

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIX.

1892

SERIE QUINTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME I.

1° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1892

ECKER (<i>Rana</i>)	GEGENBAUR	HOWES e RIDWOOD	Valore morfologico
lunatum	radiale	radiale	radiale intermedium centrale
pyramidale	ulnare	ulnare	ulnare pisiforme
naviculare	centrale	centrale praeaxiale	carpale praepollicis
trapezoides	carpale 2	carpale 2	carpale 1
	carpale 3	carpale 3	carpale 2
capitato-hamatum	carpale 4	carpale 4	carpale 3
	carpale 5	centrale postaxiale	carpale 4 + 5
trapezium	carpale 1	carpale 1	metacarpale prae-pollicis
metacarpalia 2 — 5	metacarpalia 2 — 5	metacarpalia 2 — 5	metacarpalia 1 — 4

• Preseindendo dalla possibile mancanza di uno o più elementi o dalla fusione di più pezzi fra loro, si può ritenere che esistono, nella mano degli Anfibii anuri, tutte quelle parti che entrano nella costituzione del carpo degli altri vertebrati terrestri. La mano degli Anuri viene così ricondotta ad un tipo molto primitivo e, come già sostenni nella mia Nota precedente, ad un tipo esadattilo, avente, cioè, quel numero stesso di raggi che, come è ben noto, esiste nell'estremità posteriore di questi animali ».

Fisica. — *Sulle tensioni parziali e le pressioni osmotiche delle miscele di liquidi volatili.* Nuove ricerche di G. GUGLIELMO, presentate dal Socio BLASERNA.

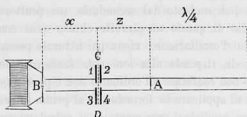
Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla condizione che determina la posizione del primo nodo nelle onde elettriche studiate da Lecher (1).* Nota del dott. ENRICO SALVIONI, presentata dal Corrispondente A. RÖRRI.

• Forma oggetto di questo studio la disposizione sperimentale rappresentata dalla figura. Dai bracci di uno spinterometro B comunicanti cogli elettrodi di un rocchetto di Ruhmkorff si dipartono due fili di rame (diam.

(1) Lavoro eseguito nella scuola di fisica del R. Istituto di Studi superiori di Firenze.

— 0^{mm}.31) tesi parallelamente (dist. = 12^{mm}.5), che in C e D sono stati interrotti e saldati a quattro dischi 1, 2, 3, 4 di ottone (diam. 18^{cm}.6, grossezza = 2^{mm}). Salvo lievi modificazioni qui introdotte per disporre di con-



dizioni più facilmente accessibili al calcolo, tale disposizione è quella che Lecher usò nelle sue esperienze sui fenomeni di risonanza elettrica ⁽¹⁾ e che fu poi studiata da altri e in particolare da Cohn e Heerwagen ⁽²⁾. Questi ultimi, estendendo i sistemi di valori che Hertz aveva dedotti dalle equazioni fondamentali dell'elettrodinamica per lo spazio che circonda un lungo filo conduttore cilindrico, hanno stabilito le espressioni della forza elettrica e magnetica in ogni punto del dielettrico e sono giunti alla formola

$$(1) \quad \operatorname{tg} \frac{2\pi z'}{\lambda} = \frac{\lambda}{8\pi C \log \frac{b}{a}}$$

nella quale λ è la lunghezza d'onda (completa), z' la distanza fra l'ultimo nodo e l'estremità dei fili, C la capacità di un condensatore (non rappresentato nella figura) che suppongono inserito fra le estremità, a il raggio dei fili e b la loro distanza. Questa formola, che comprende come caso particolare quella di Thomson, dà la durata d'oscillazione propria del circuito aperto formato dal condensatore terminale e dai tratti di filo compresi fra questi e l'ultimo nodo (per semplicità qui considero un solo sistema di nodi simultanei). E siccome λ è anche la lunghezza d'onda propria dei circuiti chiusi che lo precedono, così resta ben chiaro che la condizione che determina la posizione dell'ultimo nodo è che la porzione aperta sia all'unisono colle parti chiuse. Men chiara è invece la condizione che determina la posizione del nodo più vicino al primario; si capisce *a priori* che deve consistere essa pure in un fenomeno di risonanza, ma non si sa come precisarla. Un'esperienza fatta all'intento di ricercare le circostanze che spostano il primo nodo, mi pose sulla via di chiarire questo punto. Inserendo infatti, simmetricamente, fra lo spinterometro e le lastre primarie lunghezze di filo via via crescenti, col che si aumenta la durata d'oscillazione propria del primario, notai

