

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCV.

1908

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1908

dimetrico o trimetrico, come di sopra è detto, acquista l'apparenza di un cristallo monoclinico.

Nella fig. 4 sono rappresentati due di tali cristalli di rutilo allungati secondo le zone $[011]$ e risp. $[0\bar{1}\bar{1}]$, simmetricamente situati rispetto a una direzione principale dell'ematite che può essere l'asse di una delle tre zone $\{[11\bar{2}]\}$ (1).

In una prossima Nota mi propongo di sviluppare la regola, secondo la quale i cristalli di rutilo si trovano orientati sulla faccia (111) dell'ematite, e vedremo che se non è accettabile la legge di Breithaupt, non lo può essere nemmeno in tutto la legge di Baumhauer.

Cristallografia. — *Sull'associazione del rutilo con l'ematite.*
Nota del Corrispondente C. VIOLA.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Chimica-fisica. — *Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina* (2). Nota del Corrisp. FILIPPO BOTTAZZI e di NOÈ SCALINCI.

III. — IMBIBIZIONE DELLALENTE CRISTALLINA
IN ACQUA E IN VAPORE D'ACQUA.

In queste ricerche abbiamo voluto considerare la lente cristallina come un blocco d'idrogel organico, avente un certo grado d'imbibizione, e l'abbiamo trattata allo stesso modo che vari autori hanno trattato una lamina o un blocco di gelatina o di agar. Dobbiamo rilevare subito due cose: la prima è che, in condizioni fisiologiche, la lente è imbevuta non di acqua pura, ma di una soluzione complessa di elettroliti, probabilmente identica ai liquidi oculari; la seconda è che questo blocco d'idrogel è limitato normalmente da una capsula elastica, la quale, secondo le ricerche di Leber (3) e di altri, permette il passaggio non solo dell'acqua ma anche di una quantità di elettroliti e di cristalloidi non elettroliti, e pare anche, sebbene in minor grado, di colloid.

(1) Graefe-Saemisch, Handbuch d. ges. Augenheilkunde. II. Aufl. I. Teil. II. Bd. Kap. IX, pp. 423-434. Leipzig, 1903.

(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

(3) G. von Rath, l. c. Nella fig. 3, tav. II bis, sono rappresentati tanto cristalli di rutilo regolari, quanto cristalli assomiglianti alla nostra fig. 4.

Abbiamo indagato il processo di imbibizione della lente, con capsula e senza capsula, immersa in acqua e in soluzioni di cloruro sodico variamente concentrate, e il modo di comportarsi del cristallino, non immerso, bensì sospeso sopra gli stessi liquidi, in un piccolo spazio ermeticamente chiuso, saturo di vapor d'acqua, di tensione variabile a seconda della concentrazione della soluzione, alla temperatura costante di circa 38° C., o ad altre temperature, che saranno indicate.

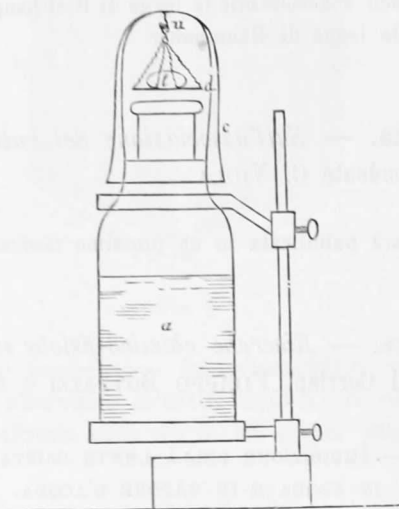


FIG. 1.

Le ricerche di « imbibizione in liquidi » erano fatte, immergendo la lente, adagiata sopra una spirale piatta di filo di platino, nel liquido in esame, e poi pesandola a intervalli noti, dopo averla portata via dal liquido sulla stessa spirale, che si prolungava perpendicolarmente in un filo di platino terminante in alto ad uncino, e asciugata mediante toccamenti successivi della faccia inferiore della spirale sopra carta da filtro rasata. Naturalmente, il cristallino era pesato prima dell'immersione, appena tolto dall'occhio del cane vivo, dopo essere stato nettato quanto era possibile dei brandelli di zonula che vi rimangono appiccati, e asciugato nel modo detto dianzi, per asportarne i liquidi oculari che inevitabilmente lo bagnano durante le manipolazioni di asportazione. Essendo noto il peso della spirale di platino, per sottrazione di questo dal peso totale, si aveva il peso della lente sola. Per le ricerche di « imbibizione in vapor d'acqua » di diversa tensione a una stessa temperatura, ci servì benissimo la boccia raffigurata nella pagina seguente (fig. 1),

