ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVIII.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909

Rammento, per comodo di consultazione, che t, n, b, c, s, τ hanno il significato dichiarato al n. 1 (essendosi soltanto soppresso l'indice P di c); k è definito dalla (13); I misura la corrente totale (in unità elettromagnetiche); infine β rappresenta il rapporto fra la velocità media del flusso attraverso τ e la velocità della luce.

Riservo ad una prossima Nota l'applicazione di queste formule al caso, in cui il tubo T è sede di un campo elettromagnetico puro.

Fisica matematica. — *Teoria asintotica delle radiazioni elettriche.* Nota del Corrispondente LEVI-CIVITA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Alcune nuove espressioni assolute delle curvature in un punto di una superficie.* Nota di C. BURALI-FORTI, presentata dal Corrispondente LEVI-CIVITA.

Il punto variabile P descriva una superficie Σ, e sia $\mathbf{N}$ il vettore unitario, funzione di P, normale a Σ in P e di verso stabilito rispetto a Σ. Per abbreviare la scrittura, si ponga

$$\sigma = \frac{d\mathbf{N}}{d\mathrm{P}}$$

cioè si indichi con σ l'omografia vettoriale che trasforma uno spostamento qualsiasi $d\mathrm{P}$ di P nel corrispondente spostamento $d\mathbf{N}$ di $\mathbf{N}$.

Se $\mathbf{x}$ è vettore unitario, pure funzione di P, e normale ad $\mathbf{N}$, per la *curvatura normale* $\mathfrak{N}\mathbf{x}$, *geodetica* $\mathfrak{G}\mathbf{x}$ e per la *torsione geodetica* $\mathfrak{T}\mathbf{x}$ in P nella direzione $\mathbf{x}$, si ha

$$\text{(I)} \qquad \mathfrak{N}\mathbf{x} = \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \times \operatorname{rot} \mathbf{x} = \mathbf{x} \times \sigma\mathbf{x} = \frac{(\sigma\mathbf{x})^2 + \operatorname{inv}_2 \sigma}{\operatorname{inv}_1 \sigma}$$

$$\text{(II)} \qquad \mathfrak{G}\mathbf{x} = -\mathbf{N} \times \operatorname{rot} \mathbf{x} = \operatorname{div}(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x})$$

$$\text{(III)} \qquad \mathfrak{T}\mathbf{x} = \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \times \sigma\mathbf{x} = \mathbf{x} \times \sigma(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \text{ [1]}.$$

[1] Per le notazioni, cfr. C. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rendiconti Palermo, t. XXIII-XXIV, Note I-V.

Per le *omografie vettoriali* e per le *derivate rispetto a un punto*, cfr. C. Burali-Forti, *Sopra alcune operazioni proiettive*..... (1906), *Sulle omografie vettoriali* (1907), *Funzioni vettoriali* (1907), Atti Acc. Torino, *L'importance des transformations*..... (1908), *L'enseignement mathematique*. Alla notazione ∇_{P} della prima Nota sostituiamo $\frac{d}{d\mathrm{P}}$; le notazioni $\mathrm{D}_{\mathbf{u}}$, $\mathrm{K}_{\mathbf{u}}$ della terza Nota equivalgono a $\frac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}$, $\mathrm{K}\frac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}$.

Se φ è numero reale funzione di P, e $\mathfrak{N}_\varphi$, $\mathfrak{G}_\varphi$, $\mathfrak{T}_\varphi$ sono i valori di $\mathfrak{N}\mathbf{x}$, $\mathfrak{G}\mathbf{x}$, $\mathfrak{N}\mathbf{x}$ per $\mathbf{x}$ parallelo alla tangente in P alla linea $\varphi = \text{cost}$, allora

$$\text{(I')} \qquad \mathfrak{N}_\varphi = \text{inv}_1 \sigma - \frac{\text{grad}\,\varphi \times \sigma\,\text{grad}\,\varphi}{(\text{grad}\,\varphi)^2}$$

$$\text{(II')} \qquad \mathfrak{G}_\varphi = -\,\text{div}\,\frac{\text{grad}\,\varphi}{\text{mod grad}\,\varphi}$$

$$\text{(III')} \qquad \mathfrak{T}_\varphi = -\,\frac{\mathbf{N} \wedge \text{grad}\,\varphi \times \sigma\,\text{grad}\,\varphi}{(\text{grad}\,\varphi)^2}.$$

Inoltre, $\text{inv}_1 \sigma$, $\text{inv}_2 \sigma$ sono, rispettivamente, la *curvatura* MEDIA e TOTALE (o di Gauss) di Σ nel punto P.