⁽¹⁾ Wied. Ann. Bd. 41.

⁽²⁾ Wied. Ann. Bd. 43, pag. 243.

che il nodo invece di allontanarsi dalle lastre, come accadrebbe se la risonanza avesse luogo tra il primario e il primo intervallo del secondario, si avvicina loro, il che diminuisce la durata di oscillazione propria del primo intervallo. Pare dunque che il primario non si debba considerare solo come eccitatore e quasi indipendente dal secondario, ma piuttosto come formante col primo intervallo di questo un circuito chiuso (sui condensatori) avente una propria durata d'oscillazione: viene poi naturale pensare che questa, per ogni sistema di nodi, risponda alla loro nota fondamentale. Questo modo di vedere per quanto non conforme all'ordinario non è però nuovo: Cohn e Heerwagen provandosi ad applicare la formola (1) al primo intervallo, hanno osservato che nelle loro condizioni sperimentali, si calcolano con essa per la capacità C e la lunghezza z valori che sembrano compatibili colla forma e colle dimensioni dei circuiti, quando però si comprendano nel primo intervallo anche la lunghezza del primario e la capacità dei condensatori costituiti dalle due coppie di lastre e considerati come riuniti in cascata.

La coincidenza rilevata da Cohn e Heerwagen è però, in certo modo, accidentale, perchè dipende dalla circostanza che nelle loro esperienze la lunghezza del primario è piccola rispetto alla capacità dei condensatori. Se infatti si inseriscono dei fili mano mano più lunghi fra lo spinterometro e le lastre primarie, si hanno colla formola (1), (come si vedrà in seguito) per la capacità C valori nemmeno paragonabili fra loro: essi vanno diminuendo sino a che le lastre si trovano in posizione simmetrica rispetto alla scintilla eccitatrice da una parte e al primo nodo dall'altra; dopo di che tornano a crescere raggiungendo di nuovo il valor massimo quando è minima la distanza del primo nodo dalle lastre. Anzi, per qualsiasi distanza fra le lastre di ciascuna coppia, si possono disporre la lunghezza del primario e quella di tutto il secondario in modo che il valore di C calcolato colla formola (1) riesca piccolo quanto si vuole e assuma anche valori negativi. Questo risultato non esclude però l'interpretazione proposta, perchè la formola (1) essendo calcolata sotto le condizioni nelle quali si trova l'intervallo estremo dove il condensatore è all'estremità, è a torto applicata al circuito formato dal primario e dal primo intervallo, dove quelle condizioni non si verificano. Le due coppie di lastre non si devono considerare semplicemente come due condensatori in cascata inseriti nel circuito, perchè sono riuniti da un filo che ha un coefficiente d'induzione e una capacità propria, e prende quindi parte efficace nel determinare la durata d'oscillazione di tutto il circuito.

A fine di introdurre nel calcolo anche questi elementi, fisserò le idee sulla disposizione adottata nelle esperienze (vedi fig.). Supponiamo che il ponte sia nel primo nodo A ; quando il rocchetto agisce e le oscillazioni hanno luogo, i potenziali sui dischi contigui $2, 4$ e così sui dischi $1, 3$ sono sempre in opposizione di fase; se poi è vero che il circuito $ACBDA$ vibri per intero, si manterranno pure in opposizione di fase i potenziali su $1, 2$ e su $3, 4$;

