

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIX.

1892

SERIE QUINTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME I.

1° SEMESTRE



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1892

**Matematica.** — *A complemento di alcuni teoremi del sig. Tchebicheff.* Nota del prof. G. FRATTINI, presentata dal Socio BELTRAMI.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

**Meccanica.** — *Sulle espressioni analitiche generali dei movimenti oscillatori.* Nota del dott. C. SOMIGLIANO, presentata dal Socio BELTRAMI.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

**Fisica.** — *Sopra la misura della plasticità dei solidi e sopra la plasticità del ferro a diverse temperature.* Nota di M. ASCOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

\* 1° Gli autori che si occuparono dello studio della plasticità dei solidi non sono abbastanza d'accordo sul modo di definirla e spesso non la distinguono abbastanza nettamente da altre proprietà analoghe. In una recente Memoria il sig. Brillouin (1) definisce come *plastico* un corpo in cui le forze elastiche sono alterate in modo che gli scorrimenti senza variazione di densità sono instabili, mentre *fragile* sarebbe un corpo in cui sono instabili le variazioni di densità. Per *instabile* si intende una variazione che, una volta avvenuta, tende ad esagerarsi. La variazione (diminuzione) instabile di densità conduce all'annullamento di questa in un punto, cioè alla rottura. A seconda di tale definizione alcuni corpi possono essere plastici per loro natura, in essi l'alterazione citata delle forze elastiche sarebbe provocata dalla minima azione meccanica, per esempio dal loro peso proprio; altri invece diverrebbero plastici solo quando fossero sottoposti a sforzi capaci di provocare quelle alterazioni.

\* Presa in questo senso, la definizione si adatta anche al caso che voglio considerare in modo speciale, ma essa è piuttosto qualitativa che quantitativa, inoltre, se si presta come fondamento di una teoria matematica, difficilmente si adatterebbe a uno studio sperimentale in cui generalmente non è possibile scindere gli scorrimenti dalle variazioni di densità.

\* Ultimamente il sig. Auerbach ha pubblicato uno studio (2) nel quale

(1) *Principes généraux d'une théorie élastique de la plasticité des corps solides.* Ann. sc. de l'éc. norm. sup. 1890, p. 345.

(2) F. Auerbach, *Plasticität und Sprödigkeit.* Wied. Ann. 1892, pag. 277.

stabilisce un concetto rigoroso ed una definizione quantitativa della plasticità. Egli propone tre modi per esprimere numericamente il fenomeno — Sono i seguenti:

• 1° Il *modulo di plasticità* è l'eccesso della tenacità sul limite di elasticità;  $P = T - L$ ; un corpo sarebbe infinitamente plastico solo nel caso di  $T = \infty$ ; per  $T = L$  sarebbe assolutamente fragile.

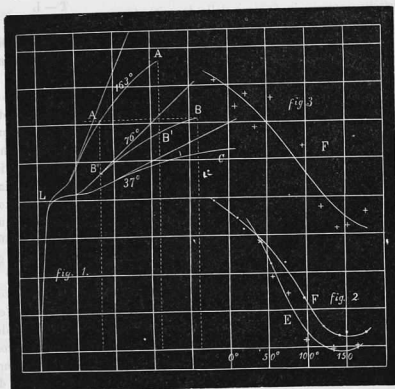
• 2° Il *coefficiente di plasticità* è l'eccesso tra la tenacità ed il limite di elasticità espresso in frazione della tenacità stessa:  $n = \frac{T - L}{T}$ .

• 3° La *plasticità pratica* è la grandezza della deformazione che un corpo subisce dal limite di elasticità a quello di tenacità. Si ottiene moltiplicando  $P$  per il modulo di elasticità tra i medesimi limiti.

• 2° Non v'ha dubbio che ciascuno di questi tre punti di vista può condurre alla misura di una quantità rigorosamente definita, ma l'esame di taluni fenomeni che sono oggetto di questo studio mi convinse che nessuno è atto a rappresentare in modo completo i risultati dell'osservazione. Il concetto di plasticità, a mio credere, non è determinato dalla sola variazione di uno sforzo, o dalla sola deformazione; ma da ambedue simultaneamente; giacché si chiamerà tanto più plastica una sostanza quanto minore è lo sforzo necessario e produce una determinata deformazione permanente, oppure quanto maggiore è la deformazione permanente prodotta da un determinato sforzo. Con questa definizione si ha il vantaggio che, anche praticamente, la grandezza della plasticità si può immaginare variabile da 0 all' $\infty$ ; nel 1° caso saremo se, per produrre una deformazione permanente occorre uno sforzo infinitamente grande: prima che questo sia raggiunto il corpo si spezza (corpo fragile); nel secondo se uno sforzo infinitamente piccolo produce una deformazione finita permanente (fluidi). La misura della plasticità sarebbe così il rapporto tra la deformazione permanente e lo sforzo necessario a produrla.

