

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVIII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909

proprietà analoghe a quelle della facoproteina in soluzione debolmente alcalina. All'azione precipitante degli  $H^+$  sull'alcaliproteina, però, si aggiunge l'azione specifica degli anioni, altrimenti non potremmo spiegarci la maggior azione opacante degli acidi acetico e solforico in confronto con l'acido cloridrico.

Fisica — *Intorno ad alcune applicazioni di un prisma isoscele ad inclinazione costante.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

È noto che in un prisma isoscele, p. es. di vetro, la faccia compresa fra gli angoli uguali riflette totalmente i raggi luminosi che cadono su di essa nell'interno del prisma con un incidenza maggiore di circa  $42^\circ$  e si comporta quindi come uno specchio piano brillantissimo, che ha inoltre il vantaggio sugli specchi usuali di produrre immagini intense anche dei punti luminosi che si trovano angularmente vicini al piano della faccia, o su di esso piano o anche dietro di esso fino ad un certo angolo, perchè la rifrazione dei raggi luminosi sopra una o l'altra delle faccie laterali fa deviare sul lato riflettente della faccia molti raggi che senza di essa rifrazione non vi cadrebbero.

Se si colloca un tal prisma dinanzi all'obbiettivo di un cannocchiale o direttamente dinanzi all'occhio, in modo che l'asse ottico o l'asse principale coincida all'incirca col piano della faccia riflettente, si osservano due immagini degli oggetti lontani, una, quella solita prodotta dai raggi che penetrano direttamente nella parte rimasta scoperta dell'obbiettivo o della pupilla, l'altra prodotta dai raggi che si riflettono internamente o esternamente sulla faccia suddetta. Queste due immagini sono simmetriche rispetto al piano della faccia e si intersecano quindi nei punti i quali giacciono su di esso piano, e producono così una sola immagine.

[Gli oggetti vicini producono invece tre immagini, perchè quella prodotta per riflessione interna è un po' spostata parallelamente per effetto della rifrazione e non coincide esattamente con quella prodotta per riflessione esterna.

Se gli angoli adiacenti alla faccia riflettente non fossero uguali, le due rifrazioni e dispersioni, all'ingresso e all'egresso del prisma, non si compenserebbero interamente e l'immagine prodotta per riflessione risulterebbe deviata, deformata, e non acromatica. Se il prisma fosse un po' piramidale l'immagine riflessa sarebbe spostata lateralmente rispetto al piano di incidenza e non potrebbe mai coincidere coll'immagine diretta.

Se si dovessero osservare oggetti per riflessione sotto un incidenza interna minore di  $42^\circ$ , la riflessione sarebbe parziale e gioverebbe quindi, per evitare la relativa perdita di luce, che la faccia fosse inargentata].

Credo che il prisma suddetto, che fin dal 1820 fu dall'Amici applicato ad un sestante e ad un cannocchiale « iconantidiptico », possa avere parecchie altre utili applicazioni. Così disposto su un treppiedi con viti di livello in modo che la faccia riflettente possa esser resa orizzontale, esso potrà servire come orizzonte artificiale, anche per oggetti che trovansi molto vicini all'orizzonte o sotto di questo; si potrà riconoscere l'orizzontalità della faccia, cambiandone o meglio invertendone l'orientazione.

Inoltre se il prisma è sospeso a modo di pendolo, sì che possa oscillare liberamente attorno ad un asse parallelo alle costole, orizzontale e perpendicolare all'asse ottico del cannocchiale, per l'azione della gravità esso prisma si disporrà colla faccia riflettente inclinata sull'orizzonte di un angolo costante.

Anzitutto se l'asse è collocato in modo che la faccia riflettente si disponga orizzontalmente, il prisma con cannocchiale o senza, potrà servire come livella per riconoscere quali punti si trovino nel piano orizzontale che passa per l'occhio dell'osservatore, poichè essi si trovano nell'intersezione delle due immagini, una dritta, l'altra rovesciata, prodotte dal prisma, e danno una sola immagine. Sarà facile verificare l'orizzontalità della faccia riflettente, basterà invertire il prisma (facendolo girare di  $180^\circ$  attorno ad un asse verticale), i punti che trovansi allo stesso livello dell'occhio dell'osservatore dovranno risultare gli stessi di prima.

