ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

Fisica. — *Per lo studio delle cause del fenomeno delle sesse.* Nota di EMILIO ODDONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Le registrazioni limnografiche mostrano concordemente che il moto di una sessa è sinusoidale e che il sollevamento y_1 è funzione periodica del tempo esprimibile colla

$$y_1 = y_{1,m} \sin(pt + \varphi). \tag{1}$$

Il fatto che per ore ed ore, talvolta per varî giorni, gli $y_{1,m}$ si ripetono identicamente, senza quasi accenno a diminuzione [1], dice di per sè che la causa incognita che produce le sesse non può essere un semplice impulso una volta tanto alle acque del lago. Se ciò fosse, le acque raggiungerebbero improvvisamente un massimo d'ampiezza ed i successivi $y_{1,m}$ verrebbero in seguito a zero, attraverso ad un certo numero di oscillazioni decrescenti. È dunque probabile che le sollecitazioni siano varie e periodiche, forse anche esse sinusoidali, nel qual caso la teoria matematica di una sessa non dipenderà soltanto dall'equazione differenziale:

$$y'' + n^2 y = o \tag{2}$$

ma da quella più generale:

$$y'' + 2\varepsilon y' + n^2 y + \sigma Y'' = 0. \tag{2 bis}$$

Il termine $n^2 y$ è legato al periodo proprio T del lago, dalla $n = \frac{2\pi}{T}$.

Il termine $2\varepsilon y'$ riguarda lo smorzamento delle onde; il termine $\sigma Y''$ si riferisce alle accelerazioni delle sollecitazioni, che sono causa delle sesse.

Tutte le teorie relative alle sesse, siano quelle a lontana approssimazione del Merian, di lord Kelvin e del Du Boys; sia quella tanto genialmente elaborata dal Chrystal, hanno il significato fisico di riferirsi al periodo proprio d'oscillazione del lago non smorzato; esse fanno quindi capo alla equazione (2): nessuno si è mai occupato che le sesse potessero fare capo all'equazione (2 *bis*) che tien conto dello smorzamento, e definisce le sesse come il risultato delle ondulazioni proprie del lago, e dì quelle altre che le sesse originano.

Vediamo dove il nuovo ordine di idee può condurre.

[1] Generalmente il lago presenta parecchie onde sovrapposte ed allora pel fenomeno dei battimenti compaiono nei limnogramma delle lunghe teorie di gruppi, nei quali la diminuzione delle ampiezze è solo apparente.

Chiamiamo T il periodo proprio del lago, T_1 il periodo della forza perturbatrice.

Per $T_1 \neq T$ risulteranno oscillazioni forzate, per $T_1 = T$ avremo la risonanza. Nel primo caso il limnografo segnerà la curva complicata dovuta alla sovrapposizione dei due movimenti. Poichè non è probabile che le onde del lago presentino un fortissimo smorzamento, avremo al registratore una curva irregolarmente sfasata.

Ogni oscillazione forzata avrà nei suoi varî punti, eguali differenze di fasi coll'oscillazione propria armonica corrispondente, ampiezza proporzionale, ma periodo diverso.

Nel caso della risonanza l'oscillazione forzata osservata, differirà molto poco da una delle oscillazioni proprie armoniche del sistema, e ciò, ripeto, sia per la differenza di fasi nei diversi punti, sia pel rapporto delle ampiezze, sia pel periodo.

Nelle oscillazioni proprie il periodo dipende dalla configurazione del sistema, nelle oscillazioni forzate il periodo non dipende dalla configurazione del sistema.

La teoria dimostra che nelle oscillazioni forzate il periodo è quello della forza perturbatrice. Le dimostrazioni sono parecchie, noi scegliamo quella del principe di Galitzine, perchè oltre la dimostrazione teorica, egli ne ha dato la verifica sperimentale, valendosi di un vibratore meccanîco messo in azione dal moto ritmico del suolo, a sua volta azionato dalle scosse di un motore di 200 cavalli [1].

Estendiamo ai laghi il suo ragionamento.

Consideriamo una sessa di lago e siano noti gli spostamenti orizzontali y, a destra ed a sinistra di una linea nodale [2].

