

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIX.

1892

SERIE QUINTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME I.

1° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1892

e finalmente:

$$Z = \frac{1}{4} G - \frac{1}{2} X + \Lambda - \left(u_1 + 2r \frac{\partial u_1}{\partial r} \right);$$

e poichè le espressioni di X e G mediante S e $\frac{\partial S}{\partial r}$ possono ottenersi in modo facile, possiamo considerare il problema come risoluto.

• Le funzioni Y, Z, G ecc. si mantengono finite anche per $r = 0$, come potrebbe provarsi riflettendo che le forze $(F_r, F_\theta, F_\varphi)$ costituiscono un sistema di forze in equilibrio (1) •.

Matematica. — *La legge di probabilità degli errori d'osservazione.* Nota del prof. P. PIZZETTI, presentata dal Socio CREMONA.

Questa Nota verrà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Resistenza elettrica delle amalgame di Piombo e di Cadmio.* Nota di G. VICENTINI e C. CATTANEO, presentata dal Socio BLASERNA.

• Abbiamo continuato lo studio della resistenza elettrica specifica delle amalgame di alcuni metalli facilmente fusibili, nonchè di diverse loro leghe, e ciò per procurarci dei dati alquanto più estesi di quelli determinati da diversi sperimentatori, come già è fatto cenno nelle Note precedenti (2). Nella attuale diamo i risultati di misure fatte sulle amalgame di piombo e di cadmio, allo stato di perfetta fusione.

• Non descriviamo il metodo di misura, le cure osservate nelle esperienze, nonchè il modo col quale sono calcolati i valori che registriamo in seguito, il tutto essendo stato descritto, specialmente nello studio della resistenza elettrica di alcuni metalli facilmente fusibili (3).

• È qui solo da osservare, che i valori della resistenza specifica ρ alle temperature estreme, per alcune amalgame furono tolti dal prolungamento della curva di ρ . In questo caso però i valori registrati sono posti fra parentesi.

Amalgame di piombo.

• Ne abbiamo studiate sei, corrispondenti alle formole atomiche seguenti: Pb Hg₂₄, Pb Hg₁₂, Pb Hg₄, Pb Hg₂, Pb Hg, Pb₃ Hg. La ricchezza in piombo è così compresa (in peso) fra 4 e 76 %. Nel preparare le amalgame, per

(1) Cfr. Borchardt, *Ueber Deformationen elastischer isotroper Körper durch mechanische an ihrer Oberfläche wirkende Kräfte.* Akad. d. Wiss. z. Berlin 1873; oppure *Gesam. Wer.*, pag. 311.

(2) Rend. R. Acc. Lincei, vol. VII, 1° sem., p. 258; 2° sem. p. 95, 1891.

(3) Atti R. Acc. dei Fisiocritici. Siena, 1890.

peso atomico del Pb si è assunto il valore 206,43 tolto dalle tabelle di Landolt e Boernstein.

• Ecco i caratteri delle amalgame, conservate in tubi di vetro, a circa 10° di temperatura.

• Pb Hg₁₄. È ancora liquida; ma alla sua superficie galleggia un nucleo di massa granulosa, che collo scuotimento facilmente si mescola colla parte liquida. — Pb Hg₁₂. La parte granulosa che si separa dalla amalgama liquida è in maggiore copia. — Pb Hg₄. Questa conserva forse la sua terza parte, ancora scorrevole. — Pb Hg₅. È pastosa e si stenta a introdurre nella sua massa un bastoncino. Inclinando il tubo che la raccoglie, solo piccola porzione di amalgama liquida, abbandona la parte pastosa. — Pb Hg, Pb₃ Hg. Sono solide.

• La tabella I contiene i dati sperimentali determinati per le amalgame sopra descritte.

TABELLA I.

