ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVIII.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909

Catanopsobius chilensis sp. n.

Antenne di 15 articoli. Piedi mascellari forniti di $4+4$ (o $3+4$) denti. Lamine dorsali tutte cogli angoli posteriori arrotondati. Pori dell'articolo basale delle zampe del paio 14° e 15° in numero di uno. Zampe del 14° e 15° paio un poco più ingrossate delle precedenti, senza speroni. L'articolo basale del 15° paio di zampe ha l'angolo inferiore-posteriore prolungato in forma di un processo conico breve.

Gli organi genitali femminili terminano con un'unghia intera ed hanno due paia di speroni per lato, dei quali l' interno è molto più piccolo dell'esterno. Lunghezza del corpo mm. 3, larghezza 0,3; lunghezza delle antenne 0,78, delle zampe dell'ultimo paio 0,82.

Habitat. Raccolsi pochi esemplari di questa specie nel legno di alberi putrefatti presso Temuco (Chile).

Matematica. — *Sopra alcuni inviluppi di* ∞^2 *sfere.* Nota di Gustavo Sannia, presentata dal Socio L. Bianchi.

Il prof. Bianchi, nella Memoria « *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante* » [1] pose e risolse alcuni importanti problemi, tra i quali il seguente: *cercare tutti i casi possibili nei quali una falda di un inviluppo di* ∞^2 *sfere ha i raggi di curvatura* r_1, r_2 *legati da una relazione fissa*

$$f(r_1, r_2) = 0,$$

comunque deformando la superficie luogo dei centri delle sfere.

L'A., dopo aver trovato alcune soluzioni particolari notevoli del problema, provò non esservene altre con una elegante analisi.

Ora io ho osservato che questa sussiste integralmente (salvo le conclusioni) *anche se la relazione supposta tra* r_1 *ed* r_2 *varia da un punto all'altro della falda considerata*, ossia sussiste se la funzione f dipende, non solo da r_1 ed r_2, ma anche da elementi indeformabili della superficie luogo dei centri.

Questa osservazione permette di risolvere la quistione più generale di *cercare tutti i casi possibili nei quali una falda di un inviluppo di* ∞^2 *sfere conserva i raggi principali di curvatura* r_1, r_2 *legati da una relazione fissa in ciascun suo punto, comunque si deformi la superficie luogo dei centri.*

Mi limiterò ad accennare le modifiche e le giunte che basta apportare

[1] Annali di matematiche, serie 3ª, t. III, 1899.

alla ricerca del prof. Bianchi, ricerca che l'A. ha riportato nelle *Lezioni di Geometria Differenziale* (vol. II, § 253 e segg.).

Sia S_0 la superficie luogo dei centri M_0 delle ∞^2 sfere di raggio T, Σ e Σ_1 le due falde dell'inviluppo, M ed M_1 i punti ove la sfera di centro M_0 tocca Σ e Σ_1. Le rette $M_0 M$ ed $M_0 M_1$ sono le normali alle due falde in M ed M_1, e generano quindi due congruenze di normali C e C_1, riflesse l'una dell'altra rispetto ad S_0. Si prova facilmente (§ 253) che, se S_0 si deforma trascinando seco le sfere, i punti M ed M_1 serbano sulla sfera una posizione invariabile rispetto al piano tangente di S_0 in M_0.

Su S_0 prendiamo come linee coordinate u quelle che sono normali ai raggi delle congruenze C e C_1 e come linee v le loro traiettorie ortogonali, e diciamo $\sigma = \sigma(u, v)$ l'angolo di inclinazione del raggio $M_0 M$ di S su S_0, cioè sulla linea v, angolo che non varia flettendo M_0, per l'osservazione precedente.

Detto

$$ds_0^2 = E_0\, du^2 + G_0\, dv^2$$

l'elemento lineare di S_0, allora (§§ 254-255) l'angolo σ risulta legato ai coefficienti di ds_0^2 dalla relazione

$$\frac{\partial}{\partial v}(\sqrt{E_0}\cos\sigma) = 0\,, \tag{1}$$

il raggio T risulta essere una funzione della sola u definita da

$$\frac{dT}{du} = -\sqrt{E_0}\cos\sigma \tag{2}$$

ed i raggi principali di curvatura r_1, r_2 di Σ risultano definiti da

$$r_1 + r_2 = 2T + \frac{N}{M}\,,\quad r_1 r_2 = T^2 + T\,\frac{N}{M} - \frac{\sqrt{E_0 G_0}\,\mathrm{sen}\sigma}{M}\,,$$

ove M ed N sono certe funzioni lineari dei coefficienti della seconda forma fondamentale di S_0 e che per brevità non trascriviamo.

