

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCLXXXIX.
1892

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME I.

2° SEMESTRE



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1892

(supposte possibili) per modo, che fra due numeri consecutivi dell'una o dell'altra serie sarà compresa una soluzione della relativa equazione, ed una sola » (1).

Fisica. — *Misura della costante dielettrica dello zolfo* (2).
Nota del prof. P. CARDANI, presentata dal Socio BLASERNA.

1. *Preparazione delle lastre di zolfo.*

« Per avere delle lastre di zolfo a facce ben piane e sufficientemente parallele, ho fatto costruire due lastre di marmo quadrate di 35 cm. di lato e ben levigate. Dopo aver passata sopra le lastre della tela leggermente oleata, interposi fra di esse tre piccoli frammenti di vetro tolti da una lastra da specchio e quindi di spessore perfettamente eguale.

(1) Nel « Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario » anni VI e VII, ho dimostrato che la formola generale per la risoluzione dell'equazione $x^2 - Dy^2 = -N$ in numeri interi e positivi è la seguente:

$$x + y\sqrt{D} = (\pm k + h\sqrt{D})(\alpha + \beta\sqrt{D})^m,$$

qualora α e β indichino due interi positivi che soddisfanno la condizione $\alpha^2 - D\beta^2 = 1$, e k, h i valori della x e della y relativi al sistema di quelle soluzioni che non sono maggiori di $\sqrt{\frac{N(\alpha+1)}{2D}}$. Inoltre, che la formola generale per la risoluzione dell'equazione $x^2 - Dy^2 = N$ in numeri interi e positivi è

$$x + y\sqrt{D} = (k + h\sqrt{D})(\alpha + \beta\sqrt{D})^m,$$

indicando con k ed h i valori della x e della y relativi a quelle soluzioni per le quali $h < \beta\sqrt{N}$. Se non che, come ho dimostrato nel Periodico medesimo, limitando i valori di h alle sole soluzioni dell'equazione $x^2 - Dy^2 = N$ che non sono maggiori di $\sqrt{\frac{N(\alpha-1)}{2D}}$, l'ultima formola di risoluzione può essere surrogata dalla equivalente

$$x + y\sqrt{D} = (k \pm h\sqrt{D})(\alpha + \beta\sqrt{D})^m.$$

Questo ulteriore risultato, mentre dimostra l'importanza che le limitazioni dello Tchebicheff hanno per rispetto alla risoluzione dell'equazione $x^2 - Dy^2 = \mp N$ (importanza non avvertita dall' esimio Autore nella sua Memoria *Sur les formes quadratiques*, ma che apparisce chiara da quanto pubblicai in proposito nel « Periodico di Matematica ») mi obbliga a rettificare un' affermazione contenuta nel mio lavoro *Due proposizioni della teoria dei numeri e loro interpretazione geometrica*, ove, in nota, ebbi a dire la limitazione

$\sqrt{\frac{N(\alpha-1)}{2D}}$ della y insufficiente per la risoluzione dell'equazione $x^2 - Dy^2 = N$, e necessaria invece la considerazione della limitazione $\beta\sqrt{N}$. La congettura non è giusta, per ciò che ho detto qui sopra: ma non infirma in nulla il ricordato mio lavoro.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Roma. Vedi pag. 48.

- Poste così le due lastre di marmo una sopra l'altra, con carta piuttosto grossa chiusi le pareti laterali, lasciandone aperta solamente una dalla quale doveva colarsi lo zolfo fuso: di questa carta incollai diversi strati affinchè potesse resistere alla pressione dello zolfo fuso.

- Così preparate le lastre di marmo e disposte verticalmente, ho fuso in una capsula di porcellana ben pulita del fiore di zolfo in sufficiente quantità e l'ho versato tra le due lastre di marmo in vicinanza di uno degli spigoli: e siccome col raffreddarsi lo zolfo si contraeva, ho seguitato a versar zolfo liquido in modo che lo spazio tra le due lastre rimanesse sempre pieno.

