ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVII.

1910

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XIX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1910

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 18 dicembre 1910.

F. D'Ovidio Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *L'induttanza per correnti alternate di un circuito comprendente ferro.* Nota di Ottavio Bonazzi, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

1. Se un circuito percorso da corrente d'intensità variabile è concatenato con una massa di ferro, la permeabilità magnetica di questo, che è strettamente collegata coll'intensità del campo, farà variare il coefficiente di autoinduzione. Mi propongo di mostrare:

1°) come in questo caso sia *necessaria* una scelta conveniente fra le varie possibili definizioni del coefficiente d'autoinduzione;

2°) come, nel caso particolarmente interessante delle correnti alternate, convien ricorrere ad una nuova definizione di questa grandezza.

2. Ricordo anzitutto che in tre maniere diverse si può introdurre il concetto dell'induttanza di un circuito; e precisamente si può definirla così:

1°) il coefficiente (L_1) che, moltiplicato pel semiquadrato della corrente, fornisce l'energia elettrocinetica posseduta dal sistema nell'istante considerato;

2°) il rapporto (L_2) tra la forza controelettromotrice E e la derivata della corrente rispetto al tempo;

3°) il flusso (L_3) d'induzione magnetica concatenato col circuito, quando esso è percorso dall'unità di corrente.

Ossia, chiamando W l'energia elettrocinetica, e Φ il flusso totale d'induzione (¹):

$$(1)\quad L_1 = \frac{2W}{i^2} \qquad (2)\quad L_2 = \frac{E}{\frac{di}{dt}} \qquad (3)\quad L_3 = \frac{\Phi}{i}\,.$$

Prima di tutto osserviamo che, qualora la permeabilità magnetica dei materiali componenti il sistema sia costante, in forza delle relazioni:

$$(4)\quad E = \frac{d\Phi}{dt} \qquad (5)\quad \frac{dW}{dt} = Ei$$

si trova, com'è naturale, $L_1 = L_2 = L_3$; e si può indifferentemente scegliere fra le tre definizioni quella che più si adatta al nostro metodo di trattazione.

Vediamo ora invece che relazioni passano fra le tre grandezze, quando in generale le si suppongon dipendenti da i, e quindi dal tempo.

Colla derivazione della (1) rapporto a t, la (5) ci fornisce:

$$E = L_1 \frac{di}{dt} + \frac{i}{2}\frac{dL_1}{dt}\,.$$

Confrontando colla (2) se ne ricava:

$$L_2 \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + \frac{i}{2}\frac{dL_1}{dt}\,;$$

e, siccome l'intensità di corrente è supposta variabile, possiamo dividere per $\frac{di}{dt}$, ottenendo la prima delle relazioni cercate:

$$(\mathrm{I})\qquad L_2 = L_1 + \frac{i}{2}\frac{dL_1}{di}\,.$$

Per aver la 2ª deriviamo la (3), e per mezzo della (4) confrontiamola colla (2); si trova:

$$L_2 \frac{di}{dt} = E = L_3 \frac{di}{dt} + i\frac{dL_3}{dt}$$

donde

$$(\mathrm{II})\qquad L_2 = L_3 + i\frac{dL_3}{di}\,.$$

(¹) Fleming, *The alternate current trasformer*, I, pag. 55.

E infine da (I) e (II), oppure ancora direttamente, possiamo aver l'altra:

$$\text{(III)} \qquad L_3 - L_1 = \frac{i}{2}\left(\frac{dL_1}{di} - 2\,\frac{dL_3}{di}\right)$$

3. Credo utile osservare che la (II) è una leggera trasformazione di una relazione ben nota.

Sia infatti s l'area racchiusa dal circuito elettrico ed occupata per intero dal ferro; e siano B e H rispettivamente l' induzione e la forza magnetica prodotta dalla corrente. A causa delle uguaglianze:

$$\Phi = s\mathrm{B} \quad , \quad \mathrm{H} = 4\pi i \,,$$

e per la (4), le (2) e (3) si possono scrivere:

$$(2') \qquad L_2 = \frac{d\Phi}{di} = 4\pi s\,\frac{d\mathrm{B}}{d\mathrm{H}} \,,$$

$$(3') \qquad L_3 = 4\pi s\,\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{H}} \,;$$

e perciò, chiamando μ la permeabilità del ferro, la (II) equivale perfettamente alla relazione:

$$\frac{d\mathrm{B}}{d\mathrm{H}} = \mu + \mathrm{H}\,\frac{d\mu}{d\mathrm{H}}$$

che lega μ colla permeabilità differenziale.

Come un'ulteriore riprova del calcolo osserviamo anche che le 3 equazioni (I), (II), (III), pel caso di μ costante, mostrano esse pure la coincidenza delle varie definizioni d' induttanza.

Ebbene, per un circuito che abbracci una massa di ferro tale coincidenza non si ha, e si presenta perciò necessaria un'opportuna scelta, decidendo in modo da tener conto dei metodi che si usano praticamente per misurare il coefficiente L d'autoinduzione.

Questa grandezza sarà in ogni caso dipendente dalla permeabilità del ferro, e quindi dall' intensità della corrente: per ogni valore di μ, essa avrà un valore perfettamente determinato dalle condizioni geometriche del circuito.