Mi son servito di una livella di questo genere in varie esperienze di ottica, per verificare oppure ottenere l'orizzontalità dei raggi provenienti sia direttamente dal portaluca sia dopo essere stati riflessi e rifratti; la maggior parte dei fenomeni riescono così più nitidi.

Una tale livella può servire altresì da orizzonte artificiale, da appendersi, nei modi che saranno descritti in seguito, al tubo del cannocchiale dinanzi all'obbiettivo nei sestanti o cerchi graduati fissi, procurando il doppio vantaggio di esser sempre nel campo del cannocchiale, e di poter servire per punti situati vicini o anche al disotto dell'orizzonte, quali possono capitare in luoghi montuosi, o in ascensioni aeronautiche.

Se invece l'asse è collocato in modo che la faccia riflettente si disponga verticalmente, lo strumento potrà servire per la verificaione dell'ora o la determinazione della longitudine, coll'osservare quando due stelle (una delle quali potrebbe essere la Polare) hanno la stessa altezza; difatti orientando convenientemente il prisma si può condurre l'immagine riflessa di una stella ad essere sulla stessa verticale dell'immagine diretta dell'altra, e quindi a coincidere con essa se entrambe hanno la stessa altezza. L'esatta verticalità dello specchio si riconosce agevolmente, perchè osservando con un cannocchiale munito d'oculare di Gauss, inclinato e diretto verso l'intersezione del piano della faccia con un vicino orizzonte artificiale, l'immagine del reticolo per evidenti ragioni geometriche dovrà apparire unica. Se lo specchio e l'orizzonte

fossero entrambi lamine piane di vetro, si potrebbero, osservando anzitutto colla luce del sodio, ottenere frange di interferenza che si allargherebbero a misura che la perpendicolarità delle due lamine diviene più esatta.

Finalmente se l'asse è collocato in modo che la faccia riflettente prenda una inclinazione qualsiasi, diversa da  $0^\circ$  e da  $90^\circ$  ma costante, lo strumento, che potrà quindi esser chiamato Clinostato, servirà utilmente e facilmente all'osservazioni delle altezze corrispondenti del sole o d'una stella, poichè le due immagini, diretta e riflessa della medesima, coincideranno quando la sua altezza, sia ad Est che ad Ovest, sarà uguale all'inclinazione costante della faccia riflettente sull'orizzonte. Oggetto precipuo di questa Nota è studio e la descrizione di questo strumento.

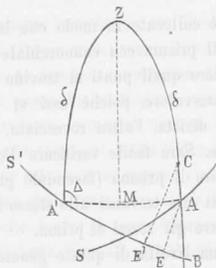


FIG. 1.

La coincidenza o la distanza delle due immagini, diretta e riflessa, di una stella dipendono oltrechè dall'inclinazione della faccia riflettente anche dall'orientamento e dall'inclinazione dell'asse di oscillazione, quindi affinchè la coincidenza delle due immagini suddette sia indizio sicuro d'una costante altezza di una stella è necessario che l'orientamento rispetto alla stella e l'inclinazione dell'asse siano in ogni caso gli stessi; l'orientamento e l'inclinazione più facili ad ottenersi e più propizii all'esattezza delle determinazioni si hanno quando l'asse di rotazione è perpendicolare al piano azimutale della stella (ossia all'asse ottico del cannocchiale se la stella appare nel centro del campo) ed orizzontale.

Sebbene, come l'osservazione ed il calcolo dimostrano, non sia necessario che queste condizioni siano soddisfatte molto esattamente e quindi siano molto facilmente ottenibili, è utile determinare l'effetto di una deviazione da ciascuna di esse.