• 3° Dalla considerazione di alcuni fenomeni provocati nel ferro dalla trazione, l'insufficienza delle definizioni dell'Auerbach risulta evidente. Durante le mie esperienze sulla tenacità, riferite in una Nota precedente, per un grande numero delle righe provate ho tenuto conto dell'andamento della tensione indicata dal manometro, durante gli allungamenti della riga; perciò ad ogni 10 giri della ruota motrice della macchina notavo l'indicazione del manometro. A 10 giri corrisponde un allungamento di mm. 3,12. Ho rappresentato graficamente il risultato di queste osservazioni prendendo per ascisse gli allungamenti e per ordinate gli sforzi di trazione. Qui non posso riportare che poche delle linee tracciate, come esempio; un millimetro nelle ascisse rappresenta l'allungamento che corrisponde a 5 giri della ruota cioè mm. 1,56; nelle ordinate un millimetro corrisponde a 20 Kg. indicati dal manometro. La forma delle linee si accorda con quella osservata da altri sperimentatori. Si ha dapprima un rapidissimo aumento di tensione rappresentato dalla retta

O L la cui inclinazione sull'asse delle ascisse rappresenta il *modulo di elasticità*. La linea ascendente si ferma d'un tratto in L, in corrispondenza del limite di elasticità. Al punto di fermata segue un tratto in cui la trazione varia poco ed irregolarmente generalmente sul principio; lo si può sostituire approssimativamente con un tratto rettilineo parallelo all'asse delle ascisse. Segue poi un tratto che sale regolarmente e lentamente, presentando una concavità più o meno sentita verso l'asse delle ascisse.



Le tre linee riportate nella fig. 1 risultano da tre esperienze fatte a 37°, 76°, e 163° e mostrano ad evidenza come, al crescer della temperatura entro questi limiti il 3° tratto della curva vada raddrizzandosi cioè accostandosi all'asse delle ordinate, mentre il 2° va accorciandosi. Moltissime altre curve tracciate per diverse serie di righe diedero l'identico risultato. È evidente che la plasticità diminuisce al crescer della temperatura. Secondo la prima definizione dell'Auerbach avverrebbe invece il contrario. Così supposto che la terza linea si arresta in A', le due linee OLA' OLB che pure hanno andamento così differente darebbero, a seconda delle due prime definizioni dell'Auerbach, la medesima plasticità, mentre diversa sarebbe a seconda della 3ª definizione. Finalmente le due curve OLA, OLB darebbero plasticità uguale secondo la 3ª, diversa secondo le altre due. Ad ogni modo

si vede che, per lo meno nel caso nostro, la misura dell'Auerbach non serve a rappresentare un fenomeno che appare così evidente a colpo d'occhio dalle linee della fig. 1.

• 4° A ciascuna temperatura, la plasticità varia al variare della tensione, la curvatura delle linee mostra che essa aumenta e che, specialmente a temperature basse, diventa grandissima prima della rottura. Ciò s'accorda col fatto che i solidi sotto l'azione di grandi sforzi presentano certi caratteri di fluidità; a tali sforzi sarebbero dovute quelle alterazioni delle forze elastiche, che, secondo il Brillouin, determinano la plasticità. Calcolata la plasticità nel modo detto, cioè come il rapporto tra gli allungamenti e le tensioni che li producono, si otterrebbero, per esempio, per le linee OLP e OLB i seguenti valori, espressi prendendo per unità i millimetri grafici.

P	$\pi$	P	$\pi$
850	1.29	950	1,05
900	1.67	1000	1.33
950	2.25	1100	1.67
1000	3.33	1150	2.22
1050	6.66	1200	2.86
1060	rottura		

• 5° È però da notare che la sezione del corpo, mentre aumenta la tensione, va diminuendo, e quindi i valori della tensione, riferiti all'unità di sezione, andrebbero accresciuti in ragione inversa della sezione. Eseguendo questa correzione, le linee diventano molto meno curve e si accostano alla forma di una retta coincidente colla tangente nel punto dove incomincia il terzo tratto. Per le alte temperature, rimane una più sensibile curvatura; ma per queste è da notare che, in causa del grande aumento della tenacità (v. Nota precedente), anche la parte più larga e fredda delle righe si allungava sensibilmente, ciò che dà alle ascisse degli ultimi punti valori troppo grandi, cioè piega la curva in basso. È dunque lecito prendere l'inclinazione della tangente iniziale sull'asse delle ordinate come misura della plasticità vera, ad ogni modo essa rappresenta la plasticità iniziale. Nella tabella seguente sono raccolti alcuni dei valori trovati per due serie diverse di righe. La serie E aveva lo spessore di mm. 2,70, la F di mm. 2,09. Nella colonna  $t$  sono scritte le temperature, nelle  $\pi$  i valori della plasticità ridotti in modo che rappresentino in mm. l'allungamento permanente che subirebbe una riga della sezione di un mmq. e della lunghezza di un metro per l'aumento di un kg. nella tensione, a partire dal limite di elasticità.

