ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

Meccanica. — *Metodi proposti per la determinazione diretta della flessione del supporto dei pendoli gravimetrici.* Nota II di GIORGIO ABETTI e CORRADO CAPPELLO, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Come si è visto nella precedente Nota è consigliabile, nelle misure di gravità, di assicurarsi con un metodo diretto dell'ammontare della correzione σ da applicarsi alle durate di oscillazione dei pendoli per ridurle a supporto rigido. Un metodo usato con successo nel Giappone nelle misure di gravità assoluta [1], consiste nel fissare un filo sottilissimo al supporto, e far passare poi tal filo sulla gola di una carrucoletta di raggio piccolissimo. All'asse della carrucoletta viene fissato uno specchio che acquista, a causa dell'oscillazione del supporto, un moto oscillatorio che può venire osservato con apposita scala alla distanza di due o tre metri.

La determinazione degli spostamenti subìti dal supporto può essere fatta anche osservando lo spostamento delle frange di diffrazione con un interferometro. Stavamo già esperimentando un dispositivo fondato su questo principio quando il prof. G. Lorenzoni cortesemente ci avvertì che già il Defforges nelle sue misure di gravità [2] aveva usato un metodo analogo. La disposizione sperimentale adottata dal Defforges non è esposta che molto brevemente nel suo scritto, sembra però che egli voglia far uso di un dispositivo del tipo di quello che costituisce l'interferometro di Jamin. Data la mancanza di altri dettagli in riguardo, stimiamo opportuno dare un cenno del dispositivo col quale si potrebbe realizzare il metodo del Defforges e diremo poi di alcuni altri metodi, qualcuno dei quali, pur presentando le stesse garanzie di esattezza, sarebbe forse di più comoda attuazione.

Fissando ad una mensoletta M del supporto una (L) delle due lastre argentate che costituiscono l'interferometro di Jamin, mentre l'altra lastra, e il resto dell'apparecchio, siano fissati su di un sostegno isolato dal supporto del pendolo, si ha il modo di giudicare gli spostamenti del supporto dagli spostamenti delle frange d'interferenza.

Poichè per un valore di σ uguale a 60 unità della settima cifra decimale l'allungamento del pendolo, per le relazioni trovate nella Nota precedente [3], sarà di 6 micron, avremo per la relazione

$$x = \lambda\varphi$$
$$x = 6^{\mu} \cdot \varphi \cdot \sin 1'$$

[1] H. Nagaoka, S. Shinjō und R. Ōtani, *Absolute Messung der Schwerkraft in Kyōto, Kanazawa, Tōkyō etc. mit Reversionspendeln*, Imperial University, Tōkyō 1902.

[2] *Mémorial du Depôt général de la Guerre.* Tome XV. *Observations de pendule.* 1er fascicule, pag. 29. Paris 1894.

[3] Rendiconti, pag. 109.

se φ rappresenta l'amplitudine del pendolo espressa in primi. Supponendo di dare al pendolo una amplitudine di 15′, come si usa nelle misure di gravità, si avrà:

$$x = 6^{\mu} \cdot 15' \cdot \sin 1' = 0^{\mu},026$$

quindi la completa escursione dello specchietto attaccato al supporto sarà di $0^{\mu},052$ e la differenza di cammino percorso dai raggi che interferiscono sarà di $0^{\mu},104$.

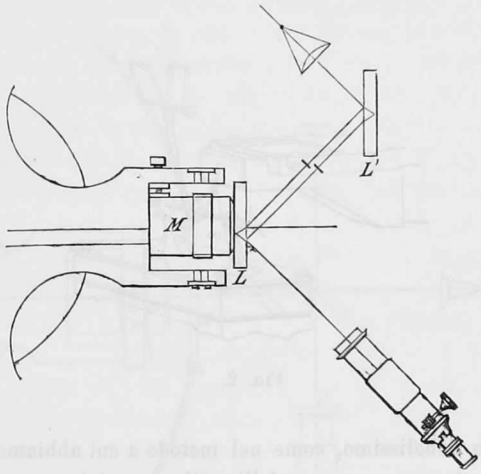

Fig. 1.

Adoperando la luce monocromatica del sodio per produrre le frange, lo spostamento di una intera frangia corrisponderà ad una variazione di $0^{\mu},59$ nella differenza di cammino dei due raggi, quindi nel caso supposto si dovrà osservare, usando l'interferometro di Jamin alla maniera di Defforges, uno spostamento di circa due decimi di frangia che sono perfettamente apprezzabili.

