

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI  
ANNO CCLXXXIX.  
1892

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME I.

2° SEMESTRE



ROMA  
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1892

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

*pervenute all'Accademia prima del 18 settembre 1892.*

**Chimica.** — *Sopra alcuni acidi della serie pirrazolica.* Nota del Corrispondente L. BALBIANO e del dott. O. SEVERINI (1).

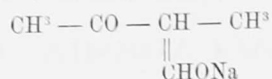
« Due anni fa uno di noi (Gaz. chim. It. 20, p. 466) stabilì la posizione (4) del bromo nel 1fenil-bromo-pirrazolo, ottenuto per bromurazione diretta dell'1fenil-pirrazolo, dimostrandone l'identità col derivato bromurato che ottenne per riscaldamento dell'acido 1fenil-3.5dicarbo-4bromo-pirrazolico. In questo lavoro si riservò di preparare 1fenil-pirrazoli monobromurati in posizione 3 e 5 partendo dal dicarboacido che si otterrebbe coll'ossidazione dell'1fenil-metil-etil-pirrazolo proveniente dall'azione della fenil-idrazina sulla  $\alpha$ -propionil-propionaldeide di L. Claisen e L. Meyerowitz (Berl. bericht XXII, p. 3273); rendiamo conto in questa Nota del lavoro fatto e dei risultati ottenuti.

« L'ossidazione dell'anzidetto pirrazolo rende pochissimo e dal miscuglio di carboacidi che si forma siamo riusciti mediante la trasformazione in eteri metilici e ripetute cristallizzazioni dei medesimi, a separare una piccola quantità d'un etere metilico (fus. a 84°,5-85°,5) che saponificato ci diede un acido fenil-dicarbo-pirrazolico nel quale, contrariamente a quello che fa l'acido 1fenil-3-5dicarbo-pirrazolico, non fu possibile sostituire idrogeno col bromo, almeno nelle stesse condizioni.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

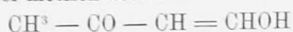
- La scarsa rendita in dicarboacido dal fenil-metil-etil-pirrazolo ci ha fatto pensare, che forse l'ossidazione riuscirebbe con miglior rendimento se fatta sopra un fenil-dimetil-pirrazolo, perciò abbiamo preparato un tale composto finora non conosciuto.

- Abbiamo ottenuto col metodo di L. Claisen (Berl. bericht XXII, pag. 3273) partendo dal metil-etil-acetone, formiato d'etile ed etilato sodico, il composto sodico (Berl. bericht XXIV, Ref. 86)



che decomposto cogli acidi e trattato colla fenil-idrazina ha prodotto il fenil-dimetil-pirrazolo coi due gruppi alchilici vicini.

- Ricerche di L. Claisen e P. Roosen (Berl. Bericht XXIV, p. 1888) hanno stabilito che l'ossi-metilen-acetone



dà colla fenil-idrazina due fenil-metil-pirrazoli isomeri, nei quali i metili occupano rispettivamente le posizioni 3 e 5; perciò era possibile che anche nel nostro caso si dovessero produrre i due pirrazoli isomeri.



- Non abbiamo dati sufficienti per dimostrare o per escludere un tal fatto. Il pirrazolo greggio che si ottiene distilla fra 275° e 281°, e rettificato, i  $\frac{3}{4}$  della massa distillano a 277°-278°, ed inoltre il prodotto greggio raffreddato a -13° non accenna a cristallizzazione. Ciò parlerebbe in favore della formazione di un solo pirrazolo, come hanno dimostrato anche Claisen e Roosen (l. c.) formarsi nell'azione della fenil-idrazina sull'acido acetonsalico.

- L'ossidazione del fenil-dimetil-pirrazolo rende anche pochissimo e quantunque la quantità di ossidante adoperata fosse superiore a quella richiesta per la trasformazione dei due metili in carbossili, pure si ebbe sempre il monocarboacido; si formarono anzi due monocarboacidi isomeri: un acido l'fenil-metil-carbopirrazolico fusibile a 191°,5-192°,5, ed un altro, in piccola quantità, fusibile a 133°,5-134°,5.

