ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIV.

1907

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1907

e resta perciò esclusa per il diossietilene la formola che il Paternò aveva supposto.

Comunque sia queste esperienze sono sempre di una notevole importanza, perchè le proprietà ossoniche tanto nette e caratteristiche che manifesta uno degli atomi di ossigeno del diossietilene, in confronto a tutti gli altri corpi che sono stati studiati, sono del maggiore interesse e meritano di attirare l'attenzione dei chimici, tanto più che prima di ora la tetravalenza dell'ossigeno nei varî composti si era svelata rispetto agli acidi e mai rispetto al bromo o al jodio. L'argomento è meritevole di più attento studio, e noi continueremo le nostre ricerche, nella speranza che questa volta ne arriverà notizia al signor Faworski.

Geologia. — *I pretesi grandi fenomeni di carreggiamento della Sicilia.* Nota del Corrispondente GIOVANNI DI-STEFANO.

Fisica. — *La scintilla elettrica nel campo magnetico.* Nota preliminare del Corrispondente A. BATTELLI e di L. MAGRI.

Matematica. — *Il problema di Dirichlet considerato come limite di un ordinario problema di minimo.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Encore une observation sur les fonctions dérivées.* Nota di HENRI LEBESGUE, presentata dal Socio C. SEGRE.

Dans quatre Notes de ces Rendiconti [1] M. Beppo Levi s'est proposé, entre autres choses, de légitimer certains énoncés que j'ai donnés dans mes *Leçons sur l'Intégration et la recherche des fonctions primitives.* Dans la première de ces Notes M. Levi critiquait les raisonnements qui m'avaient conduit à ces énoncés ; j'ai répondu [2] en rétablissant quelques raisonnements intermédiaires, que j'avais cru pouvoir omettre, et en réparant une erreur par l'addition de *neuf* lignes à mon raisonnement primitif.

(1) Vol. 15, 1° semestre, 1906, pp. 433, 551 674 ; 2° semestre 1906, pag. 358.
(2) Vol. 15, 2° semestre 1906, pag. 3.

Dans la quatrième de ses Notes, M. Beppo Levi a bien voulu reproduire ces neuf lignes, mais il formule maintenant contre mon raisonnement une objection *entièrement nouvelle*. Et comme cette objection, si elle était fondée, frapperait de suspicion tous les énoncés que j'ai donnés concernant le passage d'un nombre dérivé à sa fonction primitive, la dérivation des intégrales indéfinies et la rectification des courbes on comprendra que, sans vouloir plus que M. Levi faire de la polémique, je tienne à défendre mes résultats. D'autant plus que le procédé qui m'y a conduit et que M. Beppo Levi met en question me paraît pouvoir être utile pour d'autres recherches et qu'en tous cas il m'a fourni des résultats, non encore publiés, généralisations de ceux dont il s'agit ici, concernant la dérivation seconde des intégrales doubles et la quadrature des surfaces.

Pour montrer nettement que *l'objection de M. Levi n'est nullement fondée*, je dois reprende la question : il s'agit, sous certaines conditions, de démontrer que la variation totale d'une fonction continue est l'intégrale de la valeur absolue de l'un de ses nombres dérivés. J'avais tout d'abord ramené la question à la démonstration de l'égalité des limites de deux séries infinies à termes positifs $\Sigma|l_i|\, m(e_i)$, $\Sigma|l_i|\, m(\mathrm{B}_i)$. Mon procédé primitif de comparaison fut trouvé, et avec raison, incorrect quand les nombres dérivés sont finis sans être bornés, mais, dans l'addition dont j'ai parlé, j'ai établi, pour tous les cas, l'inégalité

$$\sum{}'|l_n|\, m(e_n) - \varepsilon \leq \sum|l_n|\, m(\mathrm{B}_n) \leq \sum|l_i|\, m(e_n) + \varepsilon\,,$$

dans laquelle Σ' désigne une somme étendue aux K premiers termes et ε un nombre positif. K et ε sont arbitraires, indépendamment l'un de l'autre, l'égalité des limites est donc démontrée.