Si potrebbe anche usare un metodo che potesse, all'occorrenza, diventare amplificatore facendo che gli spostamenti del supporto fossero comunicati alle due laminette che costituiscono il *compensatore* di un interferometro di Jamin, mercè una leva a gomito G il cui braccio a può farsi di alluminio, a che sia leggiero, e sufficientemente lungo perchè si ottenga l'amplificazione voluta, se ne è il caso. Il perno p intorno a cui gira la leva G deve evidentemente essere isolato dal supporto del pendolo e gli estremi b, c dovranno essere impegnati in due fossetti praticati in pezzi di pietra dura. Una molla m debolissima terrà premuto il braccio corto della leva contro la mensoletta del supporto. Le due lastre argentate dell'apparecchio di Jamin

sono poi lontane dal pendolo, quanto si vuole, ma disposte in maniera che il piano passante per le loro due linee mediane verticali sia anche il piano mediano della mensoletta su cui si trova il pendolo che oscilla, e della mensoletta opposta. Questo dispositivo avrebbe il vantaggio su quello del Defforges, di non richiedere la benchè menoma alterazione dell'apparecchio pendolare non dovendosi fissare ad esso alcuna lamina. È appunto l'idea di non alterare per nulla l'apparecchio, che c'indusse a pensare ad un metodo col quale, senza fissare alcuna parte nuova all'apparecchio e senza influire meccanicamente,

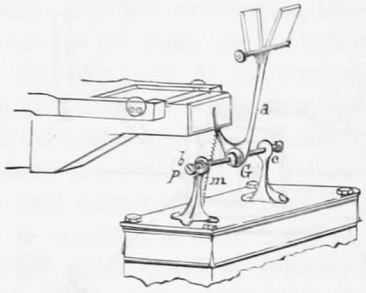

Fig. 2.

sia pure in modo debolissimo, come nel metodo a cui abbiamo accennato or ora, si potessero ottenere, a causa dell'oscillazione del supporto, degli spostamenti in un sistema di frange di interferenza. Pensammo perciò di utilizzare gli stessi specchietti metallici di cui è munita la parte superiore di ogni pendolo. Era evidente che il dispositivo da adottare dovesse essere quello dell'interferometro di Michelson [1].

Sia P′ il pendolo mosso opposto al pendolo motore P, che si fa oscillare per studiare la flessione del supporto. Si darà a P′ un'amplitudine piccolissima, ma sufficiente a spostarlo dalla verticale in modo che esso non possa acquistare moto oscillatorio proprio a causa di P, e si potrà anche legare con un filo di seta la massa pendolare di P′ alla leva che serve a dargli il moto iniziale con una determinata amplitudine. In tal modo il pendolo mosso forma un sistema unico col supporto nè potrà esercitare una controazione sul pendolo motore. Uno specchietto metallico S′ uguale a quello S del pendolo P′ è disposto in modo che OS = OS′, essendo d'altra parte L L′ le lamine che insieme ad S e S′ costituiscono l'interferometro di Michelson. Una luce monocromatica (per es. la luce di una lampada a

[1] A. A. Michelson, *Light waves and their uses.* Chicago, The University of Chicago Press, 1907, pag. 40 e segg.

sodio) parte da A e si separa nella faccia posteriore della lastra L′; una parte di essa viene riflessa allo specchio piano S′, ritornando esattamente per la stessa via attraverso L′ in C dove può essere esaminata con un cannocchiale, l'altra parte del raggio passa attraverso le lastre L′ ed L, è riflessa dallo specchio piano S e ritorna per la stessa strada fino al punto O dove è riflessa in C, così da coincidere quasi col primo raggio. La lastra L′ è posta per compensare la grossezza di vetro in più che la prima parte del raggio ha dovuto attraversare nel passare due volte attraverso L′.