- Questi due acidi ulteriormente ossidati si trasformano nello stesso dicarboacido; ma questo è differente dal dicarboacido ottenuto dall'ossidazione del fenil-metil-etil-pirrazolo.

- Mentre quest'ultimo fonde a 231°,5 e dà un etere metilico fusibile a 84°,5-85°,5, il primo fonde decomponendosi a 200° e l'etere metilico, differentissimo per l'abito cristallino, fonde a 74°,5-75°,5.

Ossidazione dell'ifenil-metil-etil-pirazolo.

« S'è tentata dapprima l'ossidazione colla quantità teorica di permanganato potassico in soluzione alcalina e riscaldando moderatamente a bagno maria, ma la maggior parte del pirazolo rimase inalterato. Il miglior modo di compiere l'ossidazione è il seguente.

« Gr. 5 di pirazolo, sospesi in 50 cc. d'acqua addizionata di 1 cc. di liscivia di potassa al 50 %, si fanno bollire a bagno di soluzione di cloruro di calcio in un pallone munito di un condensatore e nella miscela bollente si versa poco a poco una soluzione acquosa calda contenente 50 gr. di permanganato potassico (quantità teorica gr. 25) in 250 cc.

« In ogni operazione si adoperarono sempre 5 od al più 10 grammi di pirazolo, ed in due ore di riscaldamento l'ossidazione è terminata e la massa scolorita. Si sottopose alla distillazione in corrente di vapor d'acqua, col quale si condensò distillando, una piccola quantità di pirazolo inalterato.

« La soluzione acquosa alcalina filtrata dall'ossido di manganese e concentrata a piccolo volume, si decompose con acido cloridrico e si estrassero gli acidi coll'etere. Nell'acqua estratta si trova in soluzione una certa quantità di acido ossalico. Colla distillazione dell'etere rimase come residuo una sostanza resinosa, colorata in giallo rosso, che versata nell'acqua poco a poco si fece più consistente ed alla fine dopo 5 o 6 giorni diventò dura cristallina.

« La quantità di questa miscela di acidi è piccola. Da 100 gr. di pirazolo si ebbero 10, e alle volte al più, 15 gr. di prodotto.

« Si cristallizzò 10 volte dall'acido acetico glaciale bollente, finchè si ebbe un prodotto che presentava il punto di fusione 229°-230° decomponendosi, ma sottoposto all'analisi, il composto si dimostrò essere ancora una miscela.

« Difatti l'analisi diede:

	trovato	calcolato per	$C^8H(CO^2H)^2N^2C^6H^5$
C	57,9	C	56,89
H	3,9	H	3,44

« Si depurò mediante cristallizzazione dell'etere metilico. Si eterificò il prodotto saturando con una corrente di acido cloridrico secco la sua soluzione nell'alcool metilico; l'etere metilico venne ricristallizzato un paio di volte dall'alcole etilico bollente.

« All'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,2036 di sostanza secca nel vuoto su ac. solforico diedero gr. 0,4516 di  $CO^2$  e gr. 0,0932 di  $H^2O$ .

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per	$C^8H(CO^2CH^3)^2N^2C^6H^5$
C	60,46		60,00
H	5,08		4,61

- Quest'etere metilico cristallizza dall'alcole in belle tavole appiattite, dure, di splendore vitreo, solubili nell'alcool, etere, specialmente a caldo, insolubile nell'acqua. Fonde senza decomorsi alla temperatura di 84°,5-85°,5.

- Da 175 gr. di pirrazolo ottenemmo all'incirca 5 grammi di etere dimetilico, che saponificati ci ridiedero il dicarboacido.

- Gr. 4,4 di etere metilico sciolti a caldo in 50 cc. di alcole a 90 %, vennero addizionati di una soluzione di alcoolato sodico, preparata sciogliendo 1 gr. di sodio in 50 cc. di alcole assoluto. Si ebbe immediatamente il sale sodico sotto forma di un precipitato bianco gelatinoso. Si evaporò l'alcool a bagno maria ed il residuo sciolto nell'acqua si acidulò con acido solforico diluito e l'acido precipitatosi si cristallizzò dall'acqua bollente.