- Lasciato raffreddare lo zolfo lentamente, dopo parecchie ore toglieva la carta e staccava le lastre di marmo dallo zolfo. Così otteneva delle lastre bellissime di zolfo, colle facce ben levigate e perfettamente omogenee. Qualche lieve irregolarità si osservava dove lo zolfo era stato versato; ma, come dissi, queste irregolarità rimanevano in uno dei lati della lastra.

- Con carta smerigliata fina ripuliva in seguito le superfici delle lastre per togliere le tracce d'olio che vi potevano esser rimaste aderenti.

2. Esperienze.

- Le lastre così preparate erano interposte tra i piatti dell'elettrometro e restavano separate da essi per mezzo di sei cilindretti pure di zolfo, tre dei quali collocati inferiormente alla lastra di zolfo e tre superiormente ma vicini ai bordi dei piatti. Questi sei cilindretti ridotti con carta smerigliata ad eguale altezza e misurati con cura con vite micrometrica, rimanevano gli stessi per una serie di esperienze, ma potevano cambiarsi da serie a serie. Ne feci di tre dimensioni e cioè di 0,3 cm., di 0,5 cm. e di 0,765 cm.

- La lastra di zolfo era dunque disposta simmetricamente rispetto ai due piatti: la qual cosa teoricamente non avrebbe avuto alcuna influenza, ma in pratica ho creduto buona precauzione di tener sempre alla simmetria, perchè le due facce della lastra di zolfo si trovassero nelle identiche condizioni rispetto alle cariche dei due piatti.

- Dopo aver ripulito perfettamente l'elettrometro, come dissi nella Nota precedente, per mettere a posto la lastra di zolfo cominciava a porre sul piatto inferiore dell'elettrometro tre dei cilindretti di sostegno di zolfo, la superficie laterale dei quali rinnovava giornalmente con carta smerigliata. Sopra di essi collocava poi la lastra di zolfo, colle facce pure recentemente smerigliate e ben ripulite: e perchè la lastra fosse completamente scarica, vi passava sopra rapidamente sulle due facce una fiamma Bunsen.

- Per verificarne il suo stato neutro mi serviva della lastra come di una schiacciata di elettroforo, ponendola sopra una lastra da specchio ricoperta di stagnola in comunicazione col suolo: lo scudo di questo elettroforo era formato di un piatto di ottone di 15 cm. di diametro sostenuto da manico di vetro. Eseguiva le solite operazioni per caricare lo scudo, e lo portava

subito dopo in contatto con un elettroscopio a foglie d'oro per esaminare se era carico. Se si manifestava una carica, ripassava la fiamma sulla lastra fino a non ottenere nell'elettroscopio alcun segno di elettricità. L'esame era ripetuto per tutte e due le facce della lastra di zolfo.

« Sulla lastra di zolfo messa a posto nell'elettrometro poneva gli altri tre cilindretti di zolfo sul prolungamento di quelli inferiori, e sopra di questi il piatto superiore dell'elettrometro.

« Preparate così le esperienze, caricava la macchina di Holtz la quale funzionava regolarmente per tutta la durata di una serie.

« Le misure poi procedevano con questo ordine:

« 1° regolava la distanza esplosiva dell'eccitatore per mezzo della vite micrometrica;

« 2° regolava la distanza del piatto E dello scaricatore comunicante col suolo in modo che il potenziale della macchina, per la dispersione dell'elettricità tra la punta ed il piatto, non potesse assumere il valore necessario a fare avvenire la scarica nell'eccitatore, ma fosse di poco diverso: così che bastava un piccolo allontanamento del piatto dalla punta perchè la scarica avesse luogo nell'eccitatore;

« 3° disponeva il filo orizzontale del reticolo del catetometro tangente al menisco dell'acqua nel tubo capillare, e leggeva la posizione di riposo;

« 4° girava l'interruttore in modo da stabilire la comunicazione del piatto superiore dell'elettrometro col piano isolato dell'eccitatore e quindi coll'armatura interna della batteria;

