecitate da pressioni eguali e contrarie. Immaginiamo infatti che una delle rette (p. es. la  $x=-c$ ) si allontani, e nello stesso tempo diminuisca la pressione o trazione su di essa, mentre aumenta di altrettanto la pressione sulla retta  $x=+c$ , cosicchè sia sempre  $p_1+p_2=p$ , e che la legge secondo la quale la retta si allontana sia tale che in ogni posizione sia verificata la relazione  $p_1 c = p_2 c_1$ . Allora le condizioni dell'equilibrio rigido sono sempre soddisfatte e in ogni posizione si avranno, invece delle (2), le

$$w = \frac{A}{2\pi B(A-A)} \left[ p \log \frac{1}{\rho} - (p-p_1) \log \frac{1}{\rho_1} - p_1 \log \frac{1}{\rho_2} \right] + \\ + \frac{z^2}{2\pi B} \left[ \frac{p}{e^2} - \frac{p-p_1}{e_1^2} - \frac{p_1}{e_2^2} \right] + W \\ u = -\frac{1}{2\pi(A-B)} \left[ p \arctan \frac{x}{z} - (p-p_1) \arctan \frac{x-c}{z} - p_1 \arctan \frac{x+c_1}{z} \right] + \\ + \frac{z}{2\pi B} \left[ \frac{px}{e^2} - \frac{(p-p_1)(x-c)}{e_1^2} - \frac{p_1(x+c_1)}{e_2^2} \right] + U.$$

Per  $c_1$  tendente all'infinito  $p_1$  tende a 0 come  $\frac{1}{c_1}$ , cioè più rapidamente di quello che tenda all'infinito  $\log \frac{1}{e_2}$  che per  $c_1$  grandissimo è eguale a

$\log \frac{1}{c_1}$ ; l'altro termine contenente  $p_1$  nella  $w$  tende rapidamente a 0. Perchè  $w$  si mantenga finita anche per  $c$  molto grande basta porre

$$W = -\frac{pA}{2\pi B(A-B)} \log c.$$

Analogamente nella formola per  $u$  i termini in  $p_1$  tendono a 0. Inoltre per ragioni di simmetria sulla retta mediana  $x = \frac{c}{2}$  la  $u$  dev' essere la somma di due spostamenti eguali, dovuta a forze eguali e contrarie situate a eguale distanza su lati opposti; perchè ciò sia dev' essere  $U = 0$ . Abbiamo quindi per il caso di due strisce parallele, situate alla distanza  $c$ , e sollecitate da forze eguali e contrarie,

$$(5') \quad \left\{ \begin{aligned} w &= \frac{pB}{2\pi B(A-B)} \log \frac{e_1}{c} - \frac{ps^2}{2\pi B} \left[ \frac{1}{e_s} - \frac{1}{e_1^2} \right] \\ u &= -\frac{p}{2\pi(A-B)} \left[ \arctan \frac{x}{s} - \arctan \frac{x-c}{s} \right] + \frac{ps}{2\pi B} \left[ \frac{x}{e^2} - \frac{x-c}{e_1^2} \right]. \end{aligned} \right.$$

Si comprende come la supposizione di un numero qualunque di strisce di sollecitazione, in cui le pressioni e le distanze relative soddisfacciano alle condizioni dell'equilibrio rigido, debba condurre a formole eguali, con un corrispondente numero di termini.

3. Dalle formole per gli spostamenti si passa facilmente a quelle per la dilatazione e per le componenti della tensione. Per il caso di una sola retta, indicando con  $\theta$  la dilatazione e con  $t_{11} t_{33} t_{13}$  le componenti della tensione nel piano  $xz$ , è

$$(6) \quad \theta = -\frac{ps}{\pi(A-B)} \frac{1}{e^2}$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} t_{11} &= -(A-2B)\theta - 2B \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2px^2s}{\pi e^4} \\ t_{33} &= -(A-2B)\theta - 2B \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2ps^3}{\pi e^4} \\ t_{13} &= -B \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{2pxs^2}{\pi e^4}. \end{aligned} \right.$$

Le (7) dicono che in questo caso, e quindi anche nel caso di un numero qualunque di rette sollecitate, in cui si avrebbe un corrispondente numero di termini analoghi, le tensioni sono indipendenti dalle proprietà elastiche del corpo, e che quindi si trasmettono in una massa eterogenea

come in una massa omogenea, cioè senza discontinuità sulle superficie di contatto di materiali diversi (1).