- All'analisi ha dato il seguente risultato:

gr. 0,2156 di sostanza secca sull'ac. solforico diedero cc. 23 di azoto alla temperatura di 21° e alla pressione di 757 mm.

	trovato	calcolato per $C^9H(CO^2H)^2N^2C^6H^5$
N %.	12,08	12,06

- L'acido 1fenil-dicarbopirrazolico cristallizza dall'acqua bollente in piccole laminette bianche di splendore madreperlaceo, poco solubile nell'acqua fredda e nell'etere, solubile nell'acqua calda e nell'alcool. Riscaldato in tubicino di vetro a pareti sottili fonde decomponendosi con sviluppo gassoso alla temperatura di 231°,5.

- Abbiamo fatto reagire sopra quest'acido il bromo nelle stesse condizioni nelle quali uno di noi (Gazz. chim. Ital. XX, p. 470) l'ha fatto reagire sull'acido 1fenil-3-5dicarbopirrazolico, ma non abbiamo ottenuto un prodotto bromo-sostituito, bensì l'acido primitivo inalterato.

#### *1fenil-dimetil-pirrazolo.*

- Si sospesero gr. 47,2 di etilato sodico secco in 400 a 500 gr. di etere secco addizionati di gr. 50 di metil-etil-acetone e sulla miscela si versarono a piccole porzioni e raffreddando gr. 51,4 di formiato d'etile secco, agitando fortemente. Si abbandonò il tutto per 12 ore alla temperatura dell'ambiente, indi si acidulò con acido solforico diluito (gr. 32 di ac. concentrato, sciolto in 150 gr. di acqua); si aggiunse ancora acqua per disciogliere il solfato sodico e si separò lo strato acquoso mediante un'imbuto a robinetto.

- L'etere si lavò ripetutamente con acqua, indi si addizionò nell'imbuto stesso di 75 gr. di fenilidrazina.

- Non si notò grande sviluppo di calore, e subito cominciò a separarsi l'acqua, prodotto della reazione. La miscela si abbandonò per 24 ore alla temperatura ordinaria, perchè la reazione si completasse; in seguito si separò l'acqua e si distillò l'etere. Il residuo oleoso si addizionò di 50 gr. di acido ossalico in soluzione concentrata ed il magma cristallino prodottosi si sottopose alla distillazione in corrente di vapore. Col vapor d'acqua distillò

il pirrazolo, che abbiamo estratto con etere; la soluzione eterea fu nuovamente agitata con soluzione acquosa diluita di acido ossalico, indi lavata con acqua, disseccata con cloruro di calcio fuso, e distillato lo sciogliente; rimase come residuo il pirrazolo greggio.

« In due preparazioni, fatte partendo da 50 gr. di acetone per volta, abbiamo ottenuto in tutto gr. 85 di pirrazolo greggio, cioè un po' meno del terzo della quantità teorica (100 gr. di metil-etil-acetone danno 260 gr. di pirrazolo).

« Il pirrazolo greggio sottoposto alla distillazione passò tutto fra 275°-281°. All'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,1579 di sostanza diedero gr. 0,4414 CO<sup>2</sup> e gr. 0,0992 H<sup>2</sup>O.  
gr. 0,1396 " " " " ce. 19,5 di azoto alla temp. di 8,2 ed alla pressione di 750 mm.

« Ossia in 100 parti

	trovato	calcolato per C <sup>11</sup> H <sup>12</sup> N <sup>2</sup>
C	76,23	76,74
H	6,97	6,97
N	16,62	16,27

« Abbiamo rettificata la massa dividendola in due frazioni; una piccola porzione distillò a 275°-277°; la maggior parte, circa i <sup>3</sup>/<sub>4</sub> distillò alla temperatura di 277°-278°. Rimase un piccolo residuo nero catramoso.

« Delle due frazioni si determinò l'azoto.

« Frazione 275°-277°:

Gr. 0,1672 sostanza diedero cc. 22,7 di azoto alla temperatura di 8°2 ed alla pressione di 760 mm.

« Frazione 277°-278°:

gr. 0,1415 di sostanza diedero cc. 19,5 azoto alla temperatura di 9°,1 ed alla pressione di 750 mm.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per C <sup>11</sup> H <sup>12</sup> N <sup>2</sup>
Fraz. 275°-277°	N 16,37	16,27
" 277°-278°	" 16,34	

« Abbiamo sottoposto il pirrazolo di prima distillazione (275°-281°) ad un abbassamento di temperatura di —13° per alcune ore, ma non abbiamo osservato deposito di materia solida.