Sia ZA la traccia sulla sfera celeste del piano azimutale di una stella A, AS quella perpendicolare dello specchio nel cui piano trovasi la stella, le due immagini diretta e riflessa coincideranno; se si fa ruotare lo specchio di un angolo  $AZA' = Z$  dimodochè la sua traccia diventi A'B, la distanza

angolare della stella A dallo specchio ossia la semidistanza angolare della medesima dalla sua immagine sarà divenuta  $AE = \varepsilon$  e l'angolo della congiungenti le due immagini col piano azimutale della stella sarà  $BAE = \theta$ . Siano inoltre  $\delta = ZA$  ed  $h$  la distanza zenitale e l'altezza della stella,  $A$  l'angolo  $ZAA' = ZA'A$ ,  $B$  l'angolo  $ZBA'$ ,  $k$  e  $k'$  gli archi  $AB$  ed  $AC$ ,  $\varepsilon'$  l'arco  $CE'$ ,  $z$  l'arco  $AA' = 2AM$ ; il triangolo rettangolo  $ZAM$  dà:

$$\operatorname{sen} \frac{z}{2} = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \frac{Z}{2}$$

il triangolo isoscele  $ZAA'$  dà:

$$\operatorname{sen} A = \operatorname{sen} \delta \frac{\operatorname{sen} Z}{\operatorname{sen} z} = \cos \frac{z}{2} : \cos \frac{z}{2};$$

il triangolo  $AA'E$  dà:

$$(1) \quad \operatorname{sen} \varepsilon = \cos A \operatorname{sen} z = \operatorname{sen} 2h \operatorname{sen}^2 \frac{Z}{2}$$

ed i triangoli  $ZA'B$  e  $BAE$  danno

$$\cos B = \cos \delta \operatorname{sen} Z, \quad \operatorname{sen} \theta = \frac{\cos A}{\cos \delta} = \frac{\cos \delta \operatorname{sen} Z}{\cos \varepsilon}$$

ossia con molto approssimazione se  $Z$  è piccolo e quindi per la (1) lo è tanto più  $\varepsilon$ , si ha:

$$(2) \quad \operatorname{sen} \theta = \cos \delta \operatorname{sen} Z.$$

Risulta dunque per la (1) che se lo specchio devia dalla perpendicolarità al piano azimutale della stella, per effetto della rotazione di un piccolo angolo  $Z$ , le due immagini della stella supposte prima coincidenti verranno ad allontanarsi di un angolo  $Z^2 \operatorname{sen} 2h/2$  notevolmente minore di  $Z$  se questo è piccolo e quindi trascurabile. Siccome per effetto di tale rotazione la congiungente le due immagini verrà a fare un angolo  $\theta$  colla verticale, dello stesso ordine di grandezza di  $Z$ , basterà ottenere che essa congiungente sia approssimativamente verticale perchè  $Z$  sia piccolissimo e la sua influenza sulla distanza delle immagini sia trascurabile, e quindi le due immagini continueranno apparentemente a coincidere nonostante la suddetta rotazione.

Colla nuova posizione dello specchio la coincidenza delle immagini avverrebbe se la stella fosse in  $B$  cioè per un'altezza  $h' = h - k$ , se  $h$  era l'altezza della stella  $A$ . La differenza fra l'altezza  $h'$  della stella  $B$  che produce due immagini coincidenti e l'inclinazione costante  $h$  dello specchio è  $k$ , che si ricava dal triangolo  $AEB$  che dà:

$$\operatorname{sen} k = \frac{\operatorname{sen} \varepsilon}{\operatorname{sen} B} = \frac{\operatorname{sen} 2\delta \operatorname{sen}^2 \frac{Z}{2}}{1 - \cos^2 \delta \operatorname{sen}^2 Z}.$$

Se la stella A che inizialmente si è supposta nel piano dello specchio si trovasse in C, ad una piccola distanza  $k'$ , le formule diverrebbero più complicate senza che i risultati essenziali derivanti dalle (1) e (2) possano cambiare. In questo caso il triangolo AE'B darebbe

$$\text{sen } \epsilon' = \text{sen } (k + k') \cdot \text{sen } B = \text{sen } \epsilon \left( \cos k' + \frac{\text{sen } k'}{\text{tang } k} \right).$$

