ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

la sua composizione, il suo punto di fusione (138°) si accordano con quello della maggior parte delle fitosterine note, quali quella da olio di cotone (*f.* 136°-137°), d'arachide (138°-138°.5) di sesamo (137°.5) di ravizzone (138-139°), di lino (138°), di papavero (137°), di ricino (136-137°), ecc.; e pure si accorda in massima il punto di fusione dei corrispondenti esteri studiati; così dicasi dell'attività ottica del prodotto studiato e dei suoi esteri, in confronto a quella di fitosterine ricavate dalle piante le più differenti.

Cosicchè, sebbene pei prodotti ricavati da altri olii non si abbia uno studio così esteso come quello da noi compiuto sul prodotto ricavato dall'olio di noci, è da ritenersi sia presente in molte piante una identica sostanza a cui proponiamo riserbare il nome di fitosterina; salvo l'esistenza di prodotti del medesimo gruppo, in alcune piante, o accompagnanti la fitosterina oppure presenti da soli.

Cristallografia. — *Sulla determinazione dell'indice di rifrazione al microscopio.* Nota del Corrispondente C. Viola.

Per determinare al microscopio l'indice di rifrazione di un liquido, con cui si misura l'indice medio di un minerale, si applica una disposizione

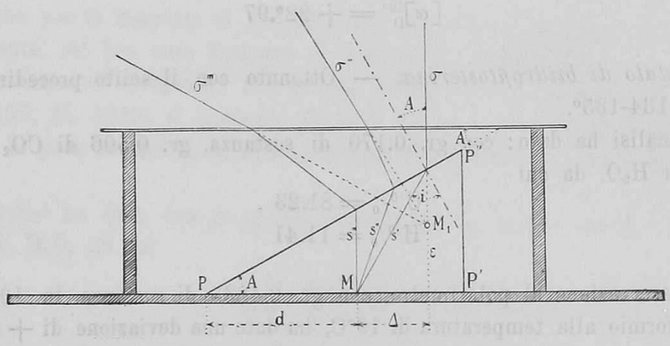

Fig. 1.

comoda e semplicissima, la quale consiste nel misurare lo scostamento che subisce una mira veduta col microscopio, quando vi si interponga un prisma di liquido. Per realizzare questo metodo di misura, Clerici [1] traccia al diamante le due mezzerie a croce sopra un vetrino portaoggetti, fissa nel loro incontro un prisma di vetro P P′ P″ (fig. 1) con lo spigolo rifrangente P parallelo alla mezzeria trasversale M, quindi un anello di vetro in modo da costituire una specie di recipientino cilindrico, nel cui mezzo è il prisma.

[1] E. Clerici, *Sulla determinazione dell'indice di rifrazione al microscopio*, in Rendiconti R. Accademia dei Lincei, I, 336, 1907; I, 351, 1909.

Si riempie il recipientino col liquido in esame, e per evitare il menisco si copre il liquido con un sottile vetrino coprioggetti. Con ciò è realizzata la esigenza che la luce proveniente dal polarizzatore attraversi un sistema di due prismi aderenti, di vetro e di liquido, ad angolo rifrangente identico A con le faccie inferiore e superiore orizzontali.

Osservando la mezzeria trasversale M col microscopio senza e poi con il sistema dei due prismi si noterà uno scostamento orizzontale Δ di detta mezzeria, mediante il quale si calcola l'indice di rifrazione del liquido in esame, quando siano dati quello del prisma di vetro e l'angolo rifrangente A.

La teoria su cui si basa questa determinazione dell'indice di rifrazione è semplicissima, e può essere riassunta in poche parole. Consideriamo infatti i raggi s' s'' s''' uscenti dal punto M, che rappresenta la mezzeria trasversale; essi dopo attraversato i due prismi, escono divergenti secondo σ' σ'' σ''' come uscenti dal punto M_1, che per conseguenza è l'immagine virtuale del punto M, generata dai due prismi. Il primo si trova scostato rispetto al secondo della qnantità ε nella verticale e della quantità Δ nell'orizzontale. Si scorge subito che tanto la quantità ε quanto la quantità Δ possono essere utilizzate per la determinazione dell'indice di rifrazione del liquido. Qui si tiene conto solamente di Δ.

A tal fine consideriamo il raggio incidente s' uscente da M, il quale corrisponde al raggio emergente σ' verticale. Essendo i l'angolo di incidenza del raggio s' sulla faccia comune ai due prismi, avremo

$$1)\qquad m \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} \mathrm{A} \quad \text{e} \quad n = \frac{m}{\operatorname{sen} \mathrm{A}} \,.\, \operatorname{sen} i$$

dove m è l'indice noto del prisma di vetro ed n incognito del liquido per rispetto all'aria.