	Peso °.° Pb	T	ρ	$\rho_c - \rho$	ρ/ρ_c
Pb Hg ₁₄	4,128	100	0,879	0,110	0,889
		250	0,821	0,162	0,835
		275	0,815	0,168	0,829
		300	0,809	0,173	0,824
		325	0,803	0,177	0,819
		(350)	(0,797)	(0,182)	(0,814)
Pb Hg ₁₂	7,929	100	0,890	0,180	0,816
		250	0,762	0,210	0,783
		275	0,752	0,216	0,776
		300	0,746	0,221	0,771
		325	0,740	0,224	0,767
		(350)	(0,734)	(0,229)	(0,762)
Pb Hg ₄	20,532	250	0,695	0,233	0,749
		275	0,685	0,239	0,742
		300	0,675	0,245	0,734
		325	0,666	0,249	0,728
		350	0,656	0,255	0,720
Pb Hg ₅	34,068	(275)	(0,684)	(0,198)	(0,775)
		300	0,673	0,203	0,768
		325	0,661	0,209	0,760
		(350)	(0,650)	(0,214)	(0,752)
		Pb Hg	50,822	(250)	(0,725)
275	0,711			0,128	0,848
300	0,697			0,133	0,839
325	0,685			0,138	0,832
(350)	(0,673)			(0,141)	(0,826)
Pb ₃ Hg	75,611	(275)	(0,757)	(0,029)	(0,963)
		300	0,744	0,031	0,959
		325	0,731	0,034	0,955
		(350)	(0,719)	(0,036)	(0,953)
		Pb Hg	(solida)	0°	0,662

• In generale, nel costruire le curve della resistenza specifica ρ , alle varie temperature, si sono presi 2 mm. a rappresentare i centesimi ed in questa scala le curve si confondono con linee rette. Ciò però non si può dire quando, per essere le amalgame molto ricche di mercurio, si tenga conto anche delle determinazioni fatte a 100. Di fatto per la amalgama Pb Hg_{24} , riunendo il punto che corrisponde a 100 con quello a 240, si ha una retta più inclinata, rispetto all'asse delle ascisse, di quello che non sia il tratto che congiunge gli altri punti compresi fra 240 e 330.

• Abbiamo voluto studiare la lega Pb Hg anche allo stato solido (a 0°). Il tubo nel quale si è studiata fu riempito nel bagno a paraffina, seguendo tanto nel riempimento che nel raffreddamento le regole già date nelle note antecedenti.

• L'esame dei risultati, quali sono raccolti nella tabella I, porta subito alla conclusione che anche per le amalgame di piombo la resistenza specifica, al di sopra della temperatura di saturazione, è sempre minore della resistenza calcolata. Di fatto la differenza $\rho_c - \rho$ conserva sempre valore positivo. Così pure la differenza $\rho_c - \rho$ aumenta col crescere della temperatura.

• La tabella II contiene i valori che siamo soliti dare, corrispondenti alla temperatura di fusione del metallo amalgamato. I coefficienti di contrazione μ , come si vede dalla tabella, non corrispondono tutti a leghe di composizione eguale a quella delle studiate, ma alquanto diversa. Furono determinati da uno di noi in altro lavoro (1).

TABELLA II.

Valori corrispondenti alla temperatura di 325°.

	Vol. % Pb	ρ	λ	μ	K	k	$\frac{k}{k'}$
Hg	—	1,0000	—	—	—	—	—
Pb Hg ₂₄	4,93	0,893	0,180	—	-0,000373	0,000743	9,1
Pb Hg ₁₂	9,39	0,740	0,232	—	-0,000330	0,000801	4,8
—	23,13	—	—	0,016	—	—	—
Pb Hg ₄	23,73	0,666	0,272	—	-0,000561	0,000573	3,1
Pb Hg ₂	38,36	0,661	0,240	0,022	-0,000662	0,000505	2,4
Pb Hg	55,45	0,685	0,168	—	-0,000717	0,000354	1,8
—	64,36	—	—	0,012	—	—	—
Pb ₂ Hg	78,88	0,731	0,047	—	-0,000669	0,000572	1,3
—	78,32	—	—	0,007	—	—	—
Pb	—	0,7205	—	—	-0,00065	0,00052	—

• Se si tracciano due curve coi valori delle resistenze misurate e quelle calcolate, per la temperatura di 325° (temperatura di fusione del piombo),

(1) C. Cattaneo, *Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido*. Atti della R. Acc. delle scienze di Torino, vol. XXV, 1890.

in funzione delle concentrazioni in volumi di piombo liquido, si vede che *la resistenza specifica delle amalgame poco concentrate diminuisce rapidamente col crescere della ricchezza in piombo; per concentrazioni, a volumi di piombo compresi fra il 10 ed il 65 %, si mantiene più bassa di quella del piombo stesso; alle massime concentrazioni la differenza va scomparendo.*

• Se poi si costruiscono le curve del coefficiente di variazione della resistenza specifica (λ) e del coefficiente di contrazione (μ), quest'ultimo moltiplicato per 10, si vede che *le due curve hanno un andamento pressochè eguale ed hanno una forma analoga a quella già riportata nella Nota sulla resistenza delle amalgame di stagno.*

• La curva delle λ ci dice che la massima variazione di resistenza si produce per la amalgama Pb Hg_4 , e che alle concentrazioni superiori all'80% (in volume) la differenza fra la resistenza sperimentale e la calcolata si rende piccolissima.