Queste forme di $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{T}$ e delle curvature media e totale, sono *assolute*, cioè sono indipendenti tanto da coordinate cartesiane, quanto da coordinate curvilinee in Σ. Si dimostrano, in modo pure assoluto e semplicissimo, applicando, insieme ad altre ben note regole di calcolo vettoriale, le regole seguenti meno usuali:

$$(\alpha) \qquad \mathbf{u} \times \sigma\mathbf{v} = \mathbf{v} \times \mathrm{K}\sigma\mathbf{u} \quad , \quad \mathrm{KK}\sigma = \sigma$$

$$(\beta) \qquad \sigma(\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}) = (\text{inv}_1 \sigma)\,\mathbf{u} \wedge \mathbf{v} - \mathbf{u} \wedge \mathrm{K}\sigma\mathbf{v} + \mathbf{v} \wedge \mathrm{K}\sigma\mathbf{u}$$

$$(\gamma) \qquad \begin{cases} \dfrac{d(\mathbf{u} \times \mathbf{v})}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{w} = \left(\mathrm{K}\dfrac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{v}\right) \times \mathbf{w} + \left(\mathrm{K}\dfrac{d\mathbf{v}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{u}\right) \times \mathbf{w} \\ \text{grad}\,(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathrm{K}\dfrac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{v} + \mathrm{K}\dfrac{d\mathbf{v}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{u} \quad , \quad \text{grad}\,\mathbf{u}^2 = 2\mathrm{K}\dfrac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{u} \end{cases}$$

$$(\delta) \qquad \frac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{u} = (\text{rot}\,\mathbf{u}) \wedge \mathbf{u} + \tfrac{1}{2}\,\text{grad}\,\mathbf{u}^2$$

e nelle quali $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ sono vettori e σ è omografia vettoriale.

1. Per dimostrare quanto abbiamo affermato riguardo alle curvature, occorre esaminare le seguenti proprietà di σ.

L'omografia σ trasforma un vettore qualsiasi in un vettore parallelo al piano tangente a Σ nel punto P, cioè

$$(1) \qquad \mathbf{N} \times \sigma\mathbf{x} = 0, \text{ qualunque sia il vettore } \mathbf{x}.$$

Dall'ultima (γ), per essere $\text{grad}\,\mathbf{N}^2 = \text{grad}\,1 = 0$ si trae $\mathrm{K}\sigma\mathbf{N} = 0$; quindi $\mathbf{x} \times \mathrm{K}\sigma\mathbf{N} = 0$ e da (α) la (1).

Il vettore $\sigma\mathbf{N}$ è nullo. Il vettore dell'omografia σ è nullo e quindi è nulla anche la rotazione di $\mathbf{N}$, *e* $\mathrm{K}\sigma$ *coincide con* σ, cioè

$$(2) \qquad \sigma\mathbf{N} = 0 \quad , \quad \mathrm{V}\sigma = 0 \quad , \quad \text{rot}\,\mathbf{N} = 0 \quad , \quad \mathrm{K}\sigma = \sigma.$$

Il punto $\mathrm{P} + \mathbf{u}$, con $\mathbf{u}$ vettore tale che $\mathbf{u} \times \sigma\mathbf{u} = \text{cost}$, descrive una quadrica θ, che *non è propria*, perchè $\mathrm{K}\sigma\mathbf{N} = 0$ cioè $\mathrm{K}\sigma$ e σ sono dege-

neri. Il cono assintoto di θ si ha per $\mathbf{u} \times \sigma\mathbf{u} = 0$; ora a tale condizione soddisfano i vettori paralleli ad $\mathbf{N}$ (per la (1)): e quindi il cono, o è formato dalla sola normale a Σ in P, o da due piani uscenti da questa retta (Σ non sia un piano). In ogni caso $\mathbf{N}$ è *direzione principale* di θ ed è quindi vettore *unito* per la *dilatazione* di σ (per $D\sigma$), cioè esiste un numero reale h tale che $D\sigma\mathbf{N} = h\mathbf{N}$. In conseguenza

$$\sigma\mathbf{N} = D\sigma\mathbf{N} + (V\sigma) \wedge \mathbf{N} = h\mathbf{N} + (V\sigma) \wedge \mathbf{N};$$

ma da (δ) si ha, essendo $\operatorname{grad} \mathbf{N}^2 = 0$,

$$\sigma\mathbf{N} = (\operatorname{rot} \mathbf{N}) \wedge \mathbf{N} = 2(V\sigma) \wedge \mathbf{N},$$

che combinata con la precedente dà

$$\sigma\mathbf{N} = h\mathbf{N} + \tfrac{1}{2}\sigma\mathbf{N} \quad \text{da cui} \quad \sigma\mathbf{N} = 2h\mathbf{N},$$

e, per le (1), $0 = \mathbf{N} \times \sigma\mathbf{N} = 2h$, $h = 0$ cioè $\sigma\mathbf{N} = 0$.