Se si toglie il liquido e vi si sostituisce l'aria, avremo analogamente

$$2)\qquad m \operatorname{sen} i_0 = \operatorname{sen} \mathrm{A} \,.$$

Il rapporto $\frac{m}{\operatorname{sen} \mathrm{A}}$ è una costante determinabile con la precisione che si desidera. L'angolo di incidenza i si calcola con lo scostamento orizzontale Δ che l'immagine M_1 subisce rispetto alla mira M.

Chiamiamo con d la distanza, non misurabile direttamente, della mezzeria M dallo spigolo P del prisma di vetro (fig. 1), allora si avrà

$$\Delta = h \operatorname{tag}(i - \mathrm{A})$$

essendo

$$h = (d + \Delta) \operatorname{tag} \mathrm{A} \,.$$

E giacchè Δ è, in generale, piccolissimo rispetto a d, potremo scrivere semplicemente

3) $$\Delta = d \operatorname{tag} A \operatorname{tag}(i - A).$$

Se A, d sono noti, e Δ è levato con le misure, l'equazione 3) ci dà i, e la 1) il valore di n.

Si può vedere con quale esattezza è determinabile d.

Facendo l'osservazione nell'aria anzichè nel liquido, risulta analogamente

4) $$\Delta_0 = d \operatorname{tag} A . \operatorname{tag}(i_0 - A),$$

dalla quale si ricava d essendo noto i_0 dalla 2).

Misurando lo scostamento Δ_0 con un errore $\delta\Delta$, risulterà in d un errore δd, ossia

$$\frac{\delta\Delta}{\delta d} = \operatorname{tag} A . \operatorname{tag}(i_0 - A)$$

poichè gli errori in A e i_0 sono trascurabili.

Sia ad esempio $A = 30°$, $m = 1{,}5$ e quindi $i_0 = 19°20'10''$ si avrà

$$\frac{\delta\Delta}{\delta d} = 10.$$

Ritornando all'equazione 3), potremo con essa calcolare l'errore dell'angolo i, che chiameremo con δi, quando sieno noti gli errori δd e $\delta\Delta$; infatti si ha

$$\delta\Delta = \operatorname{tag} A . \operatorname{tag}(i - A) . \delta d + \frac{\operatorname{tag} A}{\cos^2(i - A)} d . \delta i.$$

Facciamo la supposizione che l'indice di rifrazione del liquido sia $n = 1{,}6$; allora si calcola

$$\operatorname{sen} i = \frac{1{,}6}{1{,}5} \operatorname{sen} A$$

ovvero per $A = 30°$, $\log \operatorname{sen} i = 9{,}726999$, e

$$i = 32°14' \quad \text{a} \quad i - A = 2°14',$$

donde

$$\operatorname{tag} A \operatorname{tag}(i - A) = 0.022516 \quad \text{e} \quad \frac{\operatorname{tag} A}{\cos^2(i - A)} = 0.5782.$$

Da qui si ricava

$$\delta\Delta = 0.0225 . \delta d + 0.5782 . d . \delta i.$$

Ma dall'esempio sopra citato si ha ancora

$$\delta d = 10 \, . \, \delta \Delta \, ,$$

e per conseguenza si può calcolare il valore di δi; infatti

$$\delta i = \frac{1}{0.5782 \, . \, d} \delta \Delta - \frac{0.0225}{0.5782 \, . \, d} d\delta \, .$$

Conviene osservare che i due errori $\delta \Delta$ e δd sono tra di loro indipendenti, infatti l'errore δd risulta o può risultare da una serie di misure, mentre $\delta \Delta$ è l'errore immediato di lettura in cui si incorre in ogni singolo caso. Dovremo perciò adottare il principio degli errori medî per la determinazione di δi, vale a dire scrivere

$$\delta i^2 = \left[\frac{1}{0.5782 \, . \, d} \, . \, \delta \Delta \right]^2 + \left[\frac{0.2255}{0.5782 \, . \, d} \, . \, \delta d \right]^2$$

e facendo $\delta d = 10 \, . \, \delta \Delta$ nella peggiore ipotesi, si ha

$$\delta i^2 = \left\{ \left[\frac{1}{0.5782 \, . \, d} \right]^2 + \left[\frac{0.2252}{0.5782 \, . \, d} \right]^2 \right\} \delta \Delta^2$$

opperò

$$\delta i = \pm 1.4 \frac{\delta \Delta}{d} \, .$$

Abbiamo supposto che lo scostamento $\delta \Delta$ sia dato con un'approssimazione di ± 0.01 mm., cosicchè

$$\delta i = \pm \frac{0.014}{d}$$

L'errore di i diminuisce con l'aumentare di d, sicchè sarà utile di adottare un prisma sufficientemente grande. Supposto $d = 10$ mm., si avrà definitivamente

$$\delta i = \pm 0.0014 \, .$$

Da questo errore nell'angolo di incidenza si passa facilmente all'errore nell'indice di rifrazione n.