così in C e D si formeranno due ventri e perciò in B un nodo. Può parer strano a tutta prima che la differenza di potenziale fra i due fili sia minima in B dove si vedono scoccare le scintille, ma si deve por mente che queste non servono che a dar l'impulso alle oscillazioni le quali poi continuano nel modo imposto dalle condizioni del sistema: in allora le palline dello spinterometro, colla interruzione, non intervengono che come condensatore di piccolissima capacità inserito nel circuito; la cui influenza sull'onda che si desta è poi anche più piccola, perchè questo condensatore viene a trovarsi in un nodo, cioè in una parte del circuito dove la capacità deve avere il minimo effetto; di che darò un esempio in una prossima nota. Del resto, che fra le palline dello spinterometro, nel corso delle oscillazioni rapide, la differenza di potenziale sia più piccola che negli altri punti, lo prova l'osservazione che, quando il primario è convenientemente lungo, si possono avere tra i piatti scintille di più di un centimetro, dovute evidentemente alle oscillazioni, mentre tra le palline si osservano le sole scintille eccitatrici di due o tre millimetri.

• Precisate così le idee, è facile dedurre dalle equazioni di Cohn e Heerwagen, quelle che fanno al caso. Se chiamiamo z la distanza fra il nodo A e i dischi secondari, x la distanza fra il nodo B e i dischi primari, e $\Phi(z)$ la differenza di potenziale fra i dischi 2 e 4, sarà $-\Phi(x)$ la differenza di potenziale fra i dischi 1 e 3; e avremo su 1, 2, 3, 4, rispettivamente i potenziali $-\frac{1}{2}\Phi(x)$, $\frac{1}{2}\Phi(x)$, $\frac{1}{2}\Phi(x)$, $-\frac{1}{2}\Phi(x)$. Quindi se C è la capacità di ciascuna coppia di dischi, l'energia elettrica che ha sede nello spazio compreso fra le armature di ciascun condensatore sarà

$$(2) \quad W'_e = \frac{1}{8} C \left\{ \Phi(z) + \Phi(x) \right\}^2.$$

Se poi chiamiamo $W(z)$ l'energia totale (magnetica e elettrica) compresa fra il piano indefinito che contiene i dischi secondari e il piano parallelo passante per A, sarà $W(x)$ l'energia totale fra il piano dei dischi primari e quello che passa per B; e siccome l'energia magnetica dello spazio fra i condensatori è trascurabile, così l'energia totale dello spazio compreso fra i due piani indefiniti passanti per i nodi e perpendicolari ai fili, cioè tutta quanta l'energia che entra in giuoco nelle oscillazioni sarà

$$\frac{1}{4} C \left\{ \Phi(z) + \Phi(x) \right\}^2 + W(x) + W(z).$$

• Preseindendo quindi dalla perdita di energia elettromagnetica che si annulla trasformandosi in calore nei fili, avremo la relazione

$$(3) \quad \frac{1}{4} C \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \Phi(z) + \Phi(x) \right\}^2 + \frac{\partial}{\partial t} W(x) + \frac{\partial}{\partial t} W(z) = 0.$$

Ora le funzioni Φ e W si trovano determinate nella nota di Cohn e Heerwagen, e sono (1):

$$\Phi(z) = 2B \log^{b/a} \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T} \operatorname{sen} \frac{2\pi z}{\lambda}$$

$$W(z) = \frac{B^2}{8\pi} \lambda \log^{b/a} \operatorname{sen} \frac{4\pi z}{\lambda} \cos^2 \frac{2\pi t}{T} + A$$

dove λ è la lunghezza d'onda (completa), T la durata d'oscillazione, a il raggio dei fili, b la loro distanza e infine B una costante e A indipendente da t . Sostituendo queste espressioni nella (3) si ottiene

$$8\pi C \log^{b/a} = \lambda \frac{\operatorname{sen} \frac{4\pi z}{\lambda} + \operatorname{sen} \frac{4\pi z'}{\lambda}}{\left(\operatorname{sen} \frac{2\pi z}{\lambda} + \operatorname{sen} \frac{2\pi z'}{\lambda}\right)^2}$$

da cui

$$(4) \quad 8\pi C \log^{b/a} = \lambda \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi(z-x)}{\lambda}}{\operatorname{tg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}$$

