

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

2° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

Ingresso alla chiesa di S. Sebastiano	46,38 ^m
Primo gradino della moderna scaletta di accesso alla <i>Domus Flavia</i> (lato nord-ovest)	47,53
Pavimento marmoreo della <i>Academia</i>	47,83
Pavimento marmoreo della vasca del <i>Nimpheum</i> nella <i>Domus Flavia</i>	48,57
Bordo di travertino limitante il pavimento marmoreo dell'esedra sud-ovest della <i>Domus Flavia</i>	49,25
Soglia del convento di S. Giovanni e Paolo, verso il giardino . .	49,84
Zoccolo della ringhiera limitante la terrazza a nord-est dell' <i>Hip-</i> <i>podromus</i>	49,90
Zoccolo della ringhiera all'estremo sud-ovest dei Giardini Farnesiani .	50,44
Soglia del cancello d'ingresso all'ex convento della Visitazione a Villa Mills (sulla via di S. Bonaventura)	50,64
Piano superiore del pilastro della ringhiera all'angolo nord dei Giardini Farnesiani (punto A)	52,16
Sterrato davanti alle Sette Sale	53,6

Per rappresentare nel disegno, almeno entro certi limiti, la diversa natura delle costruzioni, venne adoperato il nero pieno per le costruzioni in mattoni, la punteggiatura alternata con piccoli tratti rettilinei per le costruzioni in calcestruzzo, la punteggiatura semplice per quelle in tufo, il tratteggio per le costruzioni tarde o medioevali, il color rosso per le costruzioni moderne. Nella esecuzione in penna molto mi valse dell'opera del sig. L. Caccia, abile disegnatore, inserviente nel Gabinetto di Geodesia.

Meccanica. — *Su la velocità angolare dei fluidi eterogenei, rotanti, limitati da figura di equilibrio.* Nota di UMBERTO CRUDELI, presentata dal Corrispondente P. PIZZETTI.

In seguito a gentile suggerimento del sig. prof. Pizzetti, generalizzo qui, al caso del fluido eterogeneo rotante, che occupa uno spazio finito limitato da figura di equilibrio convessa, la mia disequaglianza

$$\omega < \sqrt{\pi k \rho_m}$$

che si trova nella Nota di questi Rendiconti del 22 maggio u. s. (1), intendendo ora ρ_m rappresenti la densità massima del fluido stesso.

(1) Questi Rendiconti, 1910, XIX, 1° sem., pag. 666.

Per semplificare il procedimento di calcolo, partirò, qui, dalla nota formula (n rappresentando la normale volta verso l'interno) (1)

$$(I) \quad \int_{\sigma} \frac{1}{r} \frac{dU}{dn} d\sigma + \int_s \frac{\Delta^2 U}{r} dS = 0$$

ove

$$U = V + \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2),$$

in cui

$$V = k \int_s \frac{e}{r} dS$$

e dove nella

$$r = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$$

s'intenda che (x, y, z) sia un punto esterno al fluido.

Dalla (I), con lo stesso metodo della suddetta Nota, e con gli stessi simboli, ottengo

$$(II) \quad 2\pi \left(\frac{dU}{dn_s} \right)_s + \int_{\sigma} \frac{dU}{dn_{\sigma}} \frac{\cos \varphi}{r_0^2} d\sigma + 2\omega^2 \left(\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} \right)_s - 4\pi \left(\frac{dV}{dn_s} \right)_s = 0.$$

Ma, data la natura del contorno, si ha, ovviamente,

$$(III) \quad \frac{d}{dn_s} \int_s \frac{e}{r} dS < \frac{d}{dn_s} \int_s \frac{e_m}{r} dS,$$

in ogni punto esterno o superficiale, giacchè

$$V = \int_s \frac{e_m}{r} dS + \int_s \frac{(e - e_m)}{r} dS$$

da cui

$$\frac{dV}{dn_s} = \int_s \frac{e_m}{r^2} \cos \varphi_e dS + \int_s \frac{(e - e_m)}{r^2} \cos \varphi_e dS,$$

dove è noto il significato dell'angolo φ_e . E il contorno essendo, per ipotesi, convesso, $\cos \varphi_e > 0$ all'esterno o in superficie; dunque

$$\frac{dV}{dn_s} < \int_s \frac{e_m}{r^2} \cos \varphi_e dS$$

che rappresenta appunto la (III).