Sulla superficie, in tutti i punti dell'asse delle  $x$  fuori della striscia sollecitante, è  $t_{11} = t_{33} = t_{13} = 0$ . Per calcolare il valore che assumono le tre tensioni nell'intorno della striscia sollecitante basta calcolare il valore totale della tensione stessa su una retta indefinita parallela all'asse delle  $x$ . Indicando con  $\omega$  l'angolo che il raggio vettore di un punto qualsiasi della retta fa coll'asse delle  $z$ , queste tensioni totali sono rispettivamente

$$\frac{2p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^2 \omega \, d\omega = p \quad , \quad \frac{2p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \omega \, d\omega = p \quad , \quad \frac{2p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{sen} \omega \cos \omega \, d\omega = 0 .$$

Questi valori sono indipendenti dalla posizione della retta, e valgono in particolare per  $z = 0$ , e poichè  $t_{11}$   $t_{33}$  sono nulle in tutti i punti dell'asse delle  $x$  fuori dalla striscia, dovrà essere, per  $z = 0$ ,

$$\int_{-e}^{+e} t_{11} \, dx = p \quad \int_{-e}^{+e} t_{33} \, dx = p \quad t_{13} = 0 .$$

Nell'immediato intorno della striscia la pressione esterna suscita una tensione eguale in tutte le direzioni nel piano  $xz$ . Le condizioni alla superficie sono quindi soddisfatte. È facile verificare che lo stesso si verifichebbe anche nel caso generale.

Nel caso di una sola retta le componenti della tensione non possono annullarsi che alla superficie; ma già nel caso di due abbiamo una distribuzione di tensioni assai più complessa. Allora abbiamo

$$t_{11} = \frac{2pz}{\pi} \left( \frac{x^2}{\varrho^2} - \frac{(x-1)^2}{\varrho_1^2} \right) = \frac{4p}{\pi \varrho^4 \varrho^4} z \left( x - \frac{1}{2} \right) (z^2 - x^2 + x) (z^2 + x^2 - x)$$

dove si è posto  $e = 1$ . La  $t_{11}$  si annulla quindi: 1° sull'asse delle  $x$ ; 2° sulla mediana  $x = \frac{1}{2}$ ; 3° nei due rami dell'iperbole equilatera  $z^2 - x^2 + x = 0$  avente il centro nel punto  $x = \frac{1}{2}$  sull'asse delle  $z$  e i vertici nei due punti sollecitati; 4° nel semicerchio costruito sul segmento dell'asse delle  $x$  fra i punti stessi.

Poichè per  $x < \frac{1}{2}$  e  $z$  piccolissimo  $t_{11} > 0$ , e poichè questi rami di curva  $t_{11} = 0$  dividono le regioni ove la  $t_{11}$  è positiva da quelle dove è negativa, le tensioni sono distribuite come nella figura 1. In vicinanza della superficie, entro il semicerchio fra le zone di sollecitazione, la roccia è compressa, come pure lungo i due rami d'iperbola; mentre lungo la mediana negli strati profondi e lungo la semicirconferenza la roccia è stirata da ten-

(1) Vedi anche Boussinesq, *Applications des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, pp. 75, 106.

sioni opposte. Lungo queste linee sono quindi più facili le fratture.

La

$$t_{33} = \frac{2ps^3}{\pi} \left( \frac{1}{\varrho^4} - \frac{1}{\varrho_1^4} \right)$$

si annulla per  $s = 0$  e per  $\varrho = \varrho_1$ , ossia alla superficie (tranne nei punti di sollecitazione) e lungo la mediana. Per  $\varrho < \varrho_1$ , cioè dalla parte dove  $p > 0$

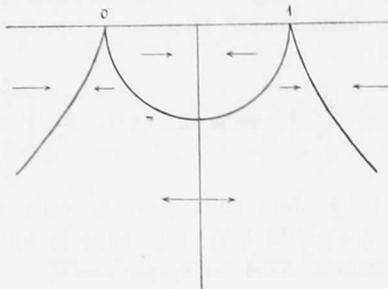


FIG. 1.

la  $t_{33}$  è positiva; dalla parte opposta è negativa. Lungo la mediana saranno quindi più facili le fratture con salto.