Se chiamiamo C' la quantità che per C vien calcolata colla formola (1), porremo in essa $\frac{C'}{2}$ in luogo di C e $z+x$ in luogo di z' ; la (1) diventa

$$(5) \quad 4\pi C' \log^{b/a} = \frac{\lambda}{\operatorname{tg} \frac{2\pi(z+x)}{\lambda}}$$

e confrontando questa colla (4), si ha infine

$$(6) \quad C = C' \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi(z-x)}{\lambda}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}$$

La forma del coefficiente di correzione da applicarsi ai valori C' calcolati colla formola di Cohn e Heerwagen, spiega intanto bene il loro contegno, come sarebbe facile mostrare. Rimane a verificare sino a che punto la C calcolata colla (6) risponde alle condizioni delle esperienze. In queste i fili secondari lunghi 438^{cm} sono, come nelle fig., lasciati liberi all'estremità; non avendosi che un nodo A ben accentuato la distanza di questo dalle estremità è,

(1) Cohn e Heerwagen, l. c. pag. 358.

come si sa, un quarto di lunghezza d'onda; la λ determinata sperimentalmente in tal modo sarà da introdurre nelle formole.

Le esperienze poi consistono nel far variare la distanza A dei dischi di ciascuna coppia e la lunghezza x del filo fra lo spinterometro eccitatore e i dischi primari, e nel determinare ogni volta la lunghezza z del filo fra i dischi secondari e il nodo A; e questo si fa col solito metodo del ponte mobile e con uno spinterometro disposto tra i fili alla loro estremità; un filo di cotone teso fra due carucole d'avorio, chiuso su sè stesso e convenientemente fissato al ponte, permette all'osservatore di far scorrere quest'ultimo gradatamente, nel mentre tien l'occhio alla scintilla. La posizione del ponte, per la quale questa socca più facilmente e con maggiore regolarità si determina con chiarezza; nè rimane dubbio d'esser in parte prevenuti sulla posizione definitiva, perchè nel mentre si fa l'esperienza non si sa in che punto si trovi il ponte. Quando l'interruttore agisce bene e le palline dell'eccitatore sono ben terse, due determinazioni successive conducono a valori che non differiscono di più di mezzo centimetro e molto spesso sono assolutamente uguali. Le tavole che seguono raccolgono i risultati di queste misure; nelle prime tre colonne di ciascuna tavola sono i valori $x, z, \lambda/4$, in numeri tondi, ottenuti però dalle lunghezze indicate con queste lettere nella figura, e direttamente misurate, coll'aggiungere alle prime due la metà e all'ultima l'intera distanza fra i due fili. Tale modo di tenere conto della lunghezza del ponte e degli spinterometri, è certo arbitrario per quanto comunemente adottato; questa inesattezza non può però influire molto sui risultati. I valori C e C' raccolti nella quarta e quinta colonna sono quelli che si ottengono per la capacità di ciascuna coppia di dischi, rispettivamente colla formola di Cohn e Heerwagen e colla (6). La γ che ho messo insieme con A a capo di ogni tavola, è il valore della stessa capacità (elettrostatica) che si calcola colla nota formola di Kirchhoff (1).

$$A = 1, \quad \frac{1}{2}\gamma = 12.9$$

$$A = 3, \quad \frac{1}{2}\gamma = 5.19$$

x	z	$\lambda/4$	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
201	18	439	10.6	11.2
106	82	375	8.92	10.7
68	104	353	9.10	10.7
31	116	341	10.0	11.0

x	z	$\lambda/4$	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
202	105	353	1.79	4.94
159	132	326	1.34	4.58
107	150	308	1.97	4.73
64	160	297	2.83	4.80
32	167	291	3.87	5.11

(1) Ges. Abhandl. pag. 112.