chiusa da un tappo smerigliato a forma di cappuccio (*c*), sotto la volta del quale è fissato un uncino (*u*) di fil di platino, destinato a sostenere un piccolo disco (*d*) bucherellato di platino, trasformato in piattello di bilancia mediante due anse di fil di platino disposte a croce. Sul piattello era adagiata la lente (*l*), che rimaneva così sospesa press' a poco nel mezzo dello spazio soprastante al liquido (*a*), che era acqua o soluzione variamente concentrata di cloruro sodico. A intervalli noti, come per la lente immersa, la lente insieme col piattello era pesata, fino al decimo di milligrammo. In simili esperimenti è d'importanza capitale impedire assolutamente la distillazione del solvente sul corpo che dev'essere pesato, distillazione che avviene quando la temperatura non è eguale in tutti i punti del sistema. Tenendo la boccia in un termostato ad aria, non si riesce a impedire la distillazione: la superficie interna del cappuccio presenta sempre goccioline di acqua. Ciò praticamente non avviene se si tiene la boccia, chiusa ermeticamente, immersa in un grande termostato ad acqua di Ostwald, regolato alla temperatura costante di circa 38° C. Per metterci in condizioni eguali, tenemmo immerse nello stesso termostato le bocce che ci servivano per le ricerche di « imbibizione in liquidi ».

Naturalmente, molte cause d'errore erano inevitabili. Fra l'asportazione della lente e la prima pesata, passava un certo tempo, durante il quale la lente certamente perdeva acqua per evaporazione. A ogni pesata successiva (di mezz'ora in mezz'ora, o a intervalli maggiori), la lente col suo sostegno doveva essere messa fuori dalla boccia, e questa doveva essere per un momento tolta dal bagno e aperta. L'asciugamento della lente immersa non poteva essere assolutamente sempre di egual grado; ma avendo noi evitato, nel modo detto sopra, che la lente venisse direttamente a contatto della carta asciugante o di qualsiasi altro corpo, non poteva mai avvenire perdita di sostanza del cristallino o che vi rimanesse appiccicato qualche filamento della carta.

Abbiamo inoltre indagato il processo di disimbibizione della lente normale sospesa in un comune essiccatore contenente CaCl_2 anidro, e di riimbibizione della stessa lente in acqua e in vapore d'acqua; ed altre cose, che saranno appresso riferite.

Imbibizione in acqua.

I fenomeni visibili durante la imbibizione in acqua pura sono ben noti. La lente diventa un poco opalescente, più o meno a seconda dei casi; intanto si rigonfia e tende a raggiungere una forma globosa; poi si vede la capsula, sempre trasparentissima, distaccarsi dal corpo della lente, e nello spazio fra la capsula e la corticale accumularsi una quantità considerevole di liquido limpido. In questo stato la lente, osservata per trasparenza, presenta i seguenti strati dalla periferia verso il centro: capsula, liquido, corticale opa-

lescente, nucleo trasparente. Basta pungere la capsula, per vedere che il liquido sottostante, ricco di facoproteina solubile come abbiamo detto, vien fuori a getto, tanta è la pressione sotto cui si trova.

Col rigonfiarsi della lente e col penetrare in essa di acqua va di pari passo il suo aumento di peso, il quale però è minore di quanto sarebbe, se a traverso la capsula non passasse una parte della facoproteina solubile che si trova sciolta nel liquido accumulato fra la capsula e la corticale, passaggio (filtrazione) che è agevolato dalla pressione che sullo stesso liquido esercita la capsula tesa.

TAB. I. — *Imbibizione della lente in acqua distillata.*

		ANIMALI		
		Coniglio gr.	Coniglio gr.	Cane gr.
Peso della lente normale . . .		0,302	0,295	0,309
Peso della lente dopo . . .	$\frac{1}{4}$ ore	—	—	0,356
"	$\frac{1}{2}$ "	—	—	0,382
"	$\frac{3}{4}$ "	—	—	0,384
"	1 "	0,426	0,429	0,391
"	2 "	0,483	0,467	0,412
"	3 "	0,503	0,524	0,420
"	4 "	0,525	0,556	0,429
"	20 "	—	—	0,473
"	21 "	—	—	0,481
"	21 $\frac{1}{2}$ "	—	—	0,483
"	23 "	—	—	0,483
"	24 "	—	—	0,489
"	25 "	—	—	0,489
"	26 "	—	—	0,493
"	27 "	—	—	0,495
Aumento percentuale del peso della lente. . .		73,84	88,47	60,2
Aumento del contenuto in acqua della lente. . .		0,223	0,261	0,186

Come si vede dalla tabella I, e meglio ancora dalle curve della fig. 2, l'imbibizione procede con grande velocità dapprima, e poi sempre più lentamente. Non abbiamo raggiunto il massimo d'imbibizione nemmeno dopo 27 ore d'immersione.