SERIE E

SERIE F

SERIE E		SERIE F		SERIE F	
t	$\pi$	t	$\pi$	t	$\pi$
37°2	7.77	-20°6	9.99	96°6	4.73
56.7	5.90	+ 8.9	9.01	117.2	3.12
76.2	5.02	21.0	8.42	139.2	2.71
97.7	2.37	35.4	8.17	150.8	2.79
131.2	1.98	53.7	6.46	176.2	2.85
163.2	2.13	72.7	6.53		

La fig. 2 rappresenta l'andamento della plasticità in funzione della temperatura per le due serie E F; essa diminuirebbe regolarmente fino ad un minimo prossimo ai 150°. L'andamento sarebbe dunque simile a quello dei rapporti di regime trovato nelle mie ricerche sulla tenacità. La notevole regolarità dell'andamento dei numeri delle tabelle e delle curve (fig. 2) non risulterebbe affatto se si eseguissero i calcoli colle due prime definizioni dell'Auerbach. Per esempio, per la serie E si avrebbero i seguenti valori  $\pi'$   $\pi''$  calcolati colla 1ª e 2ª definizione

$\pi'$	$\pi''$
9,1	0,25
9,0	0,24
11,6	0,30
11,1	0,29
9,2	0,20
9,8	0,22

6° Ho voluto infine esaminare la relazione tra il limite di elasticità e la temperatura: le esperienze non si prestano bene a questo studio, tuttavia i seguenti valori, rappresentati dalla fig. 3, mostrano per la serie F, un decremento abbastanza regolare del limite (L) di elasticità al crescere della temperatura

t	L
- 20°	32,4
+ 9	30,9
21	31,5
35	29,8
54	31,3
97	28,7
117	25,5
139	24,4
151	24,5
176	25,3

- 7° Da questo studio si conclude:
  - 1° La misura della plasticità è il rapporto tra la deformazione permanente e lo sforzo che le produce.
  - 2° A temperatura costante, la plasticità del ferro cresce al crescere dello sforzo di trazione.
  - 3° A temperatura crescente, la plasticità del ferro decresce regolarmente fino a un minimo prossimo ai 150°.
  - 4° Il limite di elasticità del ferro decresce al crescere della temperatura.

**Fisica.** — *Sulla resistenza elettrica di alcune leghe e metodo indiretto di misura della resistenza elettrica di un metallo fuso.*

Nota di G. VICENTINI e C. CATTANEO, presentata dal Socio BLASERNA.

• Abbiamo chiuso una nostra Nota antecedente (1), facendo osservare come sia possibile determinare, con una buona approssimazione, la resistenza elettrica di un metallo fuso, collo studio della resistenza di varie sue amalgame concentrate. Allo scopo di generalizzare alquanto la nostra deduzione, ci proponiamo ora di far vedere come quanto si è concluso per le amalgame valga anche per le leghe; e perciò incominciamo coll'approfittare dei dati che si hanno sulle leghe di stagno bismuto e stagno piombo.

• C. L. Weber, con un suo lavoro pubblicato negli Annali Wiedemann (vol. 34, pag. 576, 1888) ha studiato la variazione di resistenza che subiscono le leghe in seguito alla fusione, sottoponendo alle ricerche 9 leghe di stagno e bismuto, di ricchezze percentuali in peso di bismuto, comprese fra 9,5 e 80,3; e 6 leghe di stagno piombo di ricchezze percentuali di piombo comprese fra 10,1 e 60.

• Quantunque le misure non sieno state eseguite con uno scopo identico al nostro, pure hanno portato il Weber a studiare la resistenza delle leghe a temperatura più elevata di quella della fusione, e quindi al di sopra del punto di saturazione  $\nu'$ .

• Gli studi precedenti sulla dilatazione termica delle leghe allo stato liquido (2) ci permettono di stabilire quali dei risultati del Weber possono essere presi in considerazione per avere la resistenza delle leghe al di sopra della temperatura  $\nu'$ . Coi dati che si riferiscono appunto a temperature superiori a  $\nu'$  abbiamo costruito le curve della resistenza delle singole leghe a varie temperature. Tali curve dimostrano quanto noi abbiamo riscontrato per la resistenza dei metalli fusi e delle amalgame molto concentrate e cioè che

(1) Rendiconti della R. Acc. Lincei Vol. I, 1° sem. p. 383, 1892.

(2) G. Vicentini e D. Omodei, Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, 1887 e 1888.