$A = 2, \frac{1}{2}\gamma = 7.17$

x	z	λ_4	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
201	72	385	4.48	6.81
170	94	364	4.01	6.59
158	102	355	3.76	6.40
130	115	342	3.86	6.42
74	137	320	4.50	6.51
64	140	317	4.75	6.59
56	142	315	4.96	6.65
32	150	308	5.50	6.64

$A = 4, \gamma = 4.17$

x	z	λ_4	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
202	125	334	0.34	3.93
201	124	334	0.34	4.07
171	142	316	0.13	3.75
131	158	300	0.42	3.76
107	164	294	0.87	3.86
75	167	291	1.87	4.14
63	171	287	1.98	4.22
57	169	289	2.43	4.37
33	175	283	3.07	4.35

$A = 5, \frac{1}{2}\gamma = 3.53$

x	z	λ_4	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
203	137	322	-0.84	4.30
160	160	299	-0.78	3.19
108	173	286	0.10	3.28
33	181	278	2.49	4.43

$A = 10, \frac{1}{2}\gamma = 2.18$

x	z	λ_4	$\frac{1}{2}C'$	$\frac{1}{2}C$
205	172	289	-3.56	2.08
162	188	273	-3.07	2.05
36	202	260	0.84	2.46

Queste tabelle provano quanto si disse in principio, che cioè la formola di Cohn e Heerwagen dà valori (C') nemmeno fra loro paragonabili, e che la coincidenza notata da Cohn e Heerwagen era dovuta alla circostanza che nelle loro esperienze la x era piccolissima rispetto alla z . Invece i valori di C sono pressochè costanti, e concordano coi valori (γ) calcolati colla formola di Kirchhoff, almeno tanto quanto si può domandare in confronti di questo genere. Da un esame più attento sui valori di C , risulta però che le differenze per quanto non molto grandi rispetto ai possibili errori d'esperienza, presentano un andamento troppo sistematico; le C sono minime quando x è prossimamente uguale a z e crescono mano mano che $x - z$ cresce in valore assoluto. La ragione di ciò sta, a mio credere, in una ipotesi tacitamente fatta nei calcoli precedenti: l'energia elettrica corrispondente a ciascun condensatore fu supposta infatti uguale al semiprodotto della capacità C per la differenza di potenziale fra le armature. Il che non è rigoroso quando i condensatori non sono chiusi, e molto meno quando, come nel caso attuale, le distanze fra i dischi non sono molto piccole rispetto ai raggi. Inoltre può sorgere il dubbio che abbia influenza anche l'azione mutua di una coppia di dischi sull'altra: pertanto, chiamando V_1, V_2, V_3, V_4 i potenziali, in

un dato istante, sui dischi 1, 2, 3, 4, e q_1, q_2, q_3, q_4 le relative quantità di elettricità, porrò le equazioni

$$\begin{aligned} q_1 &= \alpha V_1 - \theta V_2 - \varepsilon V_3 - \gamma V_4 \\ q_2 &= -\theta V_1 + \alpha V_2 - \gamma V_3 + \varepsilon V_4 \\ q_3 &= -\varepsilon V_1 - \gamma V_2 + \alpha V_3 - \theta V_4 \\ q_4 &= -\gamma V_1 - \varepsilon V_2 - \theta V_3 + \alpha V_4 \end{aligned}$$

dove $\alpha, \theta, \gamma, \varepsilon$ (quantità tutte positive) sono i cosiddetti coefficienti d'induzione (1), ridotti qui a quattro soli distinti per ragioni di simmetria. Ponendo in queste

$$V_1 = -V_2 = -\frac{1}{2} \Phi(x), \quad V_3 = -V_4 = \frac{1}{2} \Phi(z)$$

e
 si avrà :

$$\begin{aligned} q_3 &= -q_1 = \frac{1}{2} \left\{ \mu \Phi(x) + \nu \Phi(z) \right\} \\ q_2 &= -q_4 = \frac{1}{2} \left\{ \nu \Phi(x) + \mu \Phi(z) \right\} \end{aligned}$$