La massima parte dell'aumento del peso viene raggiunta nelle prime 3-4 ore dalle lenti di coniglio, nella prima ora dalla lente di cane.

Notevole però è il fatto che, dopo 4 ore d'immersione, le lenti di coniglio avevano assunta molto maggior quantità d'acqua che la lente di cane. Può darsi che questa differenza dipenda, almeno in parte, dalla natura dell'animale e dalle condizioni della lente; ma noi incliniamo piuttosto a credere che essa sia principalmente in relazione colla grandezza (col peso) delle diverse lenti, e quindi coll'estensione della loro superficie, sapendosi che

quanto maggiore è la superficie in rapporto colla massa del corpo che si imbeve (lenti piccole, come quelle di coniglio), tanto più velocemente decorre il processo d'imbibizione. Infatti, delle due lenti dello stesso coniglio, quella che aveva minor peso e quindi relativamente maggior superficie, presentò un maggior aumento percentuale di peso (un assorbimento di maggior quantità di acqua), e anche la curva rispettiva, come si vede dalla fig. 2, presenta una più rapida ascensione.

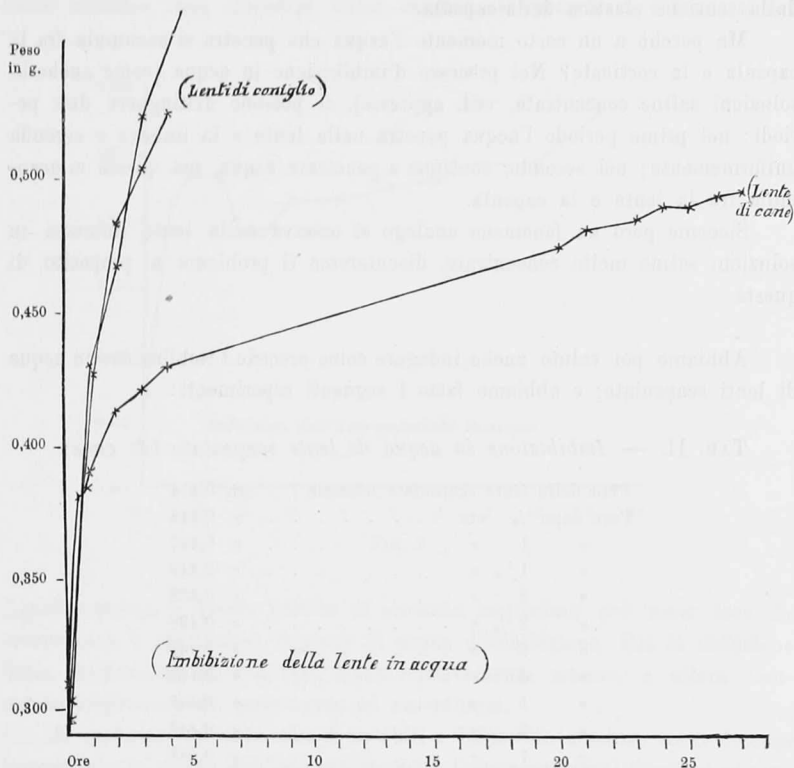


FIG. 2.

Qui si presenta un problema non facile a risolvere.

La penetrazione di acqua nella lente, che si rigonfia e aumenta di peso, è dovuta anche al processo d'imbibizione che si svolge in essa, non, come si crede ordinariamente, solo alla pressione osmotica della lente. Non esistendo equilibrio d'imbibizione fra la lente immersa e l'acqua, questa vi penetra, prima rapidamente, poi sempre più lentamente; la lente tende verso un massimo di imbibizione, che però non raggiunge, finchè la capsula rimane integra, ma che può raggiungere solo dopo la rottura di essa. Se la capsula

resistesse, un nuovo equilibrio sarebbe raggiunto, a un certo grado, inferiore al massimo d'imbibizione. Ma la forza elastica della lente finisce sempre per cedere alla pressione d'imbibizione, se l'immersione è sufficientemente lunga: così che questo supposto equilibrio a capsula integra non è mai raggiunto dalla lente abbandonata a se stessa; la lente passa tuttavia per stati successivi, durante l'imbibizione in acqua, in corrispondenza dei quali il grado d'imbibizione dipende non solamente dalla pressione d'imbibizione, ma anche dalla tensione elastica della capsula.