Fissato, ad es., $\mathbf{u}$ normale ad $\mathbf{N}$, il numero $\mathbf{u} \times \sigma\mathbf{u}$ è determinato e, se non è nullo, θ è un cilindro con le generatrici parallele ad $\mathbf{N}$, perchè per $\mathbf{v} = \mathbf{u} + k\mathbf{N}$ si ha $\mathbf{v} \times \sigma\mathbf{v} = \mathbf{u} \times \sigma\mathbf{u}$. La sezione retta, per P (indicatrice di Dupin) di questo cilindro è una conica che ammette sempre due, o infiniti, *assi* le cui direzioni (delle *linee di curvatura* in P) sono unite rispetto a σ. Allora, se $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ sono vettori unitarî e ortogonali nelle direzioni degli assi, sarà $\mathbf{x} \wedge \sigma\mathbf{x} = 0$, $\mathbf{y} \wedge \sigma\mathbf{y} = 0$ e quindi

$$2V\sigma = \mathbf{x} \wedge \sigma\mathbf{x} + \mathbf{y} \wedge \sigma\mathbf{y} = \mathbf{N} \wedge \sigma\mathbf{N} = 0,$$

cioè $V\sigma = 0$ e $\operatorname{rot} \mathbf{N} = 0$.

Dall'essere $V\sigma = 0$ risulta subito che $K\sigma = \sigma$ perchè $\sigma = D\sigma + (V\sigma)\wedge$ e $K\sigma = D\sigma - (V\sigma)\wedge$.

Se φ è numero reale, funzione di P, *il suo gradiente è normale ad* $\mathbf{N}$, cioè

$$\mathbf{N} \times \operatorname{grad} \varphi = 0, \tag{3}$$

e quindi: $\operatorname{grad} \varphi$ *è la direzione di quella normale in* P *alla linea* $\varphi = \text{cost}$ *che giace nel piano tangente a* Σ *e* $\mathbf{N} \wedge \operatorname{grad} \varphi$ *è la direzione della tangente in* P *alla stessa linea.*

Sia ψ un altro numero funzione di P. Per ogni punto di Σ, in un certo intorno di P, passi una sola linea φ e una sola linea ψ che in ciascun punto del campo abbiano tangenti determinate e non parallele. Il punto P è, in tale intorno, funzione di φ e ψ; P'_φ e P'_ψ siano le sue derivate parziali rispetto a φ e ψ, e il verso di $\mathbf{N}$ sia tale che

$$\mathbf{N} = \frac{P'_\varphi \wedge P'_\psi}{\operatorname{mod}(P'_\varphi \wedge P'_\psi)} = \frac{P'_\varphi \wedge P'_\psi}{m}.$$

Se ora moltiplichiamo internamente ($\times$) i due membri della identità

$$dP = P'_\varphi \, d\varphi + P'_\psi \, d\psi$$

per $\mathbf{N} \wedge P'_\psi$, si ha

$$d\varphi = -\frac{1}{m} \mathbf{N} \wedge P'_\psi \times dP \text{; da cui, grad } \varphi = -\frac{1}{m} \mathbf{N} \wedge P'_\psi$$

che dimostra quanto abbiamo affermato.

2. Dimostriamo ora le formule (I)-(III').

Siano γ, γ' due linee di Σ, uscenti da P, ed aventi, nel punto P, la *tangente*, *normale principale* e *binormale*, parallele, rispettivamente, ai vettori

$$\mathbf{x}, \mathbf{N}, \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \quad ; \quad \mathbf{x}, \mathbf{N} \wedge \mathbf{x}, \mathbf{N},$$

essendo $\mathbf{x}$ vettore unitario normale ad $\mathbf{N}$.