La

$$t_{13} = \frac{2ps^2}{\pi} \left( \frac{x}{\varrho^4} - \frac{x-1}{\varrho_1^4} \right)$$

si annulla sull'asse delle  $x (s=0)$  e sulla curva del 4° ordine

$$s^4 + x(1-x) \{ 2s^2 + 3x^2 - 3x + 1 \} = 0$$

che passa per i punti sollecitati, e non ha altri punti nella zona compresa fra le verticali dei due punti stessi. Essendo l'equazione simmetrica rispetto ad  $x$  ed  $x-1$  la curva è pure simmetrica rispetto a questa zona mediana, e si spezza quindi in due rami che, staccandosi dai punti sollecitati, si allontanano dalla zona stessa, e dividono il piano in tre regioni; nella mediana  $t_{13} > 0$ , nelle esterne  $t_{13} < 0$ .

Quanto alla loro grandezza, si deve ritenere che queste tensioni conservano fino a grande profondità un valore che è una frazione non molto piccola, e talora è anche un multiplo, della  $p$ . Così p. es. per  $x=0$  e  $s = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$  sono rispettivamente

$$\begin{array}{llll} t_{11} = -\frac{1}{7}p & -\frac{1}{5}p & -\frac{1}{6}p & \text{circa} \\ t_{33} = \frac{8}{3}p & \frac{4}{3}p & \frac{1}{2}p & \text{"} \\ t_{13} = \frac{1}{28}p & \frac{1}{10}p & \frac{1}{8}p & \text{"} \end{array}$$

Se p. es.  $p = 500$  atm., equivalente al peso di 1000 m. di sedimento sotto 3000 m. d'acqua, e se la distanza  $c$  fra le due zone sollecitate è di 200 chilometri, a 50 chil. di profondità sotto la zona compressa si ha  $t_{11} = 71$  atm. cioè circa 710000 kg/mq e  $t_{33} = 1333$  atm. ossia circa 13 milioni di kg/mq.

4. Calcoliamo ora la direzione e la grandezza degli spostamenti e la dilatazione totale nel caso di una e di due rette sollecitate.

1° Caso. In base alla (4) la  $w$  si annulla lungo la linea

$$\frac{A}{A-B} \log \frac{1}{\rho} + \frac{z^2}{\rho^2} = 0$$

che taglia l'asse delle  $x$  nei punti  $x = \pm 1$  e l'asse delle  $z$  nel punto  $z = e^{\frac{A-B}{A}}$ , e che è tutta al finito. Essa divide la regione, attorno all'origine, dove lo spostamento verticale è positivo, cioè nella direzione della forza sollecitatrice, dalla regione circostante in cui lo spostamento è negativo.

Analogamente la  $u$  si annulla lungo la linea

$$\frac{1}{A-B} \omega - \frac{1}{2B} \sin 2\omega = 0$$

dove  $\omega = \arct \frac{x}{z}$  è l'angolo formato dal raggio vettore del punto coll'asse delle  $z$ . Questa curva non è altro che il sistema delle due rette uscenti dall'origine e inclinate dall'angolo  $\pm \omega$  sull'asse delle  $z$ , angolo che quando sia  $A = 4B$  ( $\mu = \frac{1}{3}$ ) è di  $65^{\circ}.17'$ . Nell'angolo  $2\omega$  chiuso da queste rette il moto è divergente dall'asse delle  $z$ ; fuori di quest'angolo, cioè in vicinanza del suolo, il moto è convergente. Si dimostra poi facilmente che

$$\int u ds = -\rho_0 \frac{p(A-4B)}{3\pi B(A-B)}$$

quando l'integrale sia esteso a una semicirconferenza di raggio  $\rho_0$  qualsiasi col centro nell'origine e col diametro sull'asse delle  $x$ . Ne deriva che

$\int u ds = 0$  quando  $A = 4B$ . In questo caso affluisce tanta materia verso l'asse pel moto convergente quanta ne effluisce pel moto divergente e la variazione di massa entro il semicerchio dipende solo dal moto verticale.