M. Beppo Levi, abandonnant cette question d'égalité de limites, se demande maintenant s'il est bien vrai que $\Sigma|l_n|\, m(\mathrm{B}_n)$ soit, comme je l'avais dit, une valeur approchée de la variation totale tendant uniformément vers cette variation quand ε tend vers zéro. *Cette objection est toute nouvelle* car elle infirmerait mon raisonnement, non seulement dans le cas où l'un des nombres dérivés n'est pas borné, mais même dans le cas où ces nombres seraient bornés ; et non seulement elle infirmerait mes raisonnements mais elle infirmerait aussi en grande partie ceux de M. Levi.

Je citerai entre guillemets les raisonnements de mon livre. Je m'excuse de me citer moi-même aussi souvent, mais on verra que j'avais répondu dans mon livre à toutes les critiques formulées à son sujet par M. Levi.

« Soit une fonction $f(x)$ bornée (¹) définie dans un intervalle positif fini $(a\,,b)$. Partageons $(a\,,b)$ à l'aide des points

$$a_0 = a \leq a_1 \leq a_2 \ldots \leq a_n = b\,;$$

(¹) « Il est d'ailleurs évident que toute fonction non bornée ne peut satisfaire aux définitions qui suivent ».

la somme

$$v = |f(a_1) - f(a_0)| + |f(a_2) - f(a_1)| + \dots + |f(a_n) - f(a_{n-1})|$$

est ce que l'on appelle la variation de $f(x)$ pour le système de points $a_0, a_1, \dots, a_n$. Si, quel que soit le système de points de division, v est bornée, la fonction est dite à *variation totale finie* ou, simplement, à *variation bornée*; la variation totale étant, par définition, la plus grande limite de v quand le maximum λ de la longueur des intervalles partiels employés tend vers zéro. Il est à remarquer que si, entre les points de division choisis, on intercale de nouveaux points, on augmente v ou, du moins, on ne le diminue pas; en intercalant ainsi indéfiniment de nouveaux points, de manière que λ tend vers zéro, on a une suite de nombres v tendant vers une limite, finie ou non, qui est au moins égale au nombre v dont on est parti. On peut donc dire que la variation totale de f est la limite supérieure de l'ensemble des nombres v (¹).....

« Pour les fonctions continues on a cette propriété: *la variation d'une fonction continue, relative à une division quelconque, tend uniformément vers la variation totale de cette fonction quand le maximum λ de la longueur des intervalles employés tend vers zéro.*

« Soient, en effet, deux suites de divisions $D_1, D_2 \dots$; $\Delta_1, \Delta_2, \dots$ pour lesquelles les λ tendent vers zéro, et soit λ_j la valeur de λ pour Δ_j. Le maximum de l'oscillation de $f(x)$ dans un intervalle d'étendue λ_j est un nombre ε_j qui tend vers zéro avec λ_j. Comparons les variations v_i, v'_j relatives à D_i et Δ_j.

« Les intervalles de Δ_j étant toujours partagés en deux classes, soient d' ceux qui ne contiennent aucun des points de division de D_i. Considérons tous ceux des d' qui sont entre x_i et x_{i+1}, ils couvrent un intervalle dont l'origine est entre x_i et $x_i + \lambda_j$ et dont l'extrémité est entre $x_{i+1} - \lambda_j$ et x_{i+1}.

Les valeurs de $f(x)$ pour cette origine et cette extrémité diffèrent de ε_j au plus des nombres $f(x_i)$, $f(x_{i+1})$. La contribution dans v'_j des intervalles considérés est donc au moins

$$|f(x_{i+1}) - f(x_i)| - 2\varepsilon_j$$

et la contribution de tous les d' dans v'_j est au moins égale à

$$\sum[|f(x_{i+1}) - f(x_i)| - 2\varepsilon_j] = v_i - 2n\,\varepsilon_j,$$

si les points de division de D_i sont en nombre n. On a, à plus forte raison,

$$v'_j \geqq v_i - 2n\,\varepsilon_j$$

et l'une quelconque des limites des v'_j est au moins égale à l'une quelconque des limites des v_i. Mais on peut permuter v'_j et v_i, donc les v'_j et les v_i tendent vers une même limite bien déterminée ».

(¹) « Et non plus la limite supérieure de la limite des nombres v ».