(1) Formula che si ottiene subito, osservando che $U = \text{cost.}$ sul contorno.

Dalla quale ottengo

$$\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} > \frac{1}{\varrho_m} \frac{d}{dn_s} \int_s \frac{\varrho}{r} dS,$$

ovvero

$$\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} > \frac{1}{k\varrho_m} \frac{dV}{dn_s},$$

da cui

$$\left(\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} \right)_s > \frac{1}{k\varrho_m} \left\{ \frac{dU}{dn_s} - \frac{\omega^2}{2} \frac{d(x^2 + y^2)}{dn_s} \right\}_s.$$

Ciò posto, consideriamo uno dei punti del contorno in cui il piano tangente è normale all'asse di rotazione. Avrò, nel punto medesimo, che denoterò egualmente con (s),

$$(IV) \quad \left(\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} \right)_s > \frac{1}{k\varrho_m} \frac{dU}{dn_s}.$$

Ma, nel punto in discorso, la (II) diventa

$$-2\pi \left(\frac{dU}{dn_\sigma} \right)_s + \int_\sigma \frac{dU}{dn_\sigma} \frac{\cos \varphi}{r_0^2} d\sigma + 2\omega^2 \left(\frac{d}{dn_s} \int_s \frac{dS}{r} \right)_s = 0.$$

Talchè, in virtù della diseuguaglianza (IV), avrò

$$-2\pi \left(\frac{dU}{dn_s} \right)_s + \int_\sigma \frac{dU}{dn_\sigma} \frac{\cos \varphi}{r_0^2} d\sigma + \frac{2\omega^2}{k\varrho_m} \left(\frac{dU}{dn_s} \right)_s < 0.$$

Da cui

$$2(\pi k\varrho_m - \omega^2) \left(\frac{dU}{dn_s} \right)_s > k\varrho_m \int_\sigma \frac{dU}{dn_\sigma} \frac{\cos \varphi}{r_0^2} d\sigma.$$

E, avendosi $\int_\sigma \frac{dU}{dn_\sigma} \frac{\cos \varphi}{r_0^2} d\sigma > 0$, giacchè, il contorno σ essendo, per ipotesi, convesso, $\cos \varphi > 0$ e, inoltre, $\frac{dU}{dn} > 0$, sarà, a fortiori,

$$(\pi k\varrho_m - \omega^2) \left(\frac{dU}{dn_s} \right)_s > 0,$$

da cui

$$\pi k\varrho_m - \omega^2 > 0$$

ovvero

$$\omega < \sqrt{\pi k\varrho_m}$$

come volevo dimostrare.

Geodesia. — *Determinazione astronomica di latitudine eseguita nella Specola geodetica dell'Università di Genova nel 1908 col metodo delle distanze zenitali in meridiano.* Nota di U. BARBIERI, presentata dal Corrispondente V. REINA.

In una Nota di recente pubblicazione in questi Rendiconti ⁽¹⁾, io espossevo i risultati ottenuti in una determinazione astronomica della latitudine della Specola geodetica dell'Università di Genova, col metodo delle *distanze zenitali circummeridiane*, accennando altresì che dopo tal procedimento fu tenuto l'altro delle *distanze zenitali in meridiano*.

Scopo della presente Nota è appunto il resoconto dei risultati conseguiti con detto secondo metodo.