• Abbiamo pure tracciata la curva dei valori di ν' in funzione della concentrazione delle amalgame. Essa riesce simile a quelle ottenute per le amalgame di Sn e Bi e come per quelle, prolungata convenientemente, in corrispondenza alla concentrazione 100%, passa per la temperatura di 321°, che è molto vicina alla temperatura di fusione del piombo.

Amalgame di cadmio.

• In base a quanto precede e a quanto fu esposto nelle antecedenti Note è manifesto che le amalgame di metalli facilmente fusibili (il bismuto eccezzuato) finora considerate, si comportano in egual maniera rispetto alla resistenza elettrica. Volendo quindi procurarci nuovi dati su amalgame di altri metalli, pure facilmente fusibili, basterà sottoporre alla esperienza un numero limitato di amalgame; e quando queste mostrino un comportamento analogo a quello finora riscontrato, saremo esonerati da uno studio più esteso.

• È questa la ragione per cui abbiamo trovato inutile di studiare un numero grande di amalgame di cadmio, ed i risultati ottenuti per sole tre di esse, ci dicono che anche queste si comportano identicamente alle altre. La loro composizione è la seguente: Cd Hg_5 , Cd Hg_2 , $\text{Cd}_3 \text{Hg}$. Per peso atomico del Cd abbiamo preso il valore 111,77.

• I caratteri delle tre amalgame sono i seguenti: Cd Hg_5 . Alla temperatura di circa 10° forma un ammasso pastoso compatto, costituito da un insieme di grossi cristalli cementati da una parte scorrevole. Inclinando il tubo che contiene l'amalgama, si separa da essa lentamente una parte liquida. — Cd Hg_2 . È solida alla temperatura ordinaria; ha struttura cristallina e aderisce alle pareti del tubo in cui sia stata versata fusa, comunicando ad esse aspetto speculare. — $\text{Cd}_3 \text{Hg}$. Per questa è da ripetersi quanto è detto per la Cd Hg_2 ; solo è da osservare che possiede una struttura cristallina molto più fina. Ecco i risultati delle esperienze.

TABELLA III.

	Vol. % Cd	T	ρ	$\rho_e - \rho$	ρ/ρ_e		Vol. % Cd	T	ρ	$\rho_e - \rho$	ρ/ρ_e
Cd Hg _s	10,065	100	0,605	0,145	0,807	Cd Hg _s	21,861	250	0,437	0,111	0,797
—	—	225	0,588	0,131	0,818	—	—	280	0,431	0,107	0,801
r' = 51	—	250	0,582	0,130	0,818	r' = 102	—	318	0,428	0,098	0,812
—	—	280	0,574	0,130	0,816	—	—	—	—	—	—
—	—	318	0,567	0,126	0,818	Cd _s Hg	62,667	290	0,297	0,031	0,904
—	—	—	—	—	—	r' = 250	—	318	0,289	0,023	0,927
—	—	—	—	—	—	solida	0°	0°	0,164	—	—

TABELLA IV.

Valori corrispondenti alla temperatura di 318°.

	Vol. % Cd	ρ	λ	k	k	$\frac{k'}{k_e}$
Hg	—	1,0000	—	—	—	—
Cd Hg _s	15,24	0,693	0,182	— 0,000288	0,000851	0,8
Cd Hg _s	31,01	0,521	0,188	— 0,000471	0,000684	0,7
Cd _s Hg	72,95	0,312	0,074	— 0,000961	0,000254	0,6
Cd	—	0,256	—	— 0,00104	0,00013	—

• Se ci mettiamo ad esaminare i risultati consegnati nelle tabelle 3 e 4, saremmo costretti a ripetere le stesse conclusioni, ricavate separatamente per le amalgame degli altri metalli, ciò che crediamo affatto superfluo. Piuttosto, prima di procedere, reputiamo utile prendere in discussione i risultati ai quali è pervenuto il Weber studiando le amalgame degli stessi metalli da noi considerati.

Confronto colle misure di C. L. Weber.

• C. L. Weber (1) ha studiate molte amalgame dei metalli stagno, bismuto, cadmio, piombo, determinando l'andamento della loro resistenza elettrica ad una sola temperatura. Le amalgame di stagno le ha studiate a circa 242°; le altre a una temperatura di circa 265°.