Ce que je viens de citer est tiré des pages 49-50, 52-53 de mon livre; M. Beppo Levi a donc raison de dire qu'à ces pages je suppose essentiellement que les divisions dont je m'occupe ne contiennent qu'un nombre fini de points. Qu'arrive-t-il quand elles en contiennent une infinité? Les propriété restent-elles vraies? se demande M. Levi.

Pour avoir la réponse à cette question il suffisait de tourner le feuillet et de lire, aux pages 54-55: « La variation v, pour la division D, a été définie seulement dans le cas où D ne contient qu'un nombre fini d'intervalles; pour la suite, il est utile d'étudier un cas où D comprend une infinité d'intervalles. C'est le cas où les points de division de D forment un ensemble réductible E; alors nous appellerons *variation* u, pour cette division, la somme de la série $\Sigma|f(x_i)-f(x_{i-1})|$, étendue à tous les intervalles (x_{i-1}, x_i) contigus [1] à E.

« Nous allons comparer l'ensemble des variations u qui viennent d'être définies à l'ensemble des variations v antérieurement définies.

« L'ensemble des u contient l'ensemble des v, donc la limite supérieure de l'ensemble des u est au moins égale à la limite supérieure de l'ensemble des v. Il suffira de démontrer que u est toujours inférieure à la variation totale pour qu'il soit prouvé que la limite supérieure des u est la variation totale V.

« Soit (α, β) un intervalle contigu à E'. Soient α_1 et β_1 deux points situés dans (α, β); la contribution de (α_1, β_1) dans u est au plus égale à celle qu'il fournit dans V, puisque E ne contient qu'un nombre fini de points dans (α_1, β_1). Faisons tendre α_1 et β_1 vers α et β, la proposition reste vraie et l'on trouve que (α, β) fournit dans V une contribution au moins égale à celle qu'il donne dans u [2].

« On prouvera de même que la proposition est vraie dans un intervalle contigu à E'' ou E''', ...; mais l'un des dérivés de E étant nul dans (a, b), la proposition est vraie pour (a, b).

« Ainsi les u peuvent remplacer les v.

« Lorsqu'il s'agit d'une fonction continue, le nombre u, comme le nombre v, tend uniformément vers la variation totale, quand le maximum λ de la longueur des intervalles contigus à E tend vers zéro ».

Par conséquent je n'ai pas négligé de regarder ce qui se passe quand les points de division sont en nombre infini. Il est vrai que la dernière pro-

(1) « Un intervalle (x_{i-1}, x_i) est dit contigu à un ensemble E s'il ne contient pas de points de E et si ses extrémités font partie de E ou de E'. La dénomination d'intervalle est due à M. R. Baire ». Les intervalles contigus à un ensemble étant en nombre fini ou dénombrable la série $\Sigma|f(x_i)-f(x_{i-1})|$ a un sens bien net indépendant de la façon dont on range les intervalles contigus en suite dénombrable simplement infinie.

(2) Il faudrait ajouter ici que α_1 et β_1 doivent faire partie de E et dire que dans certains cas, α_1 peut être avec α et β_1 avec β.

position est seulement affirmée; pour désarmer tout scepticisme je vais indiquer sa démonstration.

Soit une division D correspondant à un ensemble réductible E et à un certain maximum λ. En choisissant convenablement un nombre fini de points de E j'ai une division D′ correspondant au même nombre λ. Soient u et v les variations relatives à D et à D′. Soit (a, b) un intervalle intervenant dans D′, je dis que sa contribution dans u n'est pas inférieure à sa contribution dans v. Cela est évident si, dans (a, b), il n'y a qu'un nombre fini de points de E; s'il y en a un nombre infini, mais un nombre fini de points de E′, on le verra par un raisonnement analogue au précédent. On passera de là au cas ou E‴ serait nul dans (a, b), etc.... (a, b) étant un intervalle quelconque de D′ on a $u \geq v$. Donc $v \leq u \leq$ V, et puisque v tend vers V, quand λ tend vers zéro, la proposition est démontrée.