Per questa seconda determinazione furono scelte 50 stelle e ripartite in 5 gruppi di 10 stelle ciascuno, con la nota avvertenza che, mentre per ogni stella la distanza zenitale non doveva oltrepassare i 30°, fosse, in ogni gruppo, piccola la somma algebrica delle distanze zenitali: la prima condizione fu per ogni stella soddisfatta, ad eccezione di

$$\begin{aligned} \alpha \text{ Ophiuci } z &= + 31^{\circ} 47' \\ \beta \text{ Delphini } z &= + 30^{\circ} 08'; \end{aligned}$$

per la seconda si ha poi

Gruppo I	$\Sigma z = - 0^{\circ} 37'$
" II	" $- 4^{\circ} 09'$
" III	" $- 4^{\circ} 55'$
" IV	" $+ 8^{\circ} 15'$
" V	" $+ 5^{\circ} 04'$
	$\Sigma z = + 3^{\circ} 38'$

La necessità di soddisfare alle due precedenti condizioni, obbligò a introdurre fra le 50 stelle, parecchie di cui nelle Effemeridi adottate del B. A. J. non figuravano che le posizioni medie; fu quindi necessario il calcolo delle loro posizioni apparenti, il quale si fece in doppio modo, coi due sistemi di formole diversi, riportati dalle Effemeridi stesse.

Per le modalità seguite nel procedimento d'osservazione si rimanda alla Memoria del prof. V. Reina ⁽²⁾, già richiamata nella Nota precedente: diremo solo che lo strumento fu tenuto accuratamente in meridiano con l'aiuto di una piccola mira notturna collocata nel vertice Istituto Idrografico, per la cui direzione le operazioni geodetiche già compiute avevano fatto conoscere l'azimut geodetico, presumibilmente assai prossimo a quello astronomico.

⁽¹⁾ Nota presentata nella seduta del 22 maggio 1910.

⁽²⁾ V. Reina, *Determinazioni astronomiche di latitudine ed azimut eseguite lungo il meridiano di Roma.*

Le osservazioni ebbero luogo nei giorni 4, 8, 9, 10, 12, 17 agosto, questa saltuaria successione essendo dovuta all'incostanza del tempo: ogni sera, al termine delle osservazioni, il circolo verticale veniva reiterato di 30°.

A schiarimento delle modalità seguite nel calcolo delle latitudini, si riportano qui appresso due quadri relativi alle deduzioni della latitudine dalle osservazioni del gruppo I, compiute la sera del 9 agosto, prima volta in cui tal gruppo potè essere osservato in modo completo.

9 agosto 1908.

Barom. = 755^m,90 Gruppo I: Z = 60° $t = 25^{\circ},80$ (termometro annesso al barom.)
 $t_1 = 25^{\circ},55$ (termometro esterno)

STELLE	Declinazione	Distanza zenitale vera	Rifrazione	Distanza zenitale apparente	Lettura del circolo zenitale	Zenit strumentale
γ Herculis	19,22,17"	25,02,36"	25,6	25,02,10,4	35,19,46,2	60,21,56,6
η Draconis	61,43,37	17,18,44	17,1	17,18,26,9	43,03,30,1	57,0
η Herculis	39,06,03	5,18,50	5,1	5,18,44,9	65,40,42,2	57,3
Gr. 2377	56,57,02	12,32,09	12,2	12,31,56,8	72,53,50,0	53,2
ϵ Herculis	31,03,54	13,20,59	13,0	13,20,46,0	47,01,13,4	59,4
ζ Draconis	65,49,57	21,25,04	21,5	21,24,42,5	38,57,14,3	56,8
π Herculis	36,54,58	7,29,55	7,2	7,29,47,8	67,51,42,1	54,4
β Draconis	52,22,24	7,57,31	7,7	7,57,23,3	68,19,20,3	57,0
α Ophiuci	12,37,44	31,47,09	34,1	31,46,34,9	28,35,25,5	60,4
ω Draconis	68,48,18	24,23,25	24,9	24,23,00,1	35,59,02,2	62,2

Dai valori elencati nell'ultima colonna si deduce il zenit strumentale prossimo

$$Z = 60^{\circ} 21' 57''.4,$$

con il quale si procede all'ulteriore calcolo seguente:

STELLE	Posizione del cerchio	Culminazione	Lettura del circolo zenitale	Distanza zenitale apparente	Rifrazione	Declinazione	Latitudine
γ Herculis	E	S	35,19,46,2	25,02,11,2	25,55	19,22,16,76	44,24,53,51
η Draconis	O	N	43,03,30,1	7,18,23,7	17,06	61,43,37,06	52,70
η Herculis	O	S	65,40,42,2	5,18,44,8	5,09	39,06,02,68	52,57
Gr. 2377	E	N	72,53,50,0	12,31,52,6	12,18	56,57,01,89	57,11
ϵ Herculis	E	S	47,01,13,4	13,20,44,0	13,01	31,03,53,70	50,71
ζ Draconis	O	N	38,57,14,3	21,24,43,1	21,51	65,49,56,82	52,21
π Herculis	O	S	67,51,42,1	7,29,44,7	7,23	36,54,58,31	50,24
β Draconis	E	N	68,19,20,3	7,57,22,9	7,68	52,22,24,45	53,87
α Ophiuci	E	S	28,35,25,5	31,46,31,9	34,05	12,37,43,69	49,64
ω Draconis	O	N	35,59,02,2	24,22,55,2	24,93	68,48,17,96	57,83

Si riporta qui appresso per ogni gruppo un quadro riassuntivo dei risultati ottenuti.

STELLA	Posizione del cerchio	Culminazione	4 agosto Z = 0°		8 agosto Z = 30°		9 agosto Z = 60°		10 agosto Z = 90°		12 agosto Z = 120°		17 agosto Z = 150°	
			φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_o}{2}$

GRUPPO I.

γ Herculis	E	S	49,66	50,10	53,58	53,45	53,51	53,10	58,06	54,00	56,79	54,43	54,04	51,03
η Draconis	O	N	50,55		53,33		52,70		49,94		52,08		48,02	
η Herculis	O	S	56,00	55,29	49,49	52,00	49,49	54,84			50,91	54,10	49,16	
Gr. 2377	E	N	54,58		54,51		57,11				57,30		55,51	52,33
ϵ Herculis	E	S	52,76	54,12	52,32	54,60	50,71	51,46	51,08	52,37	52,11	52,79	54,03	54,74
ζ Draconis	O	N	55,49		56,88		52,21		53,70		53,46		55,46	
π Herculis	O	S	49,93	52,88			50,24	52,05	55,51	53,50	55,67	52,75	55,89	52,54
β Draconis	E	N	55,82				53,87		51,50		49,82		49,20	
α Ophiuci	E	S			53,14	53,61	49,64	53,73	53,04	54,03	49,20	51,26	52,26	54,28
ω Draconis	O	N			54,08		57,83		55,02		53,31		56,30	

GRUPPO II.

μ Herculis	O	S	53,35		52,64				57,11		49,04		54,04	
ξ Draconis	E	N	54,42	53,73	55,82	54,23			57,06	57,08	55,16	50,82 ⁽¹⁾	48,02	51,03
γ Draconis	E	N	53,96		56,65		54,73	52,15	50,18		50,04		49,16	
σ Herculis	O	S	52,66	53,31	56,34	56,49	49,57		52,33	51,26			55,51	52,33
[36 Draconis]	O	N	51,70				58,70	54,66	49,22		50,46	50,66	54,03	
109 Herculis	E	S	49,91	50,81			50,63		52,21	50,72	50,85		55,46	54,74
χ Draconis	E	N	54,22	56,11	52,15	54,18	54,31	52,65			57,73	57,54	55,89	52,54
α Lyrae	O	S	58,01		56,21		50,99		53,94		57,36		49,20	
[Gr. 2640]	O	N	52,59		53,48				49,49	50,49 ⁽²⁾	53,20		52,26	
110 Herculis	E	S	53,95	53,27	53,50	53,49			49,25		49,97	51,58	56,30	54,28

GRUPPO III.