La rotazione ora considerata dello specchio attorno ad un asse verticale, oltre ad essere in condizioni ordinarie poco nociva, è inoltre praticamente impossibile a prodursi se l'asse di oscillazione del prisma è fissato stabilmente al cannocchiale; più facilmente invece può prodursi una rotazione attorno ad un asse orizzontale, come avverrebbe, allorchè dopo aver osservato

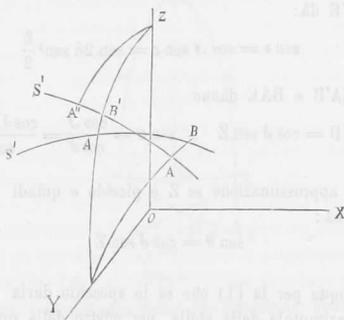


FIG. 2.

il contatto delle immagini ad Est si gira il cannocchiale per il nuovo contatto ad Ovest, se il piano su cui riposa lo strumento e sul quale si effettua la rotazione non fosse verticale e lo strumento fosse sprovvisto di livella e di viti calanti.

Sia Z lo zenit, ZOY il piano azimutale della stella A, ZAY l'intersezione di questo piano colla sfera celeste, AB quella dello specchio; suppongo che l'asse o coltello di sospensione del prisma si trovi nel piano ZX e sia all'incirca parallelo ad OX, cioè orizzontale. Se si fa ruotare quest'asse di un certo angolo ZYB =  $\gamma$ , che suppongo molto piccolo, attorno ad OY, esso rimarrà nel piano ZX che è verticale e per necessità di equilibrio vi rimarrà altresì il centro di gravità del prisma colla sua armatura, quindi lo specchio ruoterà anche esso di un angolo  $\gamma$  attorno ad OY, prendendo per es. la posizione indicata dalla traccia S'B', il punto A dello specchio andrà in A' e sarà l'inclinazione primitiva dello specchio  $\gamma A = h = \gamma A'$  ed inoltre sarà  $\gamma B =$

$= YB' = \frac{\pi}{2} - ZB'$ . Pongo  $ZB' = a''$ ; se  $ZA''$  rappresenta l'arco di cerchio massimo condotto da  $Z$  perpendicolarmente alla nuova traccia dello specchio ed è  $ZA'' = d'$ , la nuova inclinazione dello specchio sull'orizzonte sarà  $\pi/2 - d' = h'$ .

Ciò posto, il triangolo rettangolo  $ZA''B'$  dà:

$$\text{sen } d' / \text{sen } B' = \text{sen } a'' / 1,$$

ed il triangolo  $YAB$  dà:

$$\text{sen } h / \text{sen } B = \text{sen } YB / 1, \text{ ossia } \text{sen } h / \text{sen } B' = \cos a'' / 1,$$

ed inoltre  $\text{tang } a'' = \cos Y \text{ tang } h$ , mentre dalle due precedenti uguaglianze si ha:  $\text{tang } a'' = \text{sen } d' / \text{sen } h = \cos h' / \text{sen } h$ . Si ottiene dunque:

$$\cos h' = \cos h \cos Y,$$

e differenziando rispetto ad  $Y$ , essendo  $h$  costante:

$$dh' = \frac{\cos h}{\text{sen } h'} \cdot \text{sen } Y dY$$

quindi se si considera l'angolo  $Y$  di cui ha ruotato l'asse di sospensione come un infinitesimo di primo ordine, la variazione dell'inclinazione dello specchio, ossia approssimativamente il semi allontanamento che ne seguirà delle due immagini prima coincidenti sarà un infinitesimo di 2° ordine.

Se però l'asse avesse già una sensibile inclinazione  $Y$  sull'orizzonte, ossia se essendo orizzontale lo si facesse inclinare prima di un angolo finito  $Y$ , poi di un angolo infinitesimo (praticamente piccolissimo)  $dY$  per effetto di quest'ultima rotazione la variazione  $dh'$ , dove  $\text{sen } Y$  sarebbe finito sarebbe dello stesso ordine di grandezza di  $dY$ .