Au paragraphe 9 de sa quatrième Note, M. Beppo Levi montre que pour calculer la variation totale d'une fonction continue non constante mais à traits d'invariabilité partout denses on ne peut employer une division qui utilise toutes les extrémités des traits d'invariabilité. Cela n'est pas en contradiction avec ce qui précède car, comme le remarque M. Levi, les points de division forment un ensemble irréductible et cela démontre seulement que les propriétés démontrées ne peuvent pas toujours être étendues à tous les ensembles. C'est là une remarque qui n'est pas nouvelle pour moi, j'écrivais en effet à la page 55 de mon livre:

« Il est important de remarquer qu'on ne peut pas remplacer l'ensemble réductible E par un ensemble non dense quelconque sans que certaines des propriétés précédentes cessent d'être vraies.

« Soit, en effet, la fonction $\xi(x)$ définie par

$$2\xi(x) = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots,$$

quand

$$x = \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3^3} + \dots,$$

où les a sont égaux à 0 ou à 2. x appartient alors à l'ensemble Z. On vérifie immédiatement que, pour les deux extrémités d'un intervalle contigu à Z, ξ prend la même valeur; nous assujètissons ξ à rester constante dans un tel intervalle. $\xi(x)$ est maintenant partout définie; c'est une fonction croissante et, cependant, on trouvera zéro pour u, si, parmi les points de division employés, se trouvent les points de Z ».

Ainsi j'avais fait *la même remarque* que M. Levi et je l'avais légitimée par *le même exemple*. Pour que cet exemple puisse m'être opposé il faut que j'aie oublié de me conformer à mes propres prescriptions ; voyons donc comment est obtenue cette valeur approchée $\Sigma|l_n|\,m(B_n)$ de la variation totale. $\Sigma|l_n|\,m(B_n)$

ne diffère que par une quantité qui tend uniformément vers zéro avec ε de la variation u calculée à l'aide d'une chaîne d'intervalles.

J'ai défini les mots *chaîne d'intervalles*, après avoir fait une première application de la chose, à la page 63 : « J'appelle l'attention sur la construction employée dans la démonstration précédente.

« Je suppose qu'un procédé, permettant de construire un ou plusieurs intervalles ayant pour origine un point quelconque t_0, ait été indiqué. Je dirai qu'un intervalle (a, b) a été couvert, à partir de a, par une chaîne d'intervalles choisis parmi les intervalles définis par le procédé donné, lorsqu'on aura construit par ce procédé un intervalle (t_1, t_2) d'origine $t_1 = a$, puis un intervalle (t_2, t_3) d'origine t_2, etc., puis, si cela est nécessaire, un intervalle $(t_\omega, t_{\omega+1})$ dont l'origine est la limite de $t_1, t_2, \ldots$, et ainsi de suite. Il a été démontré qu'on arrive nécessairement à atteindre b au bout d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable d'opérations, de sorte que la chaîne construite couvrira bien tout (a, b) ».

Et à la page 62, au sujet des points de divisions de la chaîne, je disais : « L'ensemble des valeurs $t_1, t_2 \ldots$ est réductible, puisqu'il est fermé et dénombrable ; donc on peut se servir des cordes tracées pour évaluer la longueur de la courbe ». Car j'avais étendu à la rectification des courbes les propriétés, ci-dessus rappelées, relatives au calcul de la variation totale.

De cet examen minutieux il résulte que je n'ai donné aucun prétexte à l'objection de M. Levi ; que l'exemple du § 9 de sa quatrième Note ne peut nullement m'être opposé parce qu'il est faux d'affirmer, comme le fait M. Levi aux pages 367-368, que le système d'intervalles de ce paragraphe soit completamente assimilabile *aux chaînes que j'emploie.* L'erreur de M. Levi vient de ceci :

Dans ma première Note j'ai cru devoir expliquer le terme un peu étrange de chaîne d'intervalles, quand il s'est présenté dans une citation de mon livre, en écrivant : C'est-à-dire une suite d'intervalles n'empiétant pas les uns sur les autres et tels que chacun d'eux ait pour origine l'extrémité du précédent ou la limite des extrémités des précédents. Si (t_1, t_2) est un intervalle de la chaîne, $\Sigma |f(t_1) - f(t_2)|$ est une valeur approchée de la variation totale de f, qui tend vers cette variation quand la longueur maximum des intervalles employés tend vers zéro.