• Nel suo lavoro fa rilevare le difficoltà offerte dalle misure a temperature così elevate, ed avverte pure che confrontando di frequente il suo termometro a mercurio con quello ad aria, ha trovato delle variazioni notevoli nelle correzioni da applicarsi.

• In considerazione di ciò, non che del piccolo coefficiente di temperatura della resistenza delle amalgame, negli specchi dei risultati delle sue esperienze raccoglie i valori della resistenza delle singole amalgame, corri-

(1) Wiedemann's Annalen, vol. XXXI, pag. 243, 1887.

spondenti a temperature non perfettamente eguali, ma che differiscono di qualche grado. Le curve della resistenza (in funzione della concentrazione delle amalgame) non risentono l'influenza di così piccole differenze.

• Se confrontiamo i nostri risultati con quelli del Weber, troviamo che per la temperatura c'è una differenza piuttosto sensibile. Così egli registra la resistenza specifica del bismuto liquido, alla temperatura di 265°. Secondo le nostre determinazioni precedenti la temperatura di fusione di questo metallo sarebbe invece di 271°. Volendo confrontare i nostri risultati con quelli del Weber, dobbiamo quindi porre di fronte ai valori che egli dà ai 265°, quelli da noi trovati a 271° (Rammentiamo qui, che in tutti i nostri studi sui metalli, sulle leghe e sulle amalgame, studi che furono incominciati nel 1885, le temperature si riferiscono sempre alle indicazioni di un unico termometro a mercurio, confrontato con quello ad aria, sino alle più elevate temperature).

• Coi valori delle resistenze specifiche delle amalgame, misurate dal Weber, abbiamo tracciate le opportune curve e da esse abbiamo tolte le resistenze che corrispondono ad amalgame di concentrazione eguale a quella delle nostre; tali resistenze le abbiamo poi ridotte a rappresentare la resistenza specifica quale fu da noi calcolata (cioè riferendola alla resistenza del mercurio, alla stessa temperatura della amalgama, come unità). Alla loro volta, dalle curve della resistenza di ogni nostra amalgama, tracciate in funzione della temperatura, abbiamo tolti i valori corrispondenti alla temperatura alla quale il Weber ha eseguito le sue misure. La tabella V contiene opportunamente segnati, i risultati delle nostre misure e di quelle del Weber.

TABELLA V.

$\frac{\rho}{V \cdot e C. Weber}$ (246°)		$\frac{\rho}{V \cdot e C. Weber}$ (271°)		$\frac{\rho}{V \cdot e C. Weber}$ (271°)		$\frac{\rho}{V \cdot e C. Weber}$ (271°)					
SnHg ₁₁	0,74	0,73	Bi Hg ₁₀	0,92	0,92	Pb Hg ₁₄	0,82	0,82	Cd Hg ₄	0,58	0,59
Sn Hg ₄	0,66	0,66	Bi Hg ₁₀	0,88	0,89	Pb Hg ₁₂	0,75	0,75	Cd Hg ₄	0,43	0,45
Sn Hg ₄	0,59	0,61	Bi Hg ₉	0,87	0,86	Pb Hg ₄	0,69	0,68	Cd ₄ Hg	0,30	0,31
Sn Hg ₉	0,54	0,56	Bi Hg ₄	0,89	0,93	Pb Hg ₃	0,66	0,68	—	—	—
Sn Hg	0,52	0,52	Bi Hg	1,01	1,03	Pb Hg	0,71	0,72	—	—	—
Sn ₂ Hg	0,47	0,48	Bi ₁ Hg	1,04	1,07	Pb ₂ Hg	0,76	0,76	—	—	—
Sn ₄ Hg	0,45	0,46	Bi	1,032	1,033	—	—	—	—	—	—
Sn	0,40	0,41	—	—	—	—	—	—	—	—	—

• La concordanza dei risultati non poteva essere migliore, se si considerano le gravi difficoltà che si devono superare operando a temperature elevate, nonché le varie cause d'errore, che per quanto si possano diminuire, certo non si riesce ad eliminare completamente.

• Resta in ogni modo viepiù comprovato quanto avevamo altra volta dimostrato, che cioè la resistenza delle amalgame fuse, a temperature superiori a quella della saturazione, ha un valore

determinato, che non varia, quando le amalgame stesse sieno conservate in uno stato di omogeneità, mediante il rimescolamento.