Indichiamo lo spostamento orizzontale periodico dell'acqua colla

(1 *bis*) $$y = y_m \sin(pt + \psi).$$

Questa formula (1 *bis*) fornisce il valore di y, e differenziata due volte rispetto a t, fornisce y' ed y''. Sostituendo questi valori di y, y', y'', nella (2 *bis*) avremo:

$$Y'' = -\frac{y_m}{\sigma}\left[(n^2 - p^2)\sin(pt+\psi) + 2\varepsilon p \cos(pt+\psi)\right]$$

[1] C. Rendus, 1910, e Memorie dell'Accademia Imperiale di Pietroburgo, ottobre 1909.

[2] Mi è più comodo considerare gli spostamenti orizzontali ai nodi, che non gli spostamenti verticali alle regioni ventrali. È vero che il limnografo registra le ampiezze verticali y_1 coll'ingrandimento dell'apparato, ma la legge d'oscillazione è identica e noi possiamo poi con comodo passare dagli y agli y_1 una volta noti l'ingrandimento, le dimensioni e la configurazione del lago.

oppure:

$$Y'' = -\frac{y_m}{\sigma}\sqrt{(n^2-p^2)^2+4\varepsilon^2p^2}\sin(pt+\psi+\Delta) \tag{3}$$

dove:

$$tg\,\Delta = \frac{2\,\varepsilon p}{n^2-p^2}.$$

Integrando la (3) due volte rispetto a t, avremo:

$$Y = \frac{y_m}{\sigma}\frac{}{p^2}\sqrt{(n^2-p^2)^2+4\varepsilon^2p^2}\sin(pt+\psi+\Delta)+c_1t+c_2 \tag{4}$$

dove Y essendo una funzione periodica, le costanti c_1 e c_2 vanno a zero.

Per comodità, scriviamo col Galitzine

$$\frac{n}{p} = \frac{T_1}{T} = u \tag{5}$$

ed

$$h = \frac{\varepsilon}{n} \tag{6}$$

allora la (4) prenderà la forma definitiva:

$$Y = \frac{y_m}{\sigma}\sqrt{(u^2-1)^2+4h^2u^2}\sin(pt+\psi+\Delta). \tag{7}$$

Essa dice che la causa perturbatrice, in suo moto d'ampiezza Y, segue la stessa legge d'oscillazione, coll'egual periodo T_1 del moto orizzontale dell'acqua presso la zona nodale.

Anche il registratore del limnografo segnerà questo periodo T_1. Ciò dimostrato, osserviamo che il coefficiente del seno della (7) dà l'ampiezza massima Y_m.

Possiamo dunque scrivere:

$$Y = Y_m\sin(pt+\varphi+\Delta) \tag{8}$$

e

$$Y_m = \frac{1}{\sigma}y_m\sqrt{(u^2-1)^2+4h^2u^2}. \tag{9}$$

È una formula importante che, colle semplificazioni che vedremo in seguito, serve a dare in valore assoluto l'ampiezza di moto Y_m di ciò che è causa della sessa in funzione dell'ampiezza massima y_m dell'ondulazione orizzontale delle acque del lago.

Nella (9) oltre la T_1, ed y_m che si ricavano dal registratore direttamente la prima, indirettamente la seconda, entrano le costanti del lago T, h e σ.

Di queste, quali conosciamo?

T, periodo proprio del lago, conviene in moltissimi casi calcolarlo mediante l'equazione canonica differenziale del Christal. Si può anche dedurlo dal limnogramma, quando cessati gli impulsi motorî, si ha la sessa in evidente regolare diminuzione.

Eventualmente T può anche essere dedotto in occasione di momentanee oscillazioni del lago prodotte da frana, da scoppio subacqueo, da rapida variazione barometrica, da terremoto, ecc. In questo caso il registratore fornisce un periodo T′ e se $\varDelta$ è il decremento logaritmo delle onde (1), dovrà essere:

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} = \frac{2\pi}{n}\sqrt{1 + \left(\frac{2}{\log e}\right)^2 \frac{1}{4\pi^2}\varDelta^2} = T\sqrt{1 + 0{,}53720\,\varDelta^2}$$

da cui

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 + 0{,}53720\,\varDelta^2}} \tag{10}$$

h, lo si deduce dall'espressione:

$$0{,}73295\,\frac{\varDelta}{\sqrt{1 + 0{,}53720\,\varDelta^2}}\,. \tag{11}$$

Questo h è eguale a $\frac{\varepsilon}{n}$, una frazione nella quale entra lo smorzamento ε delle acque del lago per propria vischiosità e per l'attrito esterno dell'acqua contro l'aria, contro il fondo e le rive. Di questo smorzamento ε sappiamo poco; forse è minimo pei bacini profondi e ad alte sponde pulite; forse è maggiore di quanto a prima vista si suole ritenere, pei laghi poco profondi (2).