Je considérais comme évident que tout lecteur interprèterait ces phrases comme un rappel rapide et très incomplet des propriétés des chaînes et que ceux qui auraient besoin de renseignements complémentaires se reporteraient à mon livre. M. Beppo Levi semble, au contraire, avoir considéré que ces phrases supprimaient et annulaient tout ce que j'avais précédemment écrit et il dit que son système d'intervalles du § 9 est assimilable à une chaîne, parce que c'est un *ensemble* d'intervalles dont chacun a pour origine l'extrémité ou la limite des extrémités de ceux qui le précèdent *sur la droite*, alors que je lui refuse cette qualité, parce que ce n'est pas une *suite* d'intervalles dont chacun a pour origine l'extrémité ou la limite des extrémités de ceux qui le précèdent *dans la suite*.

Ainsi il s'est produit ce fait bizarre qu'une démonstration, qui aurait été, semble-t-il, jugée correcte si je n'avais pas cru devoir donner les explications rappelées, a été déclaré inexacte parce que je les ai données!

Le procédé des chaînes d'intervalles semblera je pense, simple et commode pourvu qu'on n'oublie pas les propositions que je viens de rappeler. Sans doute ce procédé fait appel au transfini et utilise nombre de propriétés que, pour ma part, j'ai cru inutile même d'énoncer concernant, par exemple, la possibilité de ranger les termes d'une série absolument convergente, non seulement en suite simplement infinie de type d'ordre ω, mais encore en suite bien ordonnée dont le type d'ordre est un nombre transfini quelconque de la seconde classe numérique. C'est précisément cet emploi qui fait la simplicité du procédé car il permet de raisonner sur des séries bien ordonnées (qui possèdent, par conséquent, beaucoup de propriétés des séries ordinaires) et dont les termes sont rangés, dans la suite, dans le même ordre que les intervalles correspondants, sur la droite; de sorte qu'on peut souvent raisonner avec les chaînes comme si elles ne contenaient qu'un nombre fini d'intervalles.

Cela ne m'empêche pas d'apprécier les démonstrations qui n'utilisent pas ce procédé. En ce qui concerne celles de M. Beppo Levi, je ne puis m'empêcher de faire remarquer que leur grande parenté avec les miennes — parenté que M. Levi a l'occasion de faire ressortir en indiquant des analogies de notation et qui ne saurait m'être reprochée — plaide singulièrement en faveur de mes méthodes.

Au bas de la quatrième Note de M. Levi on peut lire:

Le precedenti osservazioni, ed il desiderio di evitare ogni apparenza polemica, credo mi dispensino dal fare altri rilievi intorno alla parte residua (pag. 7) della Nota del sig. Lebesgue. Si applica in essa la proposizione ch'era contestata, quindi solo la completa dimostrazione di questa può giustificarla: nè ciò basta ancora qui, a causa di qualche affermazione forse un po' arbitraria: così l'applicazione della proposizione in discorso a derivate che divengono infinite; e così ancora l'affermazione che si può supporre la serie dei valori delle derivate infinite in un senso solo [1].

[1] Je me permets de faire observer que les affirmations que M. Levi qualifie de *forse un po' arbitraria* sont, comme celles qu'il qualifiait d'*erronee* dans sa première Note, des affirmations dont il n'a pas aperçu la justification. Mais alors, tous les raisonnements de mon Livre, à commencer par les plus classiques, pourraient être mis successivement en question car, limité quant à la place, je n'en ai peut-être pas exposé un seul tout à fait complètement. Quelles sont les explications qu'il faut donner? Quelles sont celles qu'on peut omettre? C'est une question qui m'avait préoccupé, on le verra dans la pré-

L'observation dont parle M. Levi est celle que nous venons d'examiner; puisque cette observation, loin d'être irréfutable, est inexistante, je dois répondre aux deux autres critiques formulées. Je le ferai en employant les notations et la terminologie de ma précédente Note à laquelle le lecteur voudra bien se reporter. Débarassons-nous de la seconde critique; j'ai à démontrer, pour une certaine fonction A, une propriété évidemment vraie de la différence de deux fonctions quand elle vraie de chacune d'elles; n'ai-je pas le droit de ne la démontrer que pour les deux fonctions positives

$$\frac{1}{2}[A+|A|] \quad , \quad \frac{1}{2}[|A|-A],$$

dont A est la différence?