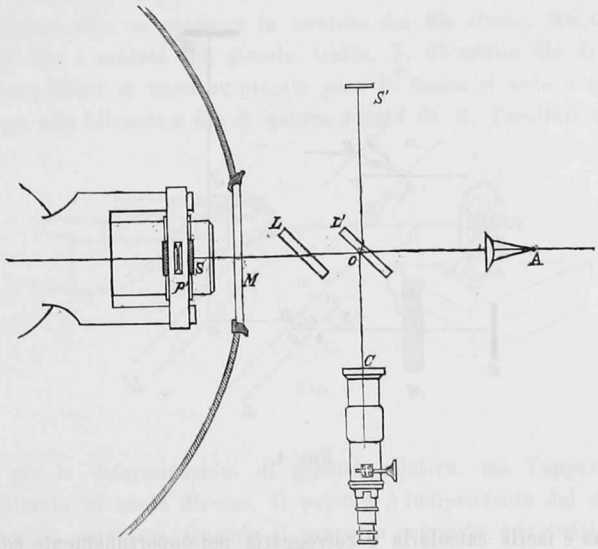

Fig. 3.

Una parte di luce viene naturalmente riflessa dalla superficie anteriore di L′, ma si può rendere insignificante questa riflessione coprendo la parte posteriore di L′ con uno strato d'argento sottilissimo per modo che la luce incidente venga riflessa e trasmessa in parti uguali. Funzionando la lamina L da compensatore soltanto, è chiaro che si potrà usare in sua vece la lamina di vetro M di cui è munita la campana di bronzo dell'apparecchio pendolare, avendo così anche il vantaggio di riparare i pendoli dalle correnti d'aria.

Nel caso del quadripendolo Sterneck-Stückrath, come è quello dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, si potrebbe benissimo utilizzare la lamina in parola ruotando all'uopo la campana di bronzo che copre l'apparecchio durante le determinazioni gravimetriche ordinarie, in modo che, contrariamente alla sua posizione consueta, la lamina venga a trovarsi di fronte allo spec-

chietto S, che si utilizza per la determinazione dello spostamento del supporto. Se diciamo e, n rispettivamente lo spessore e l'indice di rifrazione della lamina L' per una determinata luce, e se l'angolo della L' coi raggi luminosi proveniente da A è di 45°, mentre poi sono e', n' rispettivamente lo spessore e l'indice di rifrazione della lamina M rispetto alla medesima luce; detta d la distanza (arbitraria) fra il punto O e lo specchio S', nella nuova disposizione in cui si utilizza la lamina M invece di L, a causa del diverso spessore e qualità del vetro di cui è fatta la lastra M, e a causa dell'essere essa normale ai raggi luminosi, la distanza OS non sarà uguale

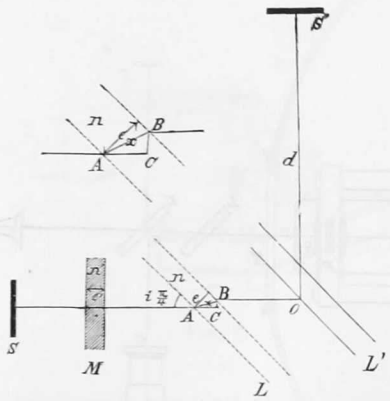

Fig. 4.

ad OS', ma è facile calcolarla e correggerla poi opportunemente colle viti di cui è fornito lo specchietto S'. Perchè con questa sostituzione possano vedersi le frange dovrà infatti sussistere la relazione:

$$OS' = OS - AC + AB \cdot n = x + e'\,n' - e'$$

dove è x la nuova distanza fra O ed S.

Essendo

$$AC = AB \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) = \frac{e}{\cos r} \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right);$$

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = n \quad ; \quad \cos r = \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{n\sqrt{2}}$$

sarà:

$$d + \frac{en\sqrt{2}}{\sqrt{2n^2 - 1}}\left(n - \frac{1 + \sqrt{2n^2 - 1}}{2n}\right) = x + e'(n' - 1)$$

e quindi la distanza OS, nel caso in cui si usi la lamina M invece di L diverrà:

$$d + \frac{e}{\sqrt{2}} (\sqrt{2n^2 - 1} - 1) - e' (n' - 1).$$

Un altro metodo che si potrebbe utilizzare, per la determinazione dello spostamento del supporto è il seguente: un filo di quarzo f venga legato alla mensoletta del quadripendolo opposta a quella su cui oscilla uno dei pendoli. L'estremo libero, A, del filo, è munito di una vite di tensione e di un sistema atto a produrre la torsione del filo stesso. Nella parte mediana del filo è saldato un piccolo tratto, F, di sottile filo di metallo al cui estremo libero si trova un piccolo peso P. Come si vede è qualche cosa di analogo alla bilancia a filo di quarzo ideata da R. Threlfall e J. A. Pol-