Questa variazione di massa è proporzionale alla dilatazione totale, ossia per la (6) a

$$\begin{aligned} \int \theta dS &= \frac{-p}{\pi(A-B)} \int \frac{z}{\rho^2} dS = \\ &= \frac{p}{\pi(A-B)} \int \frac{\partial}{\partial z} \log \frac{1}{\rho} dS = -\frac{p}{\pi(A-B)} \int \log \frac{1}{\rho} \cos(nz) ds \end{aligned}$$

dove l'ultimo integrale è esteso a tutto il contorno del semicerchio, formato dal diametro e dalla semicirconferenza, e dove  $(nx)$  è l'angolo della normale a questo contorno verso l'interno. Lungo il diametro è

$$\cos(nx) = 1 \quad \log \frac{1}{\rho} = \frac{2\pi B(A - B)}{pA} w$$

e, se poniamo che la circonferenza sia di raggio 1, che abbraccia tutta la cavità superficiale, su di essa è  $\log \frac{1}{\rho} = 0$ . Rimane quindi

$$\int \theta ds = - \frac{2B}{A} \int w dx.$$

Si ha quindi nel cerchio indicato una *condensazione* totale, misurata dalla frazione  $\frac{2B}{A}$  della cavità superficiale. Quando  $A = 4B$ , questa condensazione compensa per la metà del suo valore il difetto di massa rappresentato dalla cavità superficiale. Se questa è colmata d'acqua, la cui densità è circa  $\frac{1}{2}$  della densità delle rocce superficiali, il compenso sarà completo, cioè *la cavità prodotta sulla superficie non avrà effetto sensibile sulla gravità, cosicchè la superficie di livello rimarrà piana*. Se la cavità è colmata d'alluvioni, o se  $A < 4B$ , si avrà una correzione in eccesso al difetto di massa rappresentato dalla gravità, cioè un'*anomalia positiva*. Ciò risponde a un fatto ben noto in Geodesia.

2° Caso. Le (5), dove si ponga  $c = 1$ , ci dicono che sulla mediana ( $x = \frac{1}{2}$ ) sono  $w = 0$ ,  $t_{11} = t_{33} = 0$  e  $u = 2u^0$ ,  $t_{13} = 2t_{13}^0$ , dove  $w^0$ ,  $t_{13}^0$  indicano i valori di  $u$  e  $t_{13}$  nel 1° caso. La  $w$  si annulla, oltre che sulla mediana, sulla curva

$$\frac{A}{A - B} \log \frac{\rho_1}{\rho} + \frac{z^2}{B} \left( \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho_1^2} \right) = 0$$

la quale è tutta esterna alla zona compresa fra le verticali dei punti 0 e 1, perchè per valori di  $x$  compresi fra questi due estremi, i termini del primo membro sono ambedue positivi o ambedue negativi. La curva si spezza in due rami simmetrici rispetto alla zona stessa, e che non tagliano l'asse delle  $x$  se non all'infinito; sull'asse delle  $x$  non vi è quindi altro punto di spostamento verticale nullo oltre  $x = \frac{1}{2}$ .

Se calcoliamo la dilatazione totale per tutta la porzione di piano limitata dall'asse delle  $x$  e dalla mediana da una parte o dall'altra, abbiamo, come nel § precedente,

$$\int \theta ds = - \frac{2B}{A} \int w dx$$

e si può quindi ripetere la conclusione che esiste un compenso, almeno parziale (ma che può essere completato da condizioni superficiali), fra il difetto esterno di massa da un lato, e l'eccesso dall'altro lato della mediana, con una corrispondente condensazione o dilatazione profonda.