(1) Questo decremento logaritmico $\varDelta$ ha l'espressione di $\varDelta = \log_{10}\frac{y_k}{y_{k+1}}$, o più esattamente di $\frac{\log_{10}(y_1 + y_2) - \log_{10}(y_{i-1} + y_i)}{i - 2}$.

(2) Su l'influenze dell'attrito interno si possono consultare i lavori di Hough nei *Proceedings of the London Mathem. Soc.*, 1896, t. XXVIII. Egli chiama tempo di *relaxation* il tempo τ dopo il quale il modulo $e^{-\alpha t}$, quantità proporzionale all'ampiezza, diventa $e^{-\alpha t}e^{-1}$,
trova che:

$$\tau = \frac{2\sqrt{2h}^{\,3/4}}{\mu^{1/2} g^{1/4} m^{1/2}}$$

dove h è la protondità, μ il coefficiente d'attrito, $\frac{2\pi}{m}$ la lunghezza d'onda. La formula dice che lo smorzamento è più lento nei bacini più profondi e di maggior lunghezza d'onda. Un bacino profondo 1 m. nel quale si propaga un'onda della lunghezza di 100 m. ha un tempo di *relaxation* di Ih. 20 m.

Se lo smorzamento fosse così grande da dare un moto aperiodico (ciò potrebbe, ad es., succedere in un lago di lava), allora $h = 1$. Il denominatore n, lo abbiamo già detto, vale $\frac{2\pi}{T}$.

σ, l'ultima delle tre costanti, caratterizza la sensibilità del lago: è quantità che dipende dalle dimensioni e configurazioni del bacino e va calcolata a parte [1]. Ad essa si può conglobare l'ingrandimento strumentale del limnografo.

La formola (9) dice che la condizione di sensibilità massima, nella quale per un dato Y_m si può avere y_m massimo, occorre quando il radicale ha il suo valore minimo, quando cioè

$$u = \sqrt{1 - 2h^2} \tag{12}$$

nel qual caso:

$$Y_m = \frac{1}{\sigma} y_m 2h (1 - h^2). \tag{13}$$

Perchè la (13) valga, occorre che u sia circa eguale ad 1, sia cioè il periodo del lago T in risonanza circa col periodo T_1 della curva motrice.

Nel vibratore meccanico del Galitzine, consistente in un'asta vibrante carica di un peso che oscilla per l'azione ritmica che un motore esercita sul suolo, si vede precisamente che y_m, spostando il peso, passa per un massimo. È quindi cosa relativamente semplice mettere il vibratore all'unisono col periodo degli impulsi esterni e poter così raggiungere la sensibilità massima indicata dalla formola (13).

Nei laghi dobbiamo richiamare l'osservazione molto importante che un sistema oscillante, quando è messo in condizioni di risonanza col periodo della forza perturbatrice, presenta delle registrazioni regolarissime, tutte eguali in ampiezza. Ora le sesse compaiono generalmente come onde sinusoidali regolari [2] e tutte della medesima ampiezza circa. Per l'osservazione fatta ora, sarà dunque il periodo proprio di oscillazione T del lago in generale eguale o prossimo a quello T_1 della curva motrice. È la condizione di sensibilità massima, per la quale la sessa può più facilmente esplicarsi.

Fermiamoci un momento su questa conclusione:

La causa delle sesse difficilmente è casuale: sia che consista nelle onde atmosferiche, sia nelle ondulazioni del suolo, sempre la forza perturbatrice del lago avrà periodi di una certa costanza.

[1] Se si trattasse di una vaschetta uso modello, si può determinare σ, oltre che per via teorica, anche per la via sperimentale ancora suggerita dal prof. Galitzine nelle sue ricerche sui vibratori meccanici (loc. cit.).

[2] Le dicrote, ad esempio, indicano nient'altro che la sovrapposizione di due onde regolari.

Quindi nei periodi delle sesse dei laghi e delle baie, non dovrebbero risultare cifre disordinate, ma cifre che ricordano che esse provengono da periodi di una certa costanza.