Le formole corrispondenti per Σ_1 si hanno semplicemente cambiando σ in $-\sigma$.

I. Ciò premesso, supponiamo in primo luogo che sia $\sigma = 0$; allora C e C_1 coincidono in una congruenza di tangenti di S_0, e Σ, Σ_1 coincidono con una evolvente di S_0. Ciò risulta pure dall'osservare che la (1) dà $\dfrac{\partial\sqrt{E_0}}{\partial v} = 0$, e quindi si può porre $E_0 = 1$, e che la (2) dà $T = -u + \text{cost}$. Inoltre allora $r_1 + r_2$, $r_1 r_2$ risultano indipendenti dai coefficienti della seconda forma fondamentale di S_0, cioè indeformabili. Abbiamo dunque una prima soluzione del problema: la S_0 è una superficie qualunque, e le due falde Σ, Σ_1 dell'inviluppo di sfere coincidono con una evolvente di S_0; flettendo S_0, non mutano singolarmente i raggi principali di curvatura di Σ.

II. Or supponiamo $\sigma = \frac{\pi}{2}$. T *è costante, e le due falde* Σ *e* Σ_1 *sono superficie parallele ad* S_0 (che è arbitraria).

III. Se $M = 0$ per tutte le flessioni di S_0, allora (§ 261) S_0 *è sviluppabile e quando si distende sul piano, i raggi della congruenza* C (C_1) *debbono diventar paralleli;* Σ (Σ_1) *è anch'essa una sviluppabile.*

IV. La relazione supposta sia del tipo

$$r_1 + r_2 = f(u, v),$$

ove f è una funzione assegnata di u, v. Si trova che deve essere necessariamente f costante; onde, sostituendo a Σ una superficie parallela. si può rendere $r_1 + r_2 = 0$ e si cade in una soluzione nota (§ 257): *le due falde di un inviluppo di sfere che hanno il centro sul paraboloide di rotazione e passano per il fuoco sono ad area minima, e si conservano tali comunque deformando il paraboloide.*

Non ottenendo un risultato nuovo, ci dispensiamo dal fare i calcoli, per non sorpassare i limiti imposti alla Nota. Del resto essi sono analoghi a quelli dei §§ 256, 257.

V. Ora, *esclusi tutti i casi precedenti*, passiamo alla ricerca generale, assegnando una funzione f di r_1, r_2, u, v e cercando gli inviluppi di sfere nei quali una falda Σ ha i raggi di curvatura r_1, r_2 legati dalla relazione $f(r_1, r_2, u, v) = 0$, per tutte le deformazioni della superficie S_0 luogo dei centri, relazione che può sempre ridursi all'altra:

$$r_1 r_2 = F(r_1 + r_2; u, v), \tag{3}$$

ora F è una funzione dei tre argomenti $r_1 + r_2, u, v$.

Nel § 261 il prof. Bianchi discute il caso in cui F non dipende da u e v; come ho dichiarato in principio, i ragionamenti sussistono inalterati quando F dipende da u e v, e provano che [1]

$$\sqrt{E_0} = 1 \;,\; \sqrt{G_0} = \cot \sigma \;,\; \sigma = \sigma(u),$$

quindi

$$ds_0^2 = du^2 + \cot^2 \sigma dv^2,$$

[1] Veramente l'A. esclude che la relazione supposta sia del tipo $r_1 r_2 = \text{cost}$, avendo già esaminato a parte questo caso. Ma la discussione del § 261 vale anche in tal caso, e però noi non escludiamo che la (3) sia del tipo $r_1 r_2 = F(u, v)$.

e però S_0 è applicabile sopra una superficie di rotazione;

$$(4)\quad \begin{cases} r_1 r_2 = T^2 - T\dfrac{\operatorname{sen}\sigma}{\sigma'} + \dfrac{T(3\sigma'^2\cot\sigma - \sigma'')}{M\sigma'} \\ r_1 + r_2 = 2T - \dfrac{\operatorname{sen}\sigma}{\sigma'} + \dfrac{3\sigma'^2\cot\sigma - \sigma''}{M\sigma'}\,; \end{cases}$$

la relazione supposta (3) dev'essere del tipo

$$(5)\qquad r_1 r_2 = \alpha(r_1 + r_2) + \beta$$

con α e β funzioni di u, v.

Ora è facile proseguire la ricerca.

Anzitutto dico che α e β *debbono essere funzioni della sola* u.