I numeri $\mathfrak{N}_\mathbf{x}$, $\mathfrak{G}_\mathbf{x}$ si definiscono di solito, almeno in sostanza, come *flessioni* in P, rispettivamente, di γ, γ' e $\mathfrak{T}_\mathbf{x}$ come *torsione* in P di γ, o, il che equivale a meno del segno, di γ'. Allora se osserviamo che, essendo $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ vettori,

$$\frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{v}$$

è la « *derivata di* $\mathbf{u}$ *presa nella direzione* $\mathbf{v}$ » [1] e ricordiamo le *formule vettoriali* di Frenet, si ha, stabilendo i segni di $\mathfrak{N}, \mathfrak{G}, \mathfrak{T}$,

$$\mathfrak{N}_\mathbf{x} = \left(\frac{d\mathbf{N}}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{x} = -\left(\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{N} \tag{4}$$

$$\mathfrak{G}_\mathbf{x} = \left(\frac{d(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x})}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{x} = -\left(\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \tag{5}$$

$$\mathfrak{T}_\mathbf{x} = \left(\frac{d\mathbf{N}}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} = -\left(\frac{d(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x})}{dP} \mathbf{x}\right) \times \mathbf{N}. \tag{6}$$

Gli ultimi membri sono stati ottenuti dai primi (definizioni) applicando alle identità

$$\mathbf{N} \times \mathbf{x} = 0 \quad , \quad (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \times \mathbf{x} = 0 \quad , \quad \mathbf{N} \times (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) = 0$$

le regole di calcolo vettoriale (γ) e (α).

Da (δ), per essere $\mathbf{x}^2 = 1$, si trae $\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x} = (\text{rot}\, \mathbf{x}) \wedge \mathbf{x}$, e dalle (4)

[1] Qualunque sia l'ente m, funzione di P, $\frac{dm}{dP} \mathbf{v}$ dà, sotto forma assoluta, il *quoziente differenziale di m nella direzione* $\mathbf{v}$ così opportunamente considerato dal Cesàro (Geometria intrinseca). Per una definizione quasi assoluta del quoziente differenziale cfr. C. Burali-Forti, *Lezioni di geometria metrico-proiettiva*, Torino, Bocca, 1904.

risultano subito le due prime forme della (I). Per ottenere la terza forma si osservi che in virtù delle (1), (2), (β) si ha

$$(a)\quad \mathrm{inv}_2\,\sigma = \sigma\mathbf{x}\wedge\sigma(\mathbf{N}\wedge\mathbf{x})\times\mathbf{N} = \sigma\mathbf{x}\times\}(\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}-\mathbf{N}\wedge\sigma\mathbf{x}\{\times\mathbf{N} = \\ = (\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x}-(\sigma\mathbf{x})^2 = (\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathfrak{N}_{\mathbf{x}}-(\sigma\mathbf{x})^2.$$

Nello stesso modo dalla seconda forma (5) si trae (eseguendo il prodotto interno dei due prodotti vettoriali) la prima forma della (II) e da questa la seconda mediante la nota formula

$$\mathrm{div}\,(\mathbf{u}\wedge\mathbf{v}) = \mathbf{v}\times\mathrm{rot}\,\mathbf{u}-\mathbf{u}\times\mathrm{rot}\,\mathbf{v}$$

e tenendo conto della (2).

Le (III) si ottengono subito da (6) con la (α).

Per avere le (I'), (II'), (III') basta porre nelle corrispondenti, in virtù della (3),

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}\wedge\frac{\mathrm{grad}\,\varphi}{\mathrm{mod}\,\mathrm{grad}\,\varphi}.$$

Dalle seconde forme (II) e (III) si ottengono subito le (II'), (III'). La (I') si ottiene osservando che dalla seconda forma (I) si ha

$$(b)\quad \mathfrak{N}_{\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}} = \mathbf{N}\wedge\mathbf{x}\times\sigma(\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}) = \mathbf{N}\wedge\mathbf{x}\times\}(\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}-\mathbf{N}\wedge\sigma\mathbf{x}\{ \\ = \mathrm{inv}_1\,\sigma-\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x} = \mathrm{inv}_1\,\sigma-\mathfrak{N}_{\mathbf{x}}.$$

Che $\mathrm{inv}_1\,\sigma$ e $\mathrm{inv}_2\,\sigma$ siano le curvature media e totale di Σ in P apparisce dalle formule

$$(7)\qquad \mathfrak{N}_{\mathbf{x}}+\mathfrak{N}_{\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}} = \mathrm{inv}_1\,\sigma$$

$$(8)\qquad \mathfrak{N}_{\mathbf{x}}\,\mathfrak{N}_{\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}}-(\mathfrak{T}_{\mathbf{x}})^2 = \mathrm{inv}_2\,\sigma\ \text{(1)};$$

la (7) è dimostrata dalla (b); la (8) risulta da (a) osservando che

$$\mathfrak{N}_{\mathbf{x}}\,\mathfrak{N}_{\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}}-(\mathfrak{T}_{\mathbf{x}})^2 = \mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x}(\mathrm{inv}_1\,\sigma-\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x})-(\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x})^2 = \\ = (\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x}-\}(\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x})^2+(\mathbf{x}\wedge\sigma\mathbf{x})^2\{ = (\mathrm{inv}_1\,\sigma)\,\mathbf{x}\times\sigma\mathbf{x}-(\sigma\mathbf{x})^2.$$