Qui viene opportuno di richiamare una mia pubblicazione di qualche anno fa [1], dalla quale era uscito il fatto, che i periodi delle sesse dei laghi e delle baie non sono innumeri, ma si stringono attorno a cifre legate tra loro da relazioni armoniche. Per l'approssimazione con cui ciò avviene, rimando il lettore a quel lavoro, e qui mi accontento di spigolare attorno ai periodi grandi, come quelli che si presentano con maggiore distacco.

Laghi. — Il lago di Ginevra presenta sesse del periodo di 35 m. p., 36 m. p. è il periodo delle sesse del lago di Chiem, 30 quello del lago di Garda, 35,6 del lago Madù in Pomerania, 31,5 del Loch Ness in Scozia, 32 dei laghi di St. Wolfgang e Osensjöen.

Il periodo medio è di circa 33 m. p. e qualcuno, come il lago di Ginevra, il George in Australia, il Balaton, il Costanza e il Waginger-Tachinger, accennano ad un periodo multiplo, in media di circa 66 m. p.

Presentano circa il sottomultiplo di 33 m. p., il lago Chiem (17 m. p.), il Garda (15), il Madu (14,6), il Loch Ness (15,3), l'Osensjöen (18,5); e tra i piccoli laghi il Waginger-Tachinger (17), il lago di Bolsena (15), il Mondsee (15,4), lo Starnberger (15,8), l'Hallstätter (16,4), l'Hokone nel Giappone (15,4), il Thun (15), il Murten (15,5), il Walen (14,5), il Sils, Svizzera (18,4), l'Earn, Scozia (14,5). Il periodo medio è di 16 m. p. Teniamo altresì presente che in taluni di questi piccoli laghi, per es. a Bolsena, si scorgono dei continui battimenti distanziati da 66 m. p.

Il lago Balaton presenta un periodo di 43 m. p., 42 il Nyassa, 44 il Loch Ness, 43 il Garda, 43 il Chiem, 44 il lago dei Quattro Cantoni, 46 il lago di Zurigo, 48 il lago di Costanza. In breve molti laghi hanno comune il periodo medio di circa 44 m. p.

Presentano il sottomultiplo di 44 il lago di Ginevra (20), di Neuchâtel (24), di Zurigo (24), dei Quattro Cantoni (22), il Garda (23), il Madu (20), l'Atter (22), lo Starnberger (25), lo Storsjöen (22), il Randsfjorden (24). Il valore del periodo sottomultiplo medio sarebbe di 23 m. p. circa

Riassumendo, questi laghi, pur conformati così diversamente, hanno sesse i cui periodi si aggirano intorno a numeri appartenenti alle serie sintoniche:

$$16;\ 2\times 16;\ 3\times 16;\ 4\times 16;\ \text{e}\ 22;\ 2\times 22;\ 3\times 22.$$

Le cifre sono anche circa in progressione geometrica colla ragione $1{,}4 = \sqrt{2}$.

[1] Emilio Oddone, *Il problema delle ondulazioni secondarie di mare e delle sesse.* Bollettino della Società Sismologica Italiana, vol. XII, 1908.

Baie. — La stessa serie facilmente noi ritroviamo nelle sesse delle baie. Eccone parecchi esempi: S. Francisco 66 m. p.; Sydney 66; Port Denison 66; port Blair 66; Madras 66; Table Bay 66; Colon 66; Panama 63; Halifax 66; Jarmouth 69; Cagliari 70; Venezia 60; Niiyama 66; Hanasaki 63; Tsuruga 64; Osaka 65; Tokyo 63;....

S. Francisco 41 m. p.; S. Diego 43; Nagasaki 44; Otaru 45; Miyako 45; Yamada 44; Aburatsu 43; Susaki 43; Hakodate 45; Hinoura 43;...

S. Francisco 35 m. p.; S. Diego 35; Port Denison 34; Table Bay 33; Miyala 34; Isthmia 30; Poros 3I; S. Peter-Canada 33; Pictou 33; Jarmouth 32; Nagasaki 34; Venezia 31; Pola 30; Nemuro 34; Ryori 33;...

Swensea 20 m. p.; Malta 23; Isthmia 20; S. Peter Canada 22; Pictou 22; Halifax 22; Nagasaki 22; Otaru 24; Aburatsu 22; Tsuruga 23; Hakoda 23; Tokyo 20; ...