La  $u$  si annulla sulla superficie in tutti i punti esterni alla zona compresa fra le rette sollecitate; nella zona stessa è costante ed eguale a  $-\frac{A}{2(A-B)}$ , si ha cioè uno scorrimento traslatorio dalla retta soggetta a pressione verso la retta soggetta a trazione.

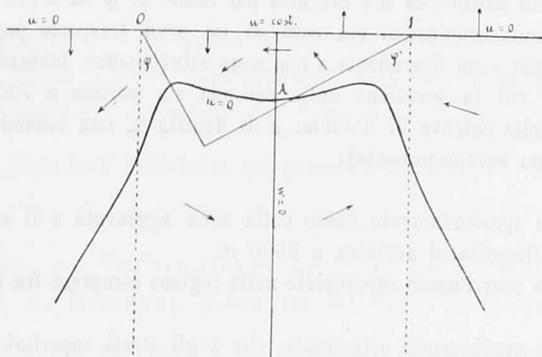


FIG. 2.

La  $u$  si annulla anche su una curva che si estende in profondità senza toccare l'asse delle  $x$  e che, costrutta per punti, si presenta come nella (figura 2). Essa interseca l'asse mediano nel punto A, dove anche  $w = 0$ . Questo punto è quindi un centro attorno al quale la massa ruota.

La  $u$  è positiva cioè da 0 a 1, nello spazio profondo chiuso da questa curva, negativa in tutto lo spazio esterno, compresa la zona presso la superficie. La  $w$  è positiva, cioè verso il basso, nella zona verso il punto 0, negativa, cioè verso l'alto, nella zona verso il punto 1: il senso della rotazione attorno al punto A è quindi quello indicato dalle frecce nella figura.

5. Le formole (5) si prestano facilmente al calcolo numerico. Ponendo per A e B i loro valori in termini di E e  $\mu$ , e ponendo  $\mu = \frac{1}{3}$  esse si riducono alla forma

$$810 \frac{E}{p} u = \left[ \frac{540}{\pi} \operatorname{sen} 2\varphi - 2\varphi \right] + \left[ \frac{540}{\pi} \operatorname{sen} 2\varphi' - 2\varphi' \right]$$

$$810 \frac{E}{p} w = \frac{540}{\pi} (6 \log \cos \varphi + \cos 2\varphi) - \frac{540}{\pi} (6 \log \cos \varphi' + \cos 2\varphi')$$

dove l'angolo  $\varphi$  è l'angolo  $\omega$  espresso in gradi, e dove si è passato dai loga-

ritmi naturali ai tavolari. Ponendo  $E = 9000 \text{ kg/mm}^2$  e  $p = 7.3 \text{ kg/mm}^2$ , ossia circa 700 atmosfere, il coefficiente di  $u$  e  $w$  è eguale a  $10^6$ . Se poniamo inoltre la distanza fra i punti 0 e 1 di  $1000 \text{ km} = 10^6 \text{ m}$ , e assumiamo per unità di lunghezza il metro, il coefficiente stesso diventa eguale a 1. Basta quindi calcolare i valori dei binomi  $\frac{540}{\pi} \sin 2\varphi - 2\varphi$ , e  $\frac{540}{\pi} (6 \log \cos \varphi + \cos 2\varphi)$  per valori diversi di  $\varphi$  per ottenere poi, per semplice somma o sottrazione, i valori di  $u$  e  $v$  per ogni coppia di valori di  $\varphi, \varphi'$ , cioè per ogni punto.

Da questo calcolo, da me eseguito per valori di  $\varphi$  di  $5^\circ$ , in  $5^\circ$  si ricavano le seguenti conclusioni nel caso di un gran trasporto progressivo di materia da una zona degradante a una zona alluvionante, lontane  $1000 \text{ km}$ , trasporto per cui la pressione sulla seconda sia portata a 700 atmosfere (sedimento della potenza di  $3500 \text{ m}$ . e di densità 2, non tenendo conto del peso dell'acqua sovrincombente):

a) Lo sprofondamento finale nella zona aggravata e il sollevamento nella zona alleggerita si avvicina a  $1500 \text{ m}$ .

b) Lo scorrimento superficiale nella regione compresa fra le due zone è di  $300 \text{ m}$ .