È utile notare che mentre la rotazione attorno ad  $OZ$  (in qualsiasi senso a partire dallo zero) fa diminuire l'altezza della stella cui corrisponde la coincidenza delle immagini, una rotazione dell'asse attorno ad  $OX$  (in qualsiasi senso a partire dall'orizzontalità) produce un aumento della stessa altezza. Gli effetti di queste due rotazioni sono contrari e possono compensarsi; di questa proprietà mi son giovato per rimediare alle imperfezioni degli strumenti da me costruiti.

Risultano da quanto precede le seguenti due regole per riconoscere la buona collocazione del prisma: 1°) le due immagini quando sono separate devono essere su di una stessa verticale; 2°) cambiando il più possibile l'orientamento del cannocchiale, usando cioè un oculare di grande campo reale e facendo spostare le immagini da un lato all'altro del campo, la loro distanza deve rimanere costante, o variare in senso inverso coll'avvicinarsi e successivo

allontanarsi dal centro del campo. Questa distanza deve rimanere costante anche se si fan girare alquanto le viti di livello.

Questa osservazione si fa comodamente scegliendo una stella le cui immagini quasi coincidano quando essa passa al meridiano, e quindi varia lentamente d'altezza, oppure facendo variare con opportuni pesetti l'inclinazione del prisma in modo da ottenere con qualsiasi stella questa condizione.

Le variazioni dell'inclinazione della faccia riflettente derivanti da quelle dell'inclinazione dell'asse di sospensione, sono evitate se il prisma può ruotare attorno ad un punto invece che attorno ad un asse ciò che si può ottenere sia con una sospensione cardanica, sia mediante una punta acuta d'acciaio fissata stabilmente al prisma in posizione conveniente e riposante sopra un

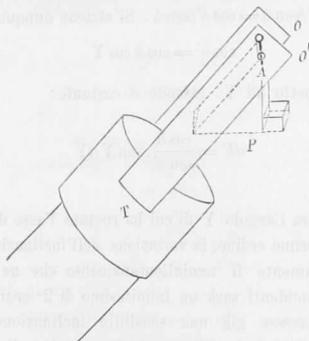


FIG. 3.

piano o una capsuletta d'agata. Quest'ultima disposizione molto semplice renderebbe difficile l'esatto orientamento del prisma, e potrebbe servire solo quando esso non fosse necessario, ossia quando la faccia riflettente dovesse essere orizzontale, come nella livella e nell'orizzonte artificiale suddetti.

La figura rappresenta i particolari del modo di sospensione del prisma, nello strumento da me sperimentato. Un corto tubo d'ottone T si può adattare esattamente sul tubo di un cannocchiale dal lato dell'obbiettivo ed è munito di due rigide liste O, O' pure d'ottone, simmetriche, saldatevi parallelamente all'asse, le quali all'estremità libera portano i cuscinetti su cui riposa l'asse di sospensione del prisma P, il qual asse deve esser perpendicolare all'asse del tubo. Il tubo T poteva ruotare con un conveniente attrito attorno al tubo del cannocchiale ed era munito di una graduazione arbitraria su cui un indice fisso al cannocchiale indicava la posizione, determinata una volta per sempre, per la quale l'asse di sospensione era orizzontale.

Feci coincidere all'incirca l'asse di sospensione colla costola superiore del prisma, perchè così mi era più facile ottenere l'opportuno parallelismo di entrambi, ma sarebbe stato forse più conveniente che detto asse fosse stato collocato nel mezzo della faccia riflettente (parallelamente alle costole del prisma) perchè l'ostruzione del campo prodotta dalle oscillazioni del prisma sarebbe stata simmetrica.

Feci molte prove usando come asse di sospensione un asse rotondo di acciaio (un pezzo di ferro da calze, di acciaio, di 1 mm. di diametro) perchè potevo così molto facilmente frenare le oscillazioni del prisma, ponendo a cavalcioni delle estremità libere dell'asse un filo o cordicella molto flessibile, colle estremità riunite e cariche di un peso più o meno grande, ma non riuscii a fissare i due cuscinetti estremi esattamente in linea retta ed il prisma non assumeva, fermandosi, una posizione esattamente costante, come potei osservare dirigendo lo strumento sia verso una stella prossima al meridiano e di tale altezza che le sue due immagini fossero pochissimo distanti, sia verso la sommità di un'alta vicina torre.