4. Tutto ciò vale soltanto se si tratta di ferro che subisca per la prima volta la magnetizzazione, e se il campo magnetico progredisce in una sola direzione senza mai retrocedere [1]; poichè a queste due condizioni bisogna sempre riferirsi parlando di permeabilità magnetica del ferro.

Ma nel caso delle correnti alternate, di cui vogliamo ora occuparci, la magnetizzazione del ferro percorre invece dei cicli: e tuttavia si suol qui pure

[1] Ewing, *Magnetische Induktion*, pag. 96, 1892.

parlare di permeabilità, con una od un'altra frequenza, con una od un'altra ampiezza del campo. Si sa che per ogni valore di H l'induzione B ha, dopo percorsi alcuni cicli, un determinato valore per la fase ascendente, e uno per la fase discendente. Ma se, per ogni coppia B, H, facessimo il rapporto delle due quantità, esso risulterebbe negativo in certe porzioni del ciclo (2° e 4° quadrante), e per di più, al passaggio di H per zero, diverrebbe infinito. Non si può dunque, con un campo alternato, intendere la permeabilità ad ogni istante definita nel modo solito come il quoziente $\frac{B}{H}$.

È facile inoltre convincersi che neppure è possibile assumere, quale permeabilità colle correnti alternate, il valor medio del rapporto $\frac{B}{H}$, calcolato per un mezzo periodo: od almeno ciò non è sempre possibile. Perchè infatti tale valor medio riuscisse finito, dovrebbe H, al passaggio per zero, essere infinitesimo d'ordine minore dell'unità. Ora, anche nel caso più comune di una corrente alternata sinusoidale, $\frac{B}{H}$ diventa infinito del 1° ordine rispetto al tempo, e l'integrale esteso a mezzo periodo è pure infinito. Non si dirà certo che la permeabilità del ferro, e quindi l'induttanza del circuito sono infinite, se naturalmente è invece finita l'energia elettrocinetica del sistema.

Queste osservazioni semplicissime sembrano essere sfuggite all'attenzione di chi s'interessa di simili argomenti. Il Piola [1] e lo Schames [2], ad esempio, parlano esplicitamente, nei loro lavori, del valor medio dei valori assunti da μ durante un periodo od un mezzo periodo.

5. Per raggiungere il nostro principale scopo di una conveniente definizione dell'induttanza di un circuito comprendente ferro, colle correnti alternate, cominciamo dallo stabilire intanto qual significato in tal caso debba attribuirsi alla parola permeabilità del ferro.

Siccome tutte le formule dedotte per via teorica suppongono μ costante, e quindi suppongono il valor medio di B in un semiperiodo proporzionale al valor medio di H, si concederà loro un campo maggiore di validità, se definiamo in modo rigoroso la permeabilità, per un campo magnetico alternato, come il *rapporto dei valori medii, rispetto ad un semiperiodo, dell'induzione e della forza magnetizzante*; ossia mediante la formula:

$$\mu = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} B\,dt}{\int_0^{\frac{T}{2}} H\,dt},$$

dove T è il periodo della corrente alternata.

(1) Rend. Lincei, 16, 122, 1907.
(2) Phys. Z. S., 9, 317, 1908.

E finalmente, in base a tale definizione, ricordando che l'induzione e la forza magnetica son rispettivamente proporzionali al flusso Φ e all'intensità i della corrente, convien definire, come induttanza di un circuito concatenato con una massa di ferro, il *rapporto tra i valori medii, relativi a mezzo periodo, del flusso d'induzione e della corrente*; ossia colla formula:

$$L = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} \Phi \, dt}{\int_0^{\frac{T}{2}} i \, dt},$$

la quale è una generalizzazione della (3).

Le grandezze L e μ così determinate sono esse pure legate dalla relazione (3'):

$$L = 4\pi s \mu .$$

6. Per concludere, osserverò che Arnold [1], quale definizione di permeabilità magnetica colle correnti alternate, ha assunto il rapporto dei valori massimi, in luogo di quello dei valori medî, cioè $\mu = \frac{B_{max}}{H_{max}}$. Egli, credo, è stato condotto a ciò, per secondare quei metodi sperimentali con cui si ricavano i valori massimi dell'induzione e dell'intensità del campo. Ma se si riflette che la maggior parte dei metodi di misura forniscono, invece, per quelle grandezze, i valori medî relativi ad un semiperiodo, ci convinciamo, oltre che della precisione, anche dell'utilità pratica delle precedenti definizioni.

Fisica. — *La scarica intermittente attraverso i gas rarefatti, posti nel campo magnetico* [2]. Nota di T. Collodi, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

1. Sopra la propagazione dell'elettricità attraverso ai gas immersi in un campo magnetico longitudinale, ho intrapreso da qualche tempo uno studio, dal quale credo opportuno stralciare alcuni dei primi resultati ottenuti.

È noto che il prof. Righi ha emesso una ipotesi, secondo la quale il catodo di un tubo di scarica, sotto la influenza di un campo magnetico longitudinale, diviene sede di una abbondante emissione di sistemi binari (formati da un ione positivo, attorno al quale gravita un elettrone), che costi-

[1] Arnold et La Cour, *Wechselstromtechnik*, I, pag. 343.
[2] Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.