3. Infine, omettendo molti altri risultati che si possono ottenere con egual facilità, e sempre in modo assoluto, vediamo come possa esprimersi in funzione di un vettore arbitrario $\mathbf{x}$, purchè unitario e normale ad $\mathbf{N}$, l'ordinario $\Delta_2\varphi$, cioè la $\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\varphi$. Si ha

$$(9)\qquad \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\varphi = \left\{\frac{d\,\mathrm{grad}\,\varphi}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{x}\right\}\times\mathbf{x}+\left\{\frac{d\,\mathrm{grad}\,\varphi}{d\mathrm{P}}\,(\mathbf{N}\wedge\mathbf{x})\right\}\times\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}\ \text{(2)}.$$

(1) Dalla seconda forma (III) si ha subito $\mathfrak{T}_{\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}} = -\mathfrak{T}_{\mathbf{x}}$.

(2) Cfr. Cesàro, *Geometria intrinseca* e C. Burali-Forti, *Formule di Frenet* (n. 5), Atti Acc. Torino (1902). La seconda forma invariantiva

$$\left\{\frac{d\,\mathrm{grad}\,\varphi}{d\mathrm{P}}\,(\mathbf{N}\wedge\mathbf{x})\right\}\times\mathbf{x}-\left\{\frac{d\,\mathrm{grad}\,\varphi}{d\mathrm{P}}\,\mathbf{x}\right\}\times\mathbf{N}\wedge\mathbf{x}$$

risulta subito nulla applicando (β) al primo termine.

Posto $\lambda = \frac{d \operatorname{grad} \varphi}{dP}$, e osservando che $K\lambda = \lambda$ perchè $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$, si ha da (β),

$$\lambda(N \wedge x) \times N \wedge x = \{(\operatorname{inv}_1 \lambda) N \wedge x - N \wedge \lambda x + x \wedge \lambda N\} \times N \wedge x =$$
$$= \operatorname{inv}_1 \lambda - (\lambda x) \times x - N \wedge \lambda N ;$$

ma $\operatorname{inv}_1 \lambda$ vale la $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$; inoltre se y è vettore normale ad N e si applica la prima (γ) alla identità $y \times N = 0$, ponendo $w = N$, si trova subito $N \times K \frac{dy}{dP} N = 0$; la (9) è dunque dimostrata.

Fisica. — *Pressione e conducibilità elettrica dell'atmosfera.* Nota di Lavoro Amaduzzi, presentata dal Socio A. Righi.

È noto come varî argomenti inducano a pensare che per gran parte la conducibilità elettrica dell'atmosfera sia dovuta a ionizzazione determinata da materiale radioattivo che nell'atmosfera medesima si diffonde dal suolo. Le prime misure di Elster e Geitel sull'aria delle cantine e delle grotte sono state appoggiate da altre numerose che sarebbe superfluo qui enumerare. Va tenuto presente, è vero, qualche caso di eccezione pel quale la conducibilità elettrica dell'aria di sotterranei invece che maggiore di quella dell'aria libera è minore; ma si tratta di eccezioni che, come si suol dire, confermano la regola.

Sono ben note anche le considerazioni dell' Ebert in rapporto all' influenza che sulle variazioni di pressione atmosferica dovrebbe avere il riversarsi nell'aria del materiale proveniente dal suolo. Sotto l' influenza di basse pressioni barometriche l'aria contenuta nei condotti capillari del terreno, riversandosi nell'atmosfera, ne aumenterebbe il tenore in emanazione, mentre per alte pressioni quest'aria sarebbe invece di nuovo spinta entro il terreno stesso a raccogliere nuovo materiale radioattivo: in corrispondenza dei massimi di pressione atmosferica si dovrebbe avere basso valore per la ionizzazione dell'atmosferica, ed in corrispondenza dei minimi invece alto valore per la ionizzazione. P. Zölss [1] a Kremsmünster ha difatti veduto che la conducibilità elettrica dell'aria al fondo di un pozzo di 60 metri di profondità segue esattamente le oscillazioni della pressione atmosferica; ma non si mostra molto soddisfatto, in quanto alcune volte si hanno dei risultati in contraddizione colle vedute di Ebert.

È evidente, che se una relazione esiste, come pare probabile, fra pressione e dispersione atmosferica, per quanto mascherata dall'azione di molti

[1] Phys. Zeits., 6, pag. 129, 1905.