Sospesi quindi il prisma mediante due punte d'ago all'incirca verticali le cui estremità feci coincidere il meglio che mi fu possibile col prolungamento della costola suddetta; esse punte riposavano sul fondo di due vascettine in forma di V (ottenute tirando alla lampada un tubo di vetro piatto) fissate esternamente all'estremità superiore delle liste O ed O' suddette, e ripiene di un liquido molto viscoso.

Questo prisma sospeso, è molto sensibile, come l'orizzonte artificiale, alle correnti d'aria ed alle vibrazioni, che facendo oscillare l'immagine riflessa della stella impedirebbero l'esatta determinazione dell'istante in cui avviene la coincidenza delle due immagini.

Per difendere il prisma dalle correnti d'aria ho fatto uso di una scatola cilindrica di latta il cui coperchio, forato all'uopo, era saldato attorno al tubo del cannocchiale, e ad esso adattavo la scatola, il cui fondo pure con un foro del diametro del tubo era, coperto da una lamina di mica; tolta la scatola il prisma rimaneva accessibile e poteva esser tolto, pulito, modificato; collocata a posto la scatola, l'azione diretta delle correnti d'aria sul prisma era impedita. Usai anche una scatola pure col fondo di mica, che circondava il prisma e parte del tubo del cannocchiale senza toccarlo in nessun punto per evitare le vibrazioni che il vento imprimeva alla scatola e quindi al cannocchiale e al prisma. Inoltre, nel caso di un forte vento, collocai il cannocchiale presso una finestra socchiusa, colla fessura ostruita in massima parte.

Finalmente, per smorzare rapidamente le oscillazioni causate dalle inevitabili scosse che si producono sia nel far variare l'orientamento e l'inclinazione del cannocchiale per seguire il moto della stella, sia nel cambiar l'oculare che deve inizialmente avere un largo campo e poi un forte ingrandimento, usai

un liquido molto viscoso in cui pescavano per circa 1 cm. le punte d'ago che sostenevano il prisma.

La glicerina e l'olio di vasilina risultarono troppo fluidi, poichè la massa del prisma, coll'armatura d'ottone ed i contrappesi era relativamente grande ed il movimento delle punte suddette di poca ampiezza.

Usai varie mescolanze di olio di vasilina e colofonia, fuse assieme, due sostanze che non si alterano a contatto dell'aria. Alla temperatura di circa 25° risultò ottima una miscela di 2,5 parti in volume di colofonia ed una parte di olio di vasilina, che era viscosissima come colla sciolta e che sperimentai piuttosto per osservarne gli inconvenienti. I movimenti del prisma riuscivano lenti moderatamente ed aperiodici; ma la posizione in cui si fermava il prisma risultò affatto invariabile.

Lo strumento che sperimentai era buono per la parte ottica, molto imperfetto per la parte meccanica. Il cannocchiale aveva un obiettivo di 27 mm., gli oculari ed il prisma rettangolare di 27 mm. di lato, di Steinheil. Il sostegno era formato da un sostegno da palloni (Kolbenträger, cioè un tavolinetto di ghisa su asta che può sollevarsi e ruotare entro un tubo montato su tre piedi a viti calanti) sul quale avevo fissato un altro piede munito di un asse orizzontale che sosteneva il cannocchiale. Questo piede era quindi troppo debole, ed imperfetto; effettuavo i cambiamenti d'orientazione facendo scorrere i piedi sul piano di marmo, poichè il movimento attorno all'asse del sostegno produceva troppe scosse. Regolai l'orizzontalità dell'asse di sospensione del prisma nel modo già indicato, in modo cioè che facendo spostare le due immagini da destra a sinistra del campo del cannocchiale la variazione della loro distanza fosse minima e simmetrica.

Lo spazio concesso a questa Nota mi impedisce di riferire i risultati ottenuti col clinostato nella verificaione dell'ora nel 1908 e nel 1909. Mi contenterò di affermare che il disaccordo fu, normalmente, inferiore ad un secondo; una maggior esattezza non era ottenibile nelle condizioni in cui operavo.