Infatti S_0 è applicabile sopra una superficie di rotazione e, quando essa affetta questa forma, siccome il saggio $T(u)$ non varia lungo un parallelo $u =$ costante, è chiaro che anche la falda Σ dell'inviluppo di sfere è una superficie di rotazione, sulla quale le linee $u =$ cost. saranno i paralleli. Dunque anche su Σ, *nella attuale configurazione*, lungo una $u =$ cost. saranno costanti r_1, r_2, e quindi $r_1 r_2$, $r_1 + r_2$: cioè $r_1 r_2$ ed $r_1 + r_2$ saranno funzioni della sola u; inoltre la relazione (5) è necessariamente la stessa in tutti i punti del parallelo $u =$ cost: dunque α e β debbono essere indipendenti da v.

Flettendo ora S_0, α e β debbono rimanere fisse in ciascun punto, per ipotesi, dunque per ogni configurazione di S_0 saranno α e β funzioni fisse della sola u.

Ciò posto la (5) moltiplicata per M diventa, per le (4),

$$[(T^2-\beta)\sigma' - T(2\alpha + \operatorname{sen}\sigma) + \alpha\operatorname{sen}\sigma]M + (T-\alpha)(3\sigma'^2\cot\sigma - \sigma'') - \sigma'\cos\sigma = 0$$

e, dovendo aver luogo flettendo comunque S_0 e quindi variando M, si scinde nelle altre due

$$(6)\qquad (T^2 - 2\alpha T - \beta)\sigma' - (T-\alpha)\operatorname{sen}\sigma = 0,$$

$$(7)\qquad (T-\alpha)(3\sigma'^2\cot\sigma - \sigma'') - \sigma'\cos\sigma = 0.$$

Dunque, affinchè il problema ammetta una effettiva soluzione è necessario e sufficiente che sieno soddisfatte le (2), (6) e (7). Or queste sono compatibili, perchè, essendo $E_0 = 1$, la (2) diventa

$$\frac{dT}{du} = -\cos\sigma$$

e dà T con una quadratura; le (6) e (7) dànno poi α e β.

Si osservi infine che queste formole non si alterano cambiandovi σ in $-\sigma$.

Abbiamo così questa nuova ed ultima soluzione: S_0 *è una superficie applicabile sopra una superficie di rotazione e, ridotto il suo elemento lineare alla forma*

$$ds_0^2 = du^2 + \cot^2 \sigma(u) dv^2,$$

il raggio delle sfere è

$$\mathrm{T} = c - \int \cos\sigma(u) du \qquad (c = \cos t);$$

la relazione che lega i raggi principali di curvatura r_1, r_2 *di ciascuna falda* Σ, Σ_1 *dell'inviluppo di sfere è*

$$r_1 r_2 = \alpha (r_1 + r_2) + \beta,$$

ove

$$\left\{\begin{aligned} \alpha &= \mathrm{T} - \frac{\sigma' \cos\sigma}{3\sigma'^2 \cot\sigma - \sigma''}, \\ \beta &= \frac{(2\sigma'^2 \cot\sigma - \sigma'' \operatorname{sen}\sigma)\cos\sigma}{3\sigma'^2 \cot\sigma - \sigma''} - \alpha^2. \end{aligned}\right.$$

Riguardando come corrispondenti i due punti di contatto M ed M_1 di una medesima sfera con le due falde Σ e Σ_1 dell'inviluppo, *questi ultimi inviluppi di sfere hanno la proprietà caratteristica che sulle due falde* Σ *e* Σ_1 *si corrispondono le linee di curvatura, comunque deformando la superficie* S_0 *luogo dei centri* (§ 262).

Astronomia. — *Determinazione dell'andamento dell'orologio col telescopio zenitale.* Nota di A. Alessio, presentata dal Socio G. Lorenzoni.

1. La diretta considerazione dei luoghi geometrici che nascono dalle osservazioni d'altezza fa conoscere in modo semplice ed evidente che la misura della *differenza* fra due altezze di stelle osservate nel I° verticale una ad E. ed una ad W. permette di determinare la posizione dello zenit sul parallelo della sfera celeste (e quindi il tempo locale) indipendentemente da errori, o differenze, sistematici, allo stesso modo che la misura della differenza fra due altezze di stelle osservate nel meridiano una a N. ed una a S. permette di determinare la posizione dello zenit sul meridiano (e quindi la latitudine, metodo di Horrebow-Talcott) indipendentemente da errori sistematici. L'effetto degli errori d'osservazione e degli errori delle assunte coordinate stellari dovrebbe *a priori* essere il medesimo sulla determinazione del tempo col telescopio zenitale (e con osservazioni prossime al