Ma perchè a un certo momento l'acqua che penetra si accumula fra la capsula e la corticale? Nel processo d'imbibizione in acqua (come anche in soluzioni saline concentrate, ved. appresso), si possono distinguere due periodi: nel primo periodo l'acqua penetra nella lente e la imbeve e rigonfia uniformemente; nel secondo, continua a penetrare acqua, ma questa si accumula fra la lente e la capsula.

Siccome però un fenomeno analogo si osserva nella lente immersa in soluzioni saline molto concentrate, discuteremo il problema a proposito di queste.

Abbiamo poi voluto anche indagare come procede l'imbibizione in acqua di lenti scapsulate; e abbiamo fatto i seguenti esperimenti:

TAB. II. — *Imbibizione in acqua di lente scapsulata (di cane).*

Peso della lente scapsulata normale	gr. 0,414
Peso dopo $\frac{1}{2}$ ore	" 0,443
" 1 "	" 0,447
" $1\frac{1}{2}$ "	" 0,446
" 2 "	" 0,438
" $2\frac{1}{2}$ "	" 0,438
" 3 "	" 0,443
" 4 "	" 0,443
" 5 "	" 0,445
" 6 "	" 0,446
" 7 "	" 0,448
" 8 "	" 0,448
" 9 "	" 0,455
Aumento percentuale del peso dopo 9 ore	" 9,9
Aumento del contenuto in acqua della lente	" 0,041

Da queste ricerche risulterebbe che l'aumento percentuale di peso della lente scapsulata è assai minore di quello delle lenti fornite di capsula. Osservando la curva rispettiva (fig. 3), si vede che anche la lente scapsulata dapprima aumenta rapidamente di peso; ma poi l'aumento subisce, per così dire, un arresto, e dopo alcune lievi oscillazioni torna a presentarsi, ma è assai lento. Da che può dipendere questo fatto?

L'esame del liquido in cui le lenti sono immerse dimostra che queste gli cedono sempre una certa quantità di facoproteina solubile: meno, le lenti fornite di capsula e in quantità dimostrabile solo dopo alcune ore d'immersione; assai più, le lenti con capsula rotta in qualche punto; ancora più le lenti scapsulate. La spiegazione del fatto ci sembra quindi facilissima. Nella lente scapsulata, come nella normale, nella prima mezz'ora prevale il processo di imbibizione, e si ha l'osservato aumento rapido di peso; ma poi la facoproteina solubile, non impedita dalla capsula, incomincia a diffondersi nel

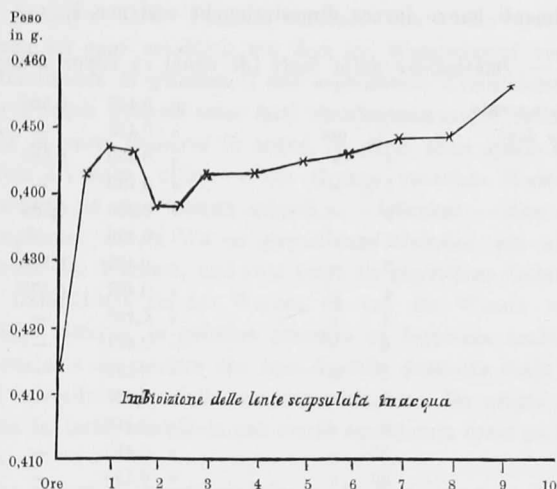


FIG. 3.

liquido esterno, e questa perdita di sostanza lenticolare può esser tale da compensare il simultaneo ingresso di acqua d'imbibizione. Poi la diffusione della facoproteina diventa man mano relativamente minore, e allora l'aumento progressivo del peso torna ad accentuarsi.

Il contenere la lente colloidi solubili e diffusibili in acqua, rende dunque impossibile lo studio dell'imbibizione della lente scapsulata. E poichè la capsula non è assolutamente impermeabile a questi colloidi lenticolari, si comprende che, specialmente nelle ricerche di lunga durata, diffusione di essi verso l'esterno avviene anche, sebbene in minore quantità, dalle lenti normali, il che deve necessariamente influire sull'ascensione della curva dell'andamento del peso della lente immersa.