Poros 15 m. p.; Isle Grindstone 16; Stretto di Belle Isle 16; Nagasaki 15; Misaki 15; Tonoura 15; Yoshihama 15; Aburatsu 15;...

Tutte queste baie, morfologicamente così diverse tra loro e dai laghi, hanno sesse che ridanno le serie di periodi già scritte, cioè i numeri 66; 44; 33; 23; 16 m. p.

Anche consentendo che, trascinato dal preconcetto, io abbia involontariamente fatto scelta non del tutto imparziale, ed anche ammesso per ovvio che medie siffatte hanno pochissimo significato, tuttavia qualche cosa di ordinato c'è, che secondo il premesso, lascia adito alla supposizione che i periodi registrati dalle sesse, siano i periodi T_1 della causa che mette i laghi e le baie in oscillazione.

Ma noi abbiamo visto che sovente, se non generalmente, è $T_1 = T$, ed allora come avviene e come si spiega questo notevole fatto che laghi e baie diversamente conformate possono aver periodi legati tra loro e colla causa che le sesse produce?

Io credo che ciò possa avvenire pel fatto che l'oscillazione forzata può decomporsi nelle sue componenti armoniche; delle quali assumerà l'azione preponderante quella più prossima al periodo proprio del lago. Basta per la risonanza un sincronismo approssimato, tuttavia anche questo col tempo tende a diventar più intimo, come lo indica la seguente esperienza. Si faccia oscillare di periodo forzato l'acqua contenuta in una vaschetta scavata in un gran blocco di argilla od in un gran mucchio di terra: si vedrà che il fondo e le rive verranno rapidamente intaccate ed il percorso dell'onda modificato fino al sincronismo tra il periodo proprio ed un'armonica del periodo forzato.

Lo stesso potrà succedere in natura. Le onde dei laghi e delle baie quando forzate ad un ritmo che non sia il proprio, possono con leggiere deviazioni ed anche con lavoro di scavo, liberarsi da quel periodo forzato e giungere al sincronismo colla prossima armonica del periodo motore.

Dove si è lontani dal sincronismo tra periodo proprio del lago ed armonica della causa, e dove niuna modificazione del bacino è possibile, le sesse saranno meno appariscenti ed anche non compariranno. Che la risonanza non richieda un sincronismo perfetto, lo si vede alle piccole alterazioni dei periodi quali succedono al variare della sedimentazione, della precipitazione, ecc.

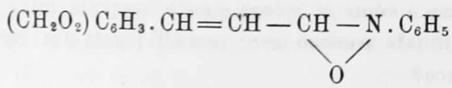
Ritornando alla formola (13) se lo smorzamento non è forte, per la (6) sarà piccolissimo h, e la formola (13) potrà ulteriormente semplificarsi fino a diventare:

$$Y_m = \frac{2}{\sigma} y_m h . \tag{14}$$

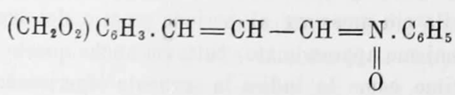
L'applicazione di queste formole (9); (13); (14), che legano l'ampiezza di moto della sessa all'ampiezza del moto perturbatore, ha un interesse meteorologico e geodinamico, potendosi con esse decidere quale tra le ipotesi sulla causa delle sesse sia la preferibile.

Chimica. — *Sul comportamento di alcuni derivati della fenilidrossilammina* (1). Nota di Luigi Alessandri, presentata dal Corrispondente A. Angeli.

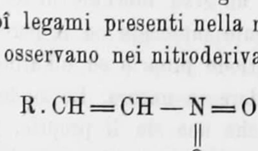
Come venne recentemente dimostrato (2), il nitrosobenzolo reagisce sul safrolo per dare un prodotto, che è identico a quello che si può preparare dalla fenilidrossilammina ed aldeide biossimetilencinnamica; la sostanza si deve perciò considerare come una N-fenilossima della forma



ovvero con maggior probabilità, come ha posto in rilievo il prof. Angeli:



la quale dà anche ragione dell'intenso colore giallo del prodotto; tale colore è appunto dovuto ai doppî legami presenti nella molecola, e corrisponde alle stesse colorazioni che si osservano nei nitroderivati non saturi:



(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto di Studî Superiori di Firenze.
(2) Questi Rendiconti (1910), vol. XIX, 1° semestre, pag. 650.