« Il punto di ebollizione quasi costante ed il non essersi depositata sostanza solida col raffreddamento, sarebbero fino ad un certo punto una prova dell'omogeneità della sostanza, perchè i due metil-pirrazoli ottenuti da Claisen e Roosen (l. c.) se hanno lo stesso punto di ebollizione 254°, -255°, si comportano in modo differente col raffreddamento; il 1fenil-3metil-pirrazolo cristallizza e fonde a + 37°, ed in tal modo si può separare dall'isomero.

« Il 1fenil-dimetil-pirrazolo è un liquido colorato in giallo chiaro, di odore aromatico, che bolle alla temperatura di 277°-278° (termometro nel

vapore): insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool e nell'etere. La sua densità, riferita all'acqua, è, alla temperatura di 0°, eguale a 1,0747.

• Riscaldato con sodio ed alcool dà la reazione di Knorr cogli ossidanti; tanto col dicromato potassico, che coll'acido nitroso e percloruro di ferro si ottiene una bella colorazione rosso-viola.

• La sua soluzione cloridrica precipita col cloruro platinico, dando un cloroplatinato cristallino giallo-chiaro, che però tosto imbrunisce e la decomposizione si accentua col disseccamento. Anche in soluzione acida il cloroplatinato si altera depositando dei fiocchi bruni.

#### Acidi 1fenil-metil-carbo-pirrazolici.

• 10 gr. di pirrazolo, sospesi in 200 cc. di acqua resa alcalina con 1 cc. di liscivia d'idrato potassico al 50 %, e riscaldati a bagno maria, vengono addizionati poco a poco, con frequente agitazione, di una soluzione di 40 gr. di permanganato potassico in un litro di acqua. In 8 ore l'ossidazione è avvenuta: ed allora si elimina la metà quasi del pirrazolo inalterato mediante distillazione in corrente di vapore.

• L'acido solforico precipita dal liquido alcalino il carboacido libero, che raccolto sopra un filtro, e asciugato si sottomette a ripetute cristallizzazioni dall'alcole acquoso bollente. Questo prodotto greggio è una miscela di due carboacidi isomeri, che si separano per cristallizzazioni. Si scioglie il prodotto nell'alcole concentrato (94-95 %) bollente, indi si aggiunge acqua calda finchè principia un leggero inalbamento e si lascia raffreddare. Si ripete la cristallizzazione finchè il punto di fusione dei cristalli sia compreso fra 191°, -192°, 5. Si completa la depurazione convertendolo nuovamente in sale sodico, decomponendo il sale con acido solforico e cristallizzando ancora una volta dall'alcole acquoso l'acido libero. La rendita in acido greggio è molto scarsa, circa il 10 % del pirrazolo adoperato.

• All'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,1456 di sostanza secca su ac. solforico diedero gr. 0,350 di CO<sup>2</sup> e gr. 0,069 di H<sup>2</sup>O,

gr. 0,1561 di sostanza diedero alla temperatura di 13° e alla pressione di 763 mm. cc. 17,8 di azoto.

• Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per C <sup>8</sup> H(CH <sup>3</sup> )(CO <sup>2</sup> H)N <sup>2</sup> C <sup>6</sup> H <sup>5</sup>
C	65,55	65,34
H	5,26	4,95
N	13,53	13,86

• L'acido 1fenil-metil-carbo-pirrazolico cristallizza in begli aghi fini, bianchi, quasi insolubili nell'acqua fredda, solubile nell'alcool specialmente a caldo; fonde a 191°,5- 192°,5.



*Sale di calcio.*  $2[C^3H(CH^3)(CO^2)N^2C^6H^5]^2 Ca. 3H^2O.$

Si satura l'acido con leggero eccesso di latte di calce, indi si elimina con anidride carbonica a caldo l'eccesso, si evapora la soluzione a bagno maria ed il residuo costituito da piccole laminette cristalline si lava con un po' di alcoole. Contiene  $1\frac{1}{2}$  mol. di acqua che perde solo a  $180^\circ$ .