Imbibizione in vapor d'acqua.

Era impossibile pensare *a priori* che la lente sospesa sopra l'acqua distillata, vale a dire in uno spazio in cui la tensione del vapor d'acqua è la massima possibile alla temperatura dell'esperimento, si trovasse in equi-

librio con essa. Ma era lecito supporre che la tensione di vapore della lente, a qualsiasi temperatura, fosse minore di quella dominante nello spazio chiuso, sopra l'acqua distillata, alla temperatura di circa 38° C.

La lente normale infatti è molto ricca d'acqua, ma questa è in essa contenuta allo stato d'acqua d'imbibizione. E poi sappiamo che la lente, oltre a colloidi, contiene notevole quantità di sali. Tutto ciò faceva supporre che la lente, sospesa sull'acqua distillata, in uno spazio chiuso, saturo di vapor d'acqua, dovesse assumere acqua e aumentare di peso rigonfiandosi.

Gli esperimenti hanno invece dimostrato che così non è.

TAB. III. — *Imbibizione della lente (di cane) in vapor d'acqua.*

Peso della lente normale	gr.	0,437	0,590	0,451
Peso della lente dopo				
1/2 ore	"	0,435	—	—
1 "	"	0,433	0,589	0,450
1 1/2 "	"	0,432	—	—
2 "	"	0,430	0,584	0,447
2 1/2 "	"	0,429	—	—
3 "	"	0,427	0,580	0,444
4 "	"	0,427	0,575	0,440
5 "	"	0,426	—	—
6 "	"	0,424	—	—
7 "	"	0,422	—	—
8 "	"	0,420	—	—
9 "	"	0,418	—	—
23 "	"	0,415	—	—
30 "	"	0,410	—	—
32 "	"	0,407	—	—
50 "	"	0,401	—	—
Perdita di acqua della lente (1)	"	0,010	—	—
Perdita di acqua della lente (2)	"	0,036	0,015	0,011
Diminuzione percentuale del peso della lente	"	8,23	2,54	2,43

Singolare è, in verità, il modo di comportarsi della lente sospesa nello spazio saturo di vapor d'acqua: *invece di aumentare di peso e rigonfiarsi, essa diminuisce di peso, costantemente*; vuol dire, dunque, che la tensione di vapore della lente è sempre superiore a quella dello spazio in cui si trova sospesa, anche quando questa ultima è la massima possibile alla rispettiva temperatura.

Dapprima credemmo che questo singolare comportamento fosse proprio della lente, in quanto è un organo sopravvivate. Ma poi abbiamo visto che non altrimenti si comportava una lamina di gelatina in certe ricerche di Schröder. « Bringt man nun — dice l'autore (3) — die mit Wasser im Gleichgewichts-

(1) Dopo la 4^a ora.

(2) Alla fine dell'esperimento.

(3) P. von Schröder, *Ueber Erstarrungs- und Quellungserscheinungen von Gelatine*. Zeitschr. f. physik. Chem., 45, pag. 74, 1903. (P. III).

zustande befindliche Gelatineplatte in einen mit Wasserdampf gesättigten Raum von derselben Temperatur, so steht zu erwarten, dass keine Aenderung der Gelatineplatte eintritt, sie muss sich auch mit gesättigtem Wasserdampf im Gleichgewicht befinden. Dem ist aber nicht so. Es hat sich experimentell ergeben, dass die Gelatineplatte erhebliche Gewichtsänderungen zeigt, sie gibt Wasser ab, es tritt im Wasserdampf Entquellung ein ». « Ganz dieselbe Erscheinung zeigten auch Gelatineplatten, die nur kurze Zeit in Wasser gequollen waren, als das Quellungsmaximum noch nicht erreicht hatten ». Onde l'autore conclude che « das Quellungsmaximum im Wasser ist ganz erheblich von dem im Wasserdampf verschieden ».

Sulla lamina di gelatina, i due esperimenti d'imbibizione in acqua e in vapor d'acqua possono esser fatti simultaneamente e sulla stessa lamina, tenendola in parte immersa in acqua, in parte nello spazio saturo di vapore soprastante all'acqua; allora « die Grenze zwischen Wasserquellung und Dampfquellung ist eine äussert scharfe ». « Offenbar — dice Schröder — ist der Dampfdruck der in Wasser gequollenen Gelatine ein anderer als der Dampfdruck des Wassers, und zwar zeigt die gequollene Gelatineplatte einen höheren Dampfdruck als das Wasser, da von ihr Wasser wegdestilliert ».