β Lyrae	E	S	53,22		54,60		52,14	52,40		51,77				
σ Draconis	O	N	52,90	53,06	53,98	54,29	53,15	52,65	52,21	52,97 ⁽²⁾	53,03	52,40	53,72	
γ Lyrae	O	S	56,19		54,50		48,93		54,88		54,63		48,87	51,71 ⁽²⁾
δ Draconis	E	N	54,31	55,25	54,23	54,28	56,52	52,72			51,72	53,17	50,53	
α Cygni	E	N	51,38		53,88		52,95		53,68		53,82		49,34	
β Cygni	O	S	49,64	50,51			48,37	50,66	53,63	53,65	55,89	54,84	48,73	49,04
δ Cygni	O	N	53,67				57,77		50,02		53,48		51,98	
[15 Cygni]	E	S	53,27	53,47			48,01	52,89	52,38	51,20	54,58	54,03	51,94	51,96
δ Sagittae	E	S	51,69				50,79		52,51		57,39		53,52	
ϵ Draconis	O	N	53,60	52,64			54,45	52,62	51,82	52,16	53,20	55,29	52,07	52,80

(1) Risultato della combinazione $\frac{1}{2}(\varphi_E + \varphi_N + \varphi_o)$.

(2) " " " $\frac{1}{2}(\varphi_o + \varphi_o + \varphi_E)$.

STELLA	Posizione del cerchio Culminazione		4 agosto Z = 0°		8 agosto Z = 30°		9 agosto Z = 60°		10 agosto Z = 90°		12 agosto Z = 120°		17 agosto Z = 150°	
			φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$	φ	$\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2}$

GRUPPO IV.

[33 Cygni]	O	N	54,17	54,36			53,22	52,85	57,10	53,93			51,56	51,51
γ Cygni	E	S	54,55				52,48		50,77				51,46	
δ Cephei	E	N	52,51	53,01	50,87	51,42	54,51	54,91	50,58				54,06	53,93
β Delphini	O	S	53,51		51,96		55,32		49,51				53,89	(2)
α Delphini	O	S	52,41	51,71	52,40	53,09	50,35	53,21	48,22		(1)		53,72	
α Cygni	E	N	51,00		53,78		56,08		50,88	50,90				
η Cephei	E	N	53,34	54,14	54,23	54,12	52,28	53,43	56,27				54,04	53,92
ν Cygni	O	S	54,95		54,02		54,58						53,81	
[τ Cygni]	O	S	55,45	56,16	54,11	54,08	55,10	53,46					53,83	52,82
α Cephei	E	N	56,87		54,06		51,83						51,96	

GRUPPO V.

I Pegasi	E	S	53,84	54,76	48,85	52,46	54,08	51,89	57,34	54,72	50,67	51,80	57,29	54,82
β Cephei	O	N	55,68		56,07		49,71		52,10		52,98		52,35	
74 Cygni	O	S	55,44				52,28		55,90		52,60		53,00	
[13H Cephei]	E	N	56,25	55,87			52,98	52,63	50,40	53,15	52,07	52,33	53,04	53,02
[χ Pegasi]	E	S	56,35		53,46		52,23		51,55		56,02		53,49	
π ² Cygni	O	N			50,18	51,82	52,91	52,62	53,93	52,74	55,30	55,66	55,01	54,25
16 Pegasi	O	S	52,68	52,65			56,19		53,49		53,73		51,47	
20 Cephei	E	N	52,61				51,89	54,04	52,70	53,10	56,68	55,21	52,39	51,93
[27 Pegasi]	E	S	54,26	54,88	53,34	51,72	55,11	55,98	53,04	52,30	51,67	52,29	52,32	52,22
ζ Cephei	O	N	55,50		50,09		55,66		51,56		52,91		52,12	

Come è teoricamente noto (3), si giungerà in modo assai semplice al risultato riassuntivo finale, effettuando le medie semplici dei valori ottenuti per ogni gruppo di stelle e per ogni posizione del cerchio; ciò porta alla formazione del quadro seguente:

GRUPPO	Z = 0°	Z = 30°	Z = 60°	Z = 90°	Z = 120°	Z = 150°	MEDIE	Numero delle osservazioni
	44,24'	44,24'	44,24'	44,24'	44,24'	44,24'		
I	53,10 ₍₈₎	53,41 ₍₈₎	53,04 ₍₁₀₎	53,47 ₍₈₎	53,07 ₍₁₀₎	52,98 ₍₁₀₎	44,24', 53,16''	54
II	53,45 ₍₁₀₎	54,60 ₍₈₎	53,15 ₍₆₎	52,39 ₍₉₎	52,65	52,98 ₍₁₀₎	53,18	52
III	52,99 ₍₁₀₎	54,28 ₍₅₎	52,31 ₍₁₀₎	52,50 ₍₉₎	53,95 ₍₁₀₎	51,38 ₍₉₎	52,81	53
IV	53,88 ₍₁₀₎	53,18 ₍₈₎	53,57 ₍₁₀₎	51,63 ₍₇₎		53,04 ₍₉₎	53,15	44
V	54,54 ₍₉₎	52,00 ₍₆₎	53,20 ₍₁₀₎	53,20 ₍₁₀₎	53,46 ₍₁₀₎	53,25 ₍₁₀₎	53,34	55
Medie	53,58	53,51	53,05	52,68	53,30	52,75	44,24, 53,13	258

(1) Risultato della combinazione $\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_E + \varphi_0}{2} + \varphi_0 \right)$.

(2) " " " $\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_0 + \varphi_0}{2} + \varphi_E \right)$.

(3) Vedi V. Reina, loc. cit., pag. 20.

In questo quadro i numeri fra parentesi rappresentano le osservazioni da cui furono dedotte le medie semplici, ed essi furono assunti come pesi nella formazione delle medie rappresentate nell'ultima linea e nella penultima colonna.

Il buon accordo presentato in questa tabella fra i valori della latitudine ottenuti nelle diverse posizioni del cerchio, sta a provare la bontà della graduazione.

Assumendo come risultato finale la media dei valori registrati nella penultima colonna, quando si assumano come pesi relativi i numeri elencati nell'ultima, si ottiene

$$\varphi = 44^{\circ} 24' 53'',13 \quad m = \pm 0'',09.$$

Ricordando quanto si era ottenuto nella Nota precedente, se ne conclude quindi che coi due metodi si sono conseguiti, in buon accordo fra di loro, i seguenti risultati:

$\varphi = 44^{\circ} 24' 52'',91$ $m = \pm 0'',17$ da 112 doppie osservazioni circummeridiane

$\varphi = 44^{\circ} 24' 53'',13$ $m = \pm 0'',09$ da 258 osservazioni meridiane di 50 stelle.

Combinando questi due valori con pesi inversamente proporzionali ai quadrati dei rispettivi errori medi, si ottiene per risultato finale

Latitudine astronomica della Specola geodetica dell'Università di Genova

$$\varphi = 44^{\circ} 24' 53'',082 \quad m = \pm 0'',10$$

(Epoca 1908.59).

La riduzione al polo medio di questo valore, dedotta nel modo noto, importa — 0'',16, onde in definitiva

$$(1) \quad \varphi = 44^{\circ} 24' 52'',922.$$

Il collegamento geodetico della Specola alla rete di 1° ordine dello Stato, attualmente in corso di stampa nella « *Rivista di Astronomia e Scienze affini* » ha dato, per latitudine geografica della Specola stessa, dedotta con trasporto del vertice di 1° ordine « *Istituto Idrografico della Marina in Genova* » punto di derivazione delle coordinate geodetiche,

$$\varphi = 44^{\circ} 24' 52'',862.$$

L'accordo di questo col valore (1), mentre sta a dimostrare, com'era prevedibile, che la differenza fra la latitudine geodica ed ellissoidica della Specola è dell'ordine degli errori d'osservazione, costituisce altresì una prova della bontà delle determinazioni eseguite.