« All'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,2433 di sostanza secca sull'acido solforico, riscaldata a  $100^\circ$  non perde di peso, riscaldata a  $180^\circ$  perdette gr. 0,0146 di  $H^2O$ , e diede gr. 0,0739 di  $CaSO^4$ .

	trovato	calcolato per $2.C^{22}H^{18}O^4.N^4.Ca.3H^2O$
$H^2O$ %	6	5,75
Ca	8,93	sale secco 9,04

« Le acque madri alcooliche del carboacido ora descritto, contengono in soluzione un isomero che, quando si evapori lo sciogliente, si ha sotto forma di una resina giallo-rossa che poco a poco solidifica. Per depurarlo se ne fece il

*Sale di calcio.*  $[C^3H(CH^3)(CO^2)N^2C^6H^5]^2 Ca. 2H^2O.$

Si neutralizzò a caldo con latte di calce, e dopo passaggio di anidride carbonica si filtrò, si svaporò a secchezza ed il residuo costituito da scagliette cristalline, lavato coll'alcoole dette all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,237 di sostanza perdette a  $180^\circ$  gr. 0,0173  $H^2O$  e dette gr. 0,0711 di  $CaSO^4$ .

gr. 0,2537 di sostanza perdette a  $180^\circ$  gr. 0,0202 di  $H^2O$ .

« Ossia in 100 parti

	trovato	calcolato $C^{22}H^{18}N^4O^4 Ca 2H^2O$
$H^2O$ %	7,30 7,95	7,51
Ca	8,82	sale secco 9,04

« La quantità di sale calcico ottenuta era all'incirca di gr. 2.

« Le acque madri acide dalle quali s'era separata per filtrazione la miscela dei carboacidi, estratte con etere non cedono che tracce trascurabili di sostanza al detto sciogliente.

« Dal sale calcico ora descritto si ebbe l'acido ifenil-metil-carbo-pirrazolico libero, sotto forma di laminette quadrate bianche lucenti, che fondono senza decomorsi a  $133^\circ,5-134^\circ,5$  solubili nell'alcool ed etere, pochissimo solubili nell'acqua a freddo.

Ossidazione degli acidi ifenil-metil-carbo-pirrazolici.

« Gr. 2,2 di monocarboacido fusibile a  $191^\circ,5-192^\circ,5$ , disciolti in 200 cc. di acqua alcalinizzata con 2 cc. di liscivia potassica al 50 % vennero scaldati a bollire in un bagno a cloruro di calcio, e nella soluzione bollente si versò



poco alla volta cc. 145 di una soluzione di permanganato potassico al 2,5%, impiegando gr. 3,60 di permanganato, mentre la quantità calcolata per la trasformazione del  $\text{CH}_3$  in  $\text{COOH}$  è di gr. 3,45.

• Il filtrato dell'ossido di manganese, evaporato a piccolo volume e decomposto con acido solforico diluito, diede luogo ad un precipitato che venne agitato con meno di due volumi di etere.

• L'etere estrae, sciogliendolo, solo una piccola parte del precipitato, e la distillazione dello sciogliente lasciò un residuo, che constatammo essere un miscuglio di mono-carboacido inalterato e del dicarboacido. Le acque col precipitato in sospensione vennero ancora concentrate a metà volume, e quindi agitate ripetutamente con grande massa di etere fino a soluzione completa. Distillato l'etere rimase come residuo l'acido greggio, che venne cristallizzato una prima volta dall'acqua bollente e ricristallizzato dall'alcool acquoso.

• All'analisi diede il seguente risultato.

gr. 0,2115 di sostanza secca sull'acido solforico diedero cc. 22,3 di azoto misurati a 22° ed 760 mm.

• Ossia in 100 parti

	trovato	calcolato p. $\text{C}^{11}\text{H}^8\text{O}^4\text{N}^2$
N	11,93	12,06

• Questo acido Ifenil-dicarbo-pirrazolico cristallizza dall'alcole acquoso in laminette bianche madreperlacee, quasi insolubile nell'acqua fredda e pochissimo solubile nell'etere; solubile nell'alcool, e nell'acqua bollente. Fonde decomponendosi con sviluppo gassoso a 200°,5.