L'espressione dell'energia elettrica dei due condensatori che nel calcolo precedente era

$$(7) \quad \frac{1}{4} C \left\{ \Phi(z) + \Phi(x) \right\}^2,$$

diventa

$$\frac{1}{4} \mu \left\{ \Phi^2(x) + \Phi^2(z) \right\} + \frac{1}{2} \nu \Phi(x) \Phi(z)$$

e ponendo :

$$(8) \quad \mu - \nu = \alpha - \theta + \varepsilon + \gamma = w,$$

e

$$(9) \quad \frac{2\Phi(x)\Phi(z)}{\left\{ \Phi(x) + \Phi(z) \right\}^2} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} \operatorname{sen} \frac{2\pi z}{\lambda}}{\left\{ \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} + \operatorname{sen} \frac{2\pi z}{\lambda} \right\}^2} = q$$

si ha per detta energia l'espressione

$$\frac{1}{4} (\mu - qw) \left\{ \Phi(x) + \Phi(z) \right\}^2.$$

Confrontando questa colla (7), e poichè q è costante rispetto al tempo, si vede senz'altro che il risultato finale si avrà ponendo nella (6) in luogo di C $\mu - qw$; rimane adunque valida la (6) e insieme

$$(10) \quad \mu = C + qw.$$

(1) Maxwell, Treatise. Ed. 1^a, 2^a.

Qui μ e w devono essere per ogni data A vero costanti; dovrebbe dunque la ϱ data dalla (9) contenersi in modo inverso alla C cioè diventar massima con $x-s=0$ e diminuire quando $x-s$ cresce in valore assoluto; e questo appunto si verifica. Si può procedere ad una ulteriore verifica, calcolando effettivamente la ϱ per ogni osservazione, indi coi minimi quadrati la w ; se questo si fa per le due serie più ricche di dati, cioè per quelle che corrispondono a $A=2$ e $A=4$, si ottiene per $A=2$ $w=2,8$ e per $A=4$, $w=4,2$. Senza dar soverchia importanza a questi valori, i quali risultando, in ultima analisi, come rapporti di differenze già piccole, possono essere affetti da errori considerevoli, noterò che dalle formole di Clausius (¹) pel caso di due dischi soli affacciati, si calcola $\alpha-\theta=3,3$, valore abbastanza vicino ai due trovati per w ; ed appunto, se un condensatore non ha azione sensibile sull'altro, è $\varepsilon+\gamma=0$ e quindi per la (8) $w=\alpha-\theta$. È quasi poi superfluo aggiungere che le μ calcolate colla (10) e coi detti valori di w presentano differenze molto più piccole che le C , e non variano sistematicamente. Senz'altro insistere, da quanto precede stimo lecito concludere che le differenze sistematiche che permanevano nelle C , si spiegano colle considerazioni fatte; in ogni modo, riguardo come fatto dimostrato che la condizione che determina la posizione del primo nodo nelle esperienze di Lecher è la risonanza del circuito formato dal primario, le quattro lastre e il primo intervallo del secondario, col circuito rimanente; e s'intende bene che se la lunghezza dei fili è tale che vi sieno più nodi simultanei, sempre il circuito sopra detto determinerà per ogni singolo sistema, la comune lunghezza d'onda. Date le condizioni alle due estremità della disposizione di Lecher, è anche verisimile che l'equazione di Cohn e Heerwagen valida per la parte estrema, l'equazione (4) valida per la prima parte, unitamente alla condizione evidente che la lunghezza intermedia sia un multiplo della semilunghezza d'onda, formino un sistema di relazioni atto a determinare le lunghezze d'onda, corrispondenti ai vari sistemi di nodi.

• Un'applicazione del principio sopra stabilito formerà oggetto di una seconda Nota •.

Fisica. — *Come, per l'aggiunta di una capacità, si spostino i nodi delle onde elettriche stazionarie, nei fili conduttori.* Nota del dott. E. SALVIONI, presentata a nome del Corrispondente RÖTTI.

Questa Nota verrà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(¹) Mech. Wärmeth. II. Bd. 2^a ediz. pag. 52.