Passons à l'autre critique: je sais que le nombre dérivé λ de l'intégrale infinie d'une fonction φ positive est, presque partout, au moins égal à φ. Appliquant le théorème permettant de remonter de λ à sa fonction primitive, qui est démontré pour λ non borné, mais fini, j'écris

$$\int_a^b (\lambda-\varphi)\,dx = 0$$

et j'en conclus que $\lambda - \varphi$ est presque partout nulle. Si je m'étais arrêté là, M. Levi aurait eu raison de me reprocher d'appliquer à des λ infinis un théorème démontré seulement pour les λ finis et j'aurais oublié ce que je disais aux pages 128-129: que ce théorème ainsi étendu est faux, comme le prouve l'exemple de la fonction $\xi(x)$ précédemment citée. Mais j'ajoutais: Il est vrai que λ peut, peut-être, avoir en certains points une valeur infinie; mais comme ce ne peut-être que la valeur $+\infty$ notre conclusion n'en est que renforcée. — Que fournit, en effet, le raisonnement rappelé dans la note précédente quand on l'applique au λ dont il est ici question? En quoi est-il changé?

Il y a maintenant un $e_{+\infty}$ formé des points où $\lambda = +\infty$. Si x_0 est un de ces points on ne peut choisir h de manière que le rapport $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, où f est la fonction primitive de λ, diffère de λ de moins de ε mais, opérant comme on le fait toutes les fois qu'il s'agit de s'approcher de $+\infty$, on choisir a h de façon que ce rapport soit supérieur à $M(\varepsilon)$ croissant indéfiniment quand ε tend vers zéro. Alors, à la place de

---

face de mon livre; ce qui est certain maintenant, c'est que je n'ai pas été clair pour tout le monde. En ce qui concerne les dernières pages de mon livre, qui sont particulièrement concises, j'espérais que le lecteur qui m'aurait suivi jusque-là aurait acquis assez l'habitude des procédés que j'emploie et, en particulier, de celui des chaînes d'intervalles pour qu'il lui soit facile de juger de suite de l'exactitude de propositions qui me paraissaient évidentes, et d'en rétablir, s'il le voulait, les démonstrations complètes.

l'inégalité écrite au début de cette Note, on en aura une autre analogue dont le premier membre tendra vers

$$+\infty\,.\,m(e_{+\infty})+\int_{\mathrm{E}}\lambda\,dx\,,$$

E étant le complémentaire de $e_{+\infty}$. Et puisque ceci est au plus égal à la variation totale finie de $f=\int\varphi\,dx$, on a:

$$m(e_{+\infty})=0\quad,\quad\int_{\mathrm{E}}\lambda\,dx\leq\int_a^b\varphi\,dx=\int_{\mathrm{E}}\varphi\,dx\,,$$

c'est-à-dire

$$\int_{\mathrm{E}}(\lambda-\varphi)\,dx\leq 0\,,$$

et j'ai eu raison de dire que la *conclusion n'en est que renforcée* (¹).

Il est certain que, écrits complétement, à supposer que cela ait un sens de dire qu'un raisonnement est écrit complétement, mes démonstrations sont longues; mais là n'est pas la question. Je les crois rigoureuses et simples parce qu'elles utilisent des principes naturels, toujours les mêmes.

Quoi qu'il en soit, nous pouvons différer d'avis M. Levi et moi sur la question de savoir si, dans une matière où le moindre écart de raisonnement a d'habitude les plus graves conséquences, j'ai donné, dans en avoir une justification complète ou l'ayant, des énoncés qui se sont trouvés être exacts, mais nous sommes d'accord pour trouver ces énoncés exacts. Je pense que tous ceux qui se reporteront, soit aux travaux de M. Levi, soit aux miens, seront de notre avis. Et comme c'est là le seul point important je m'abstiendrai dorénavant de répondre aux critiques qui pourront être formulées.

Matematica. — *Sopra una questione di minimo, che si riconnette col problema di Dirichlet.* Nota del dott. S. MEDICI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(¹) Une partie de ce raisonnement est développée p. 128 de mon livre.