Poichè, dunque, la gelatina presenta un fenomeno analogo a quello da noi osservato, è da pensare che esso dipenda piuttosto dalla natura colloidale del cristallino che dalla sua organizzazione. Da questo punto di vista, veramente la lente cristallina può essere considerata come un blocco d'idrogel organico.

Altri esempi di questo singolar modo di comportarsi di corpi colloidali di fronte al vapor d'acqua non mancano nella letteratura. Lo stesso von Schröder cita alcune ricerche di Volbehr⁽¹⁾ sull'imbibizione delle fibre del legno.

Durig⁽²⁾ poi, tenendo sospese delle rane in uno spazio chiuso saturo di vapor d'acqua, osservò che « fand bei keinem der Thiere, obwohl ihr Wasserbedürfniss durch verschieden starke Wasserentziehung gesteigert worden war, eine Zunahme des Gewichtes statt; ja, es zeigte sich sogar durch mehrere Tage eine stete Verminderung desselben und zwar in grösserem Maasse als bei Controlthieren, die gleichzeitig in Wasser gehalten wurden, was um so auffallender ist, als bei der trägen Circulation und den geringen Bewegungen der durstenden Thiere jedenfalls kein regerer Stoffwechsel angenommen werden kann ».

Un'altra anomalia presenta la lente negli esperimenti di imbibizione in vapor d'acqua. Considerato il valore della disimbibizione dopo 4 ore, si vede che esso è direttamente proporzionale al peso iniziale della lente; vedemmo

(1) A. Durig, *Wassergehalt und Organfunction*. I. Pflüger's Arch., 85, pag. 401 (1901).

(2) Volbehr, *Untersuchungen über die Quellung der Holzfasern*. Kiel, 1896.

invece che, entro un certo tempo, l'aumento dell'acqua d'imbibizione nelle lenti che s'imbevono in acqua è inversamente proporzionale al loro peso. Sarebbe da supporre che, quanto maggiore è la superficie relativamente alla massa della lente (lenti piccole), tanto maggiore dovesse essere la quantità d'acqua perduta in un dato tempo, come trovammo essere tanto maggiore la quantità in peso d'acqua assunta: invece non è così.

Si direbbe che il processo di disimbibizione si svolge con un meccanismo diverso da quello di imbibizione.

Matematica. — *Sopra alcune formole fondamentali relative alle equazioni integrali.* Nota di TOMMASO BOGGIO, presentata dal Corrispondente LEVI-CIVITA.

Si consideri l'equazione integrale non omogenea, col parametro λ :

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \int K(x, y) \varphi(y) dy,$$

ove $\varphi(x)$ è la funzione incognita, $f(x)$ una funzione data, $K(x, y)$ una funzione pure data (nucleo), atta all'integrazione, ecc. L'integrale poi si intende preso fra due limiti costanti qualunque a e b ($a < b$).

Supponendo che il nucleo $K(x, y)$ sia una funzione simmetrica di x e y , o, più generalmente, il prodotto di una funzione simmetrica per una funzione positiva $p(y)$, ho dimostrato, in modo assai semplice, in una Nota pubblicata circa un anno fa ⁽¹⁾, che la funzione $\varphi(x)$, riguardata come funzione del parametro λ , non può avere che *poli semplici* (e reali). Il teorema è stato di poi esteso dal Goursat al caso di equazioni integrali con nuclei più generali.

Da tale teorema, e dalla forma dell'equazione precedente, risulta dunque che la funzione $\varphi(x)$ è esprimibile con una formola del tipo:

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \sum_n a_n \frac{\varphi_n(x)}{\lambda_n - \lambda},$$

ove a_n indica una costante, λ_n un generico polo, e il corrispondente residuo $\varphi_n(x)$, come ho mostrato nella mia Nota, soddisfa all'equazione integrale omogenea:

$$\varphi_n(x) = \lambda_n \int K(x, y) \varphi_n(y) dy, \quad (n = 1, 2, \dots)$$

che determina $\varphi_n(x)$ a meno di un fattore costante arbitrario.

⁽¹⁾ Boggio, *Un théorème sur les équations intégrales* (Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, tome CXLVI, octobre 1907).