• *Etere metilico.* — Lo preparammo nel modo anzidescritto per il dicarboacido proveniente dal fenil-metil-etil-pirrazolo. Cristallizzato dall'alcool acquoso bollente forma dei lunghi aghi bianchi, setacei, insolubili nell'acqua, solubili nell'alcool ed etere ed anche nell'alcool acquoso bollente. Fonde senza subire alcuna decomposizione alla temperatura di 74°,5-75°,5.

• All'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,1536 di sostanza secca sull'acido solforico dettero cc. 14,8 di azoto misurati a 23° e 759 mm.

	trovato	calcolato per $\text{C}^{11}\text{H}^{12}\text{N}^2\text{O}^4$
N	10,77	10,76

• L'ossidazione dell'acido Ifenil-metil-carbo-pirrazolico fusibile a 133°,5-134°,5, ci diede lo stesso dicarboacido, di cui constatammo l'identità dai caratteri dell'acido libero e da quelli del suo etere metilico, senza però analizzare i composti, causa la scarsezza del materiale ottenuto.

• All'incirca gr. 0,9 di acido vennero ossidati nelle condizioni sopra descritte; l'acido greggio si cristallizzò dall'acqua bollente. Filtrando la soluzione bollente una porzione cristallizzò sul filtro, e questa si riconobbe essere una miscela di mono e dicarboacido.

« La soluzione filtrata col raffreddamento lasciò depositare delle lamine leggermente colorate in giallognolo che fondevano decomponendosi alla temperatura di 200°. Il suo etere metilico, ottenuto per azione dell'acido cloridrico sulla soluzione metilica, cristallizza in begli aghi setacci che fondono alla temperatura di 74°.

« Con queste ricerche si completa la serie dei dicarboacidi pirrazolici; rimane da stabilire la posizione dei carbossili negli acidi descritti in questa Nota. Di questo problema ci occuperemo, studiando il metilpirrazolo derivante dall'acido 1fenil-metil-carbo-pirrazolico fusibile a 191°, -192°,5 ».

**Matematica.** — *Ancora della superficie del 5° ordine con cubica doppia e punto triplo.* Nota di A. DEL RE, presentata dal Socio BATTAGLINI.

« Questa Nota contiene una nuova costruzione della superficie oggetto della Nota precedente, la costruzione della curva doppia, l'equazione del connesso piano-retta (2, 3) produttore della superficie, l'equazione di un connesso punto-piano (1, 2) di cui è superficie fondamentale, e poi anche due modi diversi di arrivare con rapidità all'equazione della superficie medesima.

### § I.

#### *Costruzione della superficie. — Altre proprietà.*

« 1. Una osservazione molto semplice conduce ad una nuova costruzione della superficie, la quale oltre al metterne in rilievo varie altre proprietà la ravvicina a quell'altra categoria di superficie del 5° ordine ed a punti tripli che io feci provenire come superficie fondamentali di connessi punto-piano (1, 2) ed anche a quelle di ordine  $n(3n + 2)$  che trattai nel § V del mio articolo *Escursioni matematiche diverse* (1). L'osservazione consiste in quanto segue. — Dimostrai già nella mia Memoria *Sulle sup. pol. cong. rispetto ad un connesso* ecc. (2) che le superficie polari congiunte dei punti di una retta  $p$  passano per  $r(n - 1)$  punti fissi di questa retta, dove  $r$  è il grado di un complesso qualunque del connesso ed  $n$  è l'ordine della superficie fondamentale. Ne segue, nel caso nostro, che gli ulteriori punti comuni alla  $\Phi_p$  e ad una retta arbitraria  $p$  condotta per P hanno un significato indipendente dalla posizione di P sopra  $p$ : essi sono, nel fatto, i punti nei quali  $p$  incontra la rigata  $R_p$ , polare reciproca rispetto a  $\psi = 0$  (3), della rigata polare di  $p$

(1) Giornale di Battaglini. An. 1890.

(2) Rend. Acc. Napoli Ann. 1887.

(3) Per le notazioni, pel richiamo e pel significato di certe equazioni si confronti la Nota precedente.