• La conclusione alla quale siamo sempre arrivati, nello studio dei diversi gruppi di amalgame si è, che la resistenza specifica delle amalgame si avvicina, col crescere della loro concentrazione, sempre più alla resistenza che dovrebbero avere qualora il metallo, nonchè il mercurio, conservassero la rispettiva loro resistenza specifica.

• La resistenza trovata, si avvicina dunque continuamente alla resistenza calcolata colla formula

$$q_c = \frac{e_1 e_2}{e_1 v_2 + v_1 e_2} (v_1 + v_2) \quad (A)$$

nella quale v_1 , e_1 e v_2 , e_2 rappresentano rispettivamente, volume e resistenza specifica del mercurio e del metallo, alla temperatura alla quale si considera l'amalgama.

• Se quindi si risolve la A rispetto a e_2 (resistenza del metallo amalgamato) e in luogo di e_2 si mette il valore trovato per la resistenza specifica delle amalgame, si avranno altrettanti valori di e_2 che devono trovarsi sopra una curva, che prolungata sufficientemente, in corrispondenza alla ascissa 100, deve passare per il valore rappresentante la resistenza del metallo puro.

• Di fatto, in base ai risultati che siamo andati mano mano pubblicando, abbiamo calcolato il valore di e_2 per i metalli stagno, bismuto, cadmio, piombo, in base alla resistenza delle loro amalgame, alle temperature di loro fusione 226,5, 271, 318, 325, quali sono riuniti nella tabella VI; e avendo quindi costruito le curve in funzione della ricchezza percentuale in volume, di ogni metallo, si è trovato che in corrispondenza all'ascissa 100 passano rispettivamente per i punti corrispondenti ai seguenti numeri:

Su	Bi	Cd	Pb
0,405	1,03	0,255	0,78

mentre l'esperienza diretta diede per la resistenza specifica degli stessi metalli i valori

0,404	1,032	0,256	0,72.
-------	-------	-------	-------

TABELLA VI.

	e_2 Sn		e_2 Bi		e_2 Cd		e_2 Pb
Su Hg ₁₀	0,170	Bi Hg ₁₀	0,267	Cd Hg ₅	0,166	Pb Hg ₁₀	0,167
Su Hg ₅	0,196	Bi Hg ₅₀	0,322	Cd Hg ₂	0,185	Pb Hg ₁₀	0,211
Su Hg ₄	0,241	Bi Hg ₅₀	0,463	Cd ₅ Hg	0,228	Pb Hg ₄	0,321
Su Hg ₂	0,301	Bi Hg ₄	0,677	—	—	Pb Hg ₂	0,428
Su Hg	0,351	Bi Hg	1,023	—	—	Pb Hg	0,547
Su ₂ Hg	0,385	Bi ₅ Hg	1,051	—	—	Pb ₅ Hg	0,682
Su ₅ Hg	0,402	—	—	—	—	—	—
Su ₁₀ Hg	0,404	—	—	—	—	—	—

• Per il Bi non abbiamo una curva abbastanza ricca di punti nell'ultimo tratto (alle massime concentrazioni) il quale mostra l'esistenza di un massimo di resistenza. Per trovare il punto corrispondente alla resistenza del bismuto puro, resta un po' di incertezza fra i valori 1,00 e 1,05 a un dipresso; ecco perchè più sopra abbiamo messo il valore intermedio 1,03.

• Dal fin qui detto, chiaro emerge, che lo studio della resistenza elettrica delle amalgame concentrate di un metallo, può servire a determinare con sufficiente approssimazione la resistenza specifica del metallo puro, allo stato di fusione ».

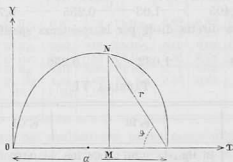
Fisica. — *Sulla tenacità del ferro a diverse temperature.* Nota di M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

Fisica. — *Sopra la misura della plasticità dei solidi e sopra la plasticità del ferro a diverse temperature.* Nota di M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

Queste Note verranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica matematica. — *Sull'attrazione del corpo di massima attrazione al secondo polo.* Nota di ALFONSO SELLA, presentata dal Socio BLASERNA.

• Mi sono proposto in questa Nota di calcolare l'attrazione del corpo di massima attrazione al secondo polo, cioè alla seconda estremità dell'asse di simmetria, se la prima è il punto per cui esso corpo è di massima attrazione.



• L'attrazione esercitata sul punto O dal disco di raggio $MN=y$, dello spessore dx ed alla distanza $OM=x$ vale :

$$2 \pi \gamma d \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx$$