c) Lo spostamento orizzontale, che negli strati superiori è negativo, cioè nella direzione dalla zona che si eleva a quella che si sprofonda, e si conserva tale anche oltre queste due zone, è massimo, in ogni piano orizzontale, sulla intersezione di questo col piano mediano, ma presenta altri due massimi minori oltre le due zone sollecitate, in vicinanza di queste, l'una alquanto più al largo sotto la cavità, l'altra alquanto più internamente della sovraelevazione nel continente.

d) Nella regione fra le due zone questo spostamento orizzontale diminuisce colla profondità essendo massimo alla superficie; nelle due regioni esterne cresce colla profondità, essendo nullo alla superficie.

e) Lo spostamento verticale è in generale molto più accentuato dell'orizzontale, cosicchè uno strato inizialmente orizzontale tende a raddrizzarsi nella zona fra le rette sollecitanti, e poichè gli spostamenti verticali, positivo e negativo, sono massimi nei piani verticali di queste rette, avremo sotto la retta premuta una deformazione a sinclinale, e sotto la retta alleggerita un sollevamento ad anticlinale. Oltre la sinclinale lo spostamento verticale va diminuendo molto lentamente, cosicchè lo strato si sprofonda mantenendosi quasi parallelo a sè stesso; e lo stesso dicasi dello strato che si solleva al di là dell'anticlinale. Questo è vero in particolare della superficie, che si sprofonda oltre la sinclinale, e si eleva oltre l'anticlinale, mantenendosi piana e inclinandosi solo leggermente verso la sinclinale da un lato e dall'anticlinale verso l'esterno dall'altro.

f) Il centro di rotazione è alla profondità  $z = \frac{1}{2} \cot 65^\circ 17' = 0,23$ , che per la distanza di 1000 km. fra le due zone corrisponderebbe a 230 km.

Vedremo in altra comunicazione come da questo caso schematico si possa passare per semplice induzione a quello più generale di una regolare distribuzione di pressioni e trazioni fra due zone, e come il processo di deformazione così studiato possa dar ragione della formazione delle grandi geosinclinali e geoanticlinali, nonchè dei più caratteristici atteggiamenti dei corrugamenti minori.

**Petrografia.** — *Le rocce vulcaniche del territorio di Sassari e di Porto Torres (Sardegna).* Nota preliminare di FEDERICO MILLOSEVICH, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

**Chimica.** — *Sull'ossidazione dei composti cerosi a cerici* <sup>(1)</sup>.  
Nota di G. A. BARBIERI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Lo studio delle condizioni nelle quali i composti cerosi possono venir ossidati a cerici presenta notevole interesse specialmente dal punto di vista sistematico giacchè la principale obiezione <sup>(2)</sup> mossa contro la posizione attribuita da Mendeleeff al Cerio nel sistema periodico, si fonda sull'instabilità della forma  $CeX_4$ . Mendeleeff pose il Cerio nella prima metà del quarto gruppo tra il Zirconio e il Torio, elementi che hanno una sola forma di combinazione, la tetravalente. Il Cerio invece possiede una forma tetravalente instabile e una forma stabile trivalente. Anche Piccini <sup>(3)</sup> ammette che riguardo alla stabilità della forma superiore il Cerio non segna bene la transizione fra Zirconio e Torio.

A mio parere devesi però tener presente che il Cerio non occupa nella serie ottava un posto perfettamente analogo a quello occupato dal Zirconio nella sesta serie: il Zirconio ha per elementi vicini eterologhi l'Yttrio trivalente e il Niobio pentavalente: il Cerio invece si trova tra il Lantanio trivalente e il gruppo degli elementi delle terre rare tutti trivalenti. Inoltre non è esatto affermare in modo assoluto che i composti cerici sono instabili e che sono stabili i composti cerosi. Ciò che è veramente instabile è il jone cerico  $Ce^{IV}$

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica generale della L. Università di Ferrara.

<sup>(2)</sup> H. Biltz, Ber. 35, 566 (1902).

<sup>(3)</sup> Nuova Enciclopedia di Chimica di I. Guareschi, vol. I, pag. 354.