Infatti si ha

1) $$m \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} \mathrm{A}$$

$$\delta n = \pm \frac{m \cos i}{\operatorname{sen} \mathrm{A}} \, . \, \delta i = \pm 2.538 \, . \, \delta i$$

e infine

$$\delta n = \pm 0.0036 \, .$$

L'indice di rifrazione di un liquido può dunque aversi con questo metodo con una esattezza che è situata nella terza decimale di circa quattro unità. Ma bene inteso la precisione nella misura dello scostamento deve essere dl 0.01 mm.

Questa esattezza si può ottenere applicando una scala sotto al portaoggetti, in cui il millimetro è diviso in 50 parti; ovvero costruendo l'apparecchio direttamente sopra un portaoggetti già graduato, in guisa che il prisma con lo spigolo basale lasci scoperta detta scala. Allora si potrà osservare col microscopio la mezzeria M attraverso lo spessore del liquido e attraverso i due prismi di vetro e di liquido. La lettura sulla scala darà allora direttamente lo scostamento $\Delta = MM_1$ in orizzontale (fig. 2).

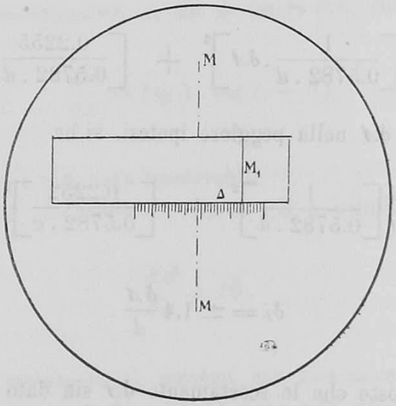

FIG. 2.

Riepilogando possiamo affermare che il metodo, qui esposto, è pratico per determinare l'indice di rifrazione al microscopio e assicura anche una esattezza, che è sufficiente per lo scopo a cui la determinazione deve servire. Il metodo è pratico in quanto con la misura dello scostamento Δ si ricava l'angolo i dall'equazione

3) $$\operatorname{tag}(i - \mathrm{A}) = \frac{\Delta}{d \operatorname{tag} \mathrm{A}}$$

e quindi l'indice di rifrazione del liquido in esame dall'equazione

1) $$n = \frac{m \operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \mathrm{A}}$$

dove A ed m sono noti, e la costante $d \operatorname{tag} \mathrm{A}$ può calcolarsi per mezzo della relazione

4) $$d \operatorname{tag} \mathrm{A} = \frac{\Delta_0}{\operatorname{tag}(i_0 - \mathrm{A})};$$

dove Δ_0 si misura, se in luogo del liquido in esame è sostituito un liquido dalla rifrazione nota o l'aria. In questo ultimo caso è

$$\text{2)} \qquad \operatorname{sen} i_0 = \frac{\operatorname{sen} A}{m} .$$

Clerici ha supposto che lo scostamento sia proporzionale alla tangente trigonometrica dell'angolo di deviazione come pel caso dell'angolo degli assi ottici; ma è evidente che il microscopio non può dare, come un cannocchiale accomodato per l'infinito, la deviazione di due raggi (di cui uno è verticale), quando esso venga puntato a un oggetto vicino, quale è la mezzeria nel caso nostro. Di più si vede che lo scostamento Δ cresce con d, con l'angolo A e con l'indice m, ed è perciò privo di valori massimi.

Matematica. — *Alcune proprietà degli integrali di certe classi di equazioni differenziali.* Nota di FILIPPO SIBIRANI, presentata dal Corrispondente ERNESTO PASCAL.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Sul problema dell'equilibrio elastico, dei solidi omogenei ed isotropi, dati gli spostamenti in superficie.* Nota del dott. UMBERTO CRUDELI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Nella mia Nota precedente [1], intitolata: *Metodo diretto per risolvere, dati gli spostamenti in superficie, il problema dell'equilibrio dei corpi elastici omogenei ed isotropi*, ho considerato completamente note le g_1, g_2, g_3, mentre contengono tre integrali, estesi allo spazio S, nei quali figura il Δ^2 delle funzioni incognite.

La considerazione di questi integrali, nel loro giusto significato, ci indurrebbe ad una equazione integrale di 2ª specie, nella quale la dilatazione θ è funzione incognita. Però la discussione relativa al nucleo, nei punti della superficie σ dello spazio S, non è, nello stato attuale, abbordabile.

(1) V. Rendic. d. R. Acc. d. Lincei, vol. XVIII, 2° sem., fasc. 10°, pag. 459.