ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

Meccanica. — *Azione esercitata da una massa liquida in moto sopra un corpo fisso.* Nota III del Corrisp. E. Almansi.

1. Dell'azione A esercitata da una massa liquida in moto, sopra un corpo fisso, ho dato, nella prima di queste Note, una espressione, in cui l'azione stessa si presenta come somma di tre termini, rappresentati da tre integrali estesi rispettivamente alla superficie σ che limita il corpo fisso S_0, allo spazio S occupato dal liquido, e all'insieme ω delle superficie sulle quali il movimento è discontinuo.

La formula ottenuta si presta, meglio di ogni altra, al calcolo di A, in casi particolari: quando, per esempio, il movimento è irrotazionale in ciascuna delle regioni in cui esso è continuo; o quando il movimento è stazionario.

Ma si può anche esprimere A mediante *un unico integrale esteso ad* S. In questa Nota io stabilisco la formula

$$A = \varrho \int_S a \, dS, \tag{1}$$

ove a contiene la funzione φ (precisamente le sue derivate seconde), e le componenti di velocità u, v, w, ma non le loro derivate rispetto ad x, y, z (nè le derivate rispetto al tempo).

Questa formula permette di considerare l'azione A come risultante di infinite azioni elementari $a.\varrho dS$ dovute alle singole particelle liquide ϱdS. L'azione di una particella dipende dalla posizione che essa occupa nello spazio S (in quanto a contiene la φ), e dalla sua velocità, nell'istante che si considera.

2. Mi riferisco ai primi paragrafi della Nota I. Diviso lo spazio S in un certo numero di spazî T, in ciascuno dei quali il movimento al tempo t, sia continuo, e introdotti gli integrali L, si ha $A = \Sigma L$. Ma (§ 2)

$$L = -\int_T \left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dT;$$

quindi:

$$A = -\int_S \left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dS. \tag{2}$$

Scriverò le equazioni dell'idrodinamica sotto la forma

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\varrho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + f'\right),$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\varrho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + f''\right),$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\varrho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + f'''\right),$$

ove

$$f' = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}, \text{ ecc.}$$

Sostituendo, nella formula (2), a $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}$ queste loro espressioni, avremo

$$A = \varrho(B + C),$$

in cui:

$$B = \int_S \left(\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) dS,$$

$$C = \int_S \left(f'\frac{\partial \varphi}{\partial x} + f''\frac{\partial \varphi}{\partial y} + f'''\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) dS.$$

Posto, come nella Nota I,

$$Q = u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y} + w\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \tag{3}$$

sarà:

$$B = \int_S \frac{\partial Q}{\partial t}\, dS = \int_S \frac{dQ}{dt}\, dS - \int_S \left(u\frac{\partial Q}{\partial x} + v\frac{\partial Q}{\partial y} + w\frac{\partial Q}{\partial z}\right) dS.$$

Ma $\int_S \frac{dQ}{dt}\, dS = \Sigma \int_T \frac{dQ}{dt}\, dT = 0$ (I, § 5). Dunque:

$$B = -\int_S \left(u\frac{\partial Q}{\partial x} + v\frac{\partial Q}{\partial y} + w\frac{\partial Q}{\partial z}\right) dS.$$

Se ora a Q sostituiamo la sua espressione (3), ed eseguiamo le derivate, troveremo

$$u\frac{\partial Q}{\partial x} + v\frac{\partial Q}{\partial y} + w\frac{\partial Q}{\partial z} = f'\frac{\partial \varphi}{\partial x} + f''\frac{\partial \varphi}{\partial y} + f'''\frac{\partial \varphi}{\partial z} + [Q]^2,$$

ove $[Q]^2$ denota la quantità

$$u^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + v^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + w^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2vw \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \, \partial z} + 2wu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \, \partial x} + 2uv \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \, \partial y},$$

vale a dire il quadrato di Q in cui ai quadrati e prodotti di derivate prime $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2$, $\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y}$, ecc., siano sostituite le derivate seconde $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \, \partial y}$, ecc. Perciò avremo

$$B = -\int_s \left(f' \frac{\partial \varphi}{\partial x} + f'' \frac{\partial \varphi}{\partial y} + f''' \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) dS - \int_s [Q]^2 \, dS,$$

ossia

$$B = -C - \int_s [Q]^2 \, dS;$$

da cui

$$B + C = -\int_s [Q]^2 \, dS;$$

e finalmente:

$$A = -\varrho \int_s [Q]^2 \, dS;$$

formula che si riduce alla (1) se si pone:

$$a = -[Q]^2.$$

Da questa espressione di A apparisce immediatamente la proprietà, già osservata nella Nota II, che per movimenti *simili* i valori di A sono proporzionali ai quadrati della velocità in un medesimo punto dello spazio; e, in particolare, che, invertendo il movimento, A rimane inalterata.

Geologia. — *Il profilo geologico del Sempione. I. La Val Devero* (figg. 1, 2 e 8) [1]. Nota del Socio Carlo De Stefani.

Avendo già esposto le mie idee, non conformi a quelle dominanti, sulla sezione geologica di Val Devero nelle Alpi Pennine e del prossimo Sempione [2], l'ing. Stella annunciò che mi avrebbe risposto. Perciò, ond'egli abbia modo di meglio discutere le mie idee, anticipo la trattazione di questo argomento [3], che riguarda uno dei problemi stratigrafici ritenuto dei più complicati e certo dei più trattati oggigiorno.

[1] È questa la seconda parte della Nota *Di alcuni carreggiamenti recentemente supposti in Italia.* I. *Gli strati delle Mulina nel Monte Pisano,* pubblicata nei Rendiconti. Vol. XVII, fasc. 5. Seduta 26 aprile 1908.

[2] Cfr. De Stefani, *La Valle Devero e il profilo del Sempione* (Boll. Soc. geol. ital. 1906).

[3] A. Stella, *Presentazione della Carta geologica delle regione del Sempione e rettifiche* (Boll. Soc. geol. ital. XXVII, 1908).