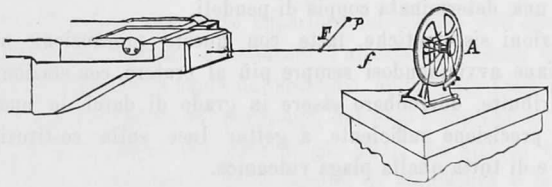

Fig. 5.

lock [1] per le determinazioni di gravità relativa, ma l'apparecchio viene qui utilizzato in modo diverso. Il pezzo A è indipendente dal supporto dell'apparecchio pendolare. Quando il supporto comincia ad oscillare, gli spostamenti si traducono in rotazioni compiute dall'indice F. Queste oscillazioni possono essere lette con un microscopio e si potrà, con uno studio preliminare, dedurre dall'ampiezza di queste oscillazioni (o dall'ampiezza massima che esse assumono) gli spostamenti subìti dal supporto a causa delle oscillazioni del pendolo. Il sistema unifilare potrebbe essere sostituito da quello bifilare regolando la distanza dei due fili, a seconda della sensibilità che si vuole raggiungere.

Infine si potrebbe anche rendere molto più sensibile il metodo, che abbiamo citato in principio del Nagaoka e dei suoi collaboratori, facendo in modo che l'oscillazione del supporto, piuttosto che far ruotare un solo specchietto ne faccia ruotare due, disposti alla maniera degli specchi di Fresnel, e regolando gli avvolgimenti del filo attorno agli assi di rotazione degli

[1] *On a Quartz Thread Gravity Balance.* Phil. Trans. Vol. 193, pag. 215. London 1900.

specchietti stessi in modo che essi fossero obbligati a ruotare in senso opposto. Si potranno allora osservare gli spostamenti delle frange d'interferenza a cui i due specchietti dànno luogo.

Volendo eseguire delle misure gravimetriche in territori vulcanici, ed in particolare attorno al Vesuvio, dove la struttura del suolo può variare notevolmente da un luogo all'altro, è necessario studiare prima accuratamente la flessione del supporto, che è variabile da stazione a stazione, mentre è presumibile che, data la breve distanza delle stazioni tra di loro ed il clima marittimo, si possa fare un ciclo di misure con una temperatura media quasi costante, riducendo così minima un'altra temibile causa di errore, che proviene dalla non perfetta conoscenza del coefficiente di temperatura dei pendoli. Scegliendo quello dei metodi proposti che corrisponde meglio alla pratica si potrà così controllare il metodo, più rapido e più comodo per le osservazioni di campagna, dei due pendoli oscillanti simultaneamente sullo stesso supporto e la formola teorica che dà la correzione σ per ogni supporto e per una determinata coppia di pendoli.

Osservazioni sistematiche, fatte con queste precauzioni, nelle regioni circumvesuviane avvicinandosi sempre più al cratere, con stazioni convenientemente distribuite, dovrebbero essere in grado di darci le anomalie della gravità, con precisione sufficiente, a gettar luce sulla costituzione interna del Vesuvio e di tutta quella plaga vulcanica.

Mineralogia. — *Solidi interni di scorrimento prodotti mediante percussione in cristalli di fosgenite di Monteponi* [1]. Nota dell'ing. dott. Michele Taricco, presentata dal Socio G. Struever.

Nell'esaminare le figure di percussione di varî minerali per presentarle nel corso di mineralogia agli allievi della Scuola Mineraria la mia attenzione fu attratta, in quelle che avevo ottenuto sopra i noti cristalli di fosgenite di Monteponi, da un fenomeno che ritengo nuovo, pur non avendo avuto la possibilità di fare verifiche all'uopo.

Percuotendo coll'ago a manico metallico usato in petrografia nella preparazione di lamine sottili un cristallo tabulare di fosgenite sulla faccia del pinacoide, oltre alle figure di percussione note in mineralogia, costituite da sistemi di fratture radiali, si formano sotto la punta urtante delle figure piramidali a base quadrata o rettangolare, sulle quali, in determinate condizioni di intensità, di urto e di spessore delle lamine percosse, facili del resto ad aversi, si formano nell'interno dei cristalli dei prismi retti che,

[1] Lavoro eseguito nella Scuola Mineraria d'Iglesias.