« 5° seguiva, girando la vite del catetometro, lo spostamento del menisco dell'acqua e, quando era quasi fermo, cominciava lentamente ad abbassare il piatto dello scaricatore: il livello del menisco si abbassava ancor di più, ma lentamente, e ne seguiva sempre il movimento, finchè nel momento che avveniva la scarica il filo del reticolo fosse ancora tangente al menisco;

« 6° appena avvenuta la scarica, girava di nuovo l'interruttore e rimetteva al suolo il piatto superiore dell'elettrometro;

« 7° leggeva nel catetometro la posizione del menisco dell'acqua nel momento della scarica;

« 8° aspirava nel tubo di gomma unito al tubo capillare dell'elettrometro e lasciava che il menisco dell'acqua si riportasse alla posizione di riposo discendendo;

« 9° leggeva la nuova posizione di riposo, che coincideva quasi sempre colla posizione primitiva;

« 10° toglieva la lastra di zolfo dall'elettrometro e ritornava ad esaminare se durante l'esperienza essa si fosse caricata di elettricità, dopo di che riprendeva le stesse operazioni per una nuova misura.

3. Osservazioni generali sulle esperienze.

• Anche colle lastre di zolfo occorrono alcune precauzioni indispensabili per aver dei risultati veramente concordanti: la prima fra tutte è che le facce della lastra di zolfo siano frequentemente smerigliate. Basta lasciar la lastra a sè per qualche tempo, per ritrovare, interponendola nell'elettrometro, dei valori molto diversi nell'abbassamento del menisco, e basta smerigliarla perchè i valori ritornino sempre gli stessi. Si vede che col tempo si forma come uno strato alla superficie, non perfettamente isolante, che altera i risultati.

• D'altra parte bisogna aver la massima cura che dopo la misura la lastra sia scarica: se durante l'esperienza la lastra si elettrizza, i risultati sono sensibilmente alterati: e se la lastra si elettrizza una volta, acquista una grandissima facilità ad elettrizzarsi anche in seguito e conviene subito smerigliarla. Ma se le distanze esplosive sono molto notevoli è molto difficile ottenere la lastra di zolfo perfettamente scarica dopo la misura: ed io ho sempre lasciate da parte le misure nelle quali alla fine la lastra dava dei segni di elettrizzazione.

• Lo smerigliamento portava, è vero, un assottigliamento della lastra: ma la carta smerigliata che adoperavo era abbastanza fina in modo che la diminuzione di spessore anche dopo diverse serie di esperienze non era molto sensibile. Del resto lo spessore della lastra veniva misurato colla vite micrometrica dopo finite le esperienze ad essa relative: così che rotta la lastra, lo spessore veniva misurato in diversi punti della parte centrale.

4. Risultati.

• Nel riferire i risultati ottenuti credo più conveniente, anzichè trascrivere le medie delle numerose esperienze fatte con lastre diverse, di riportare integralmente una delle serie per ciascuna lastra.

• Nei seguenti prospetti ricordo che:

- s indica lo spessore della lastra:
- D la distanza d'aria interposta tra i piatti dell'elettrometro e la lastra:
- DE la distanza esplosiva dell'eccitatore:
- A la differenza di potenziale corrispondente:
- h_1 l'abbassamento di livello dell'acqua nel tubo capillare al momento della scarica:
- $\frac{A}{\sqrt{Ch_1}}$ esprime lo spessore della lamina di aria che darebbe nell'elettrometro lo stesso dislivello h_1 che si ha colla lastra di zolfo interposta:
- K la costante dielettrica.

26 giugno

Lastra N. 8 ; $s = \text{cm. } 1,920$

D = cm. 0,6					
DE	J	h_1	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}}$	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}} - D$	K
cm. 0,3	35,1	cm. 0,038	cm. 1,133	cm. 0,533	3,60
0,4	45,0	0,063	1,128	0,528	3,63
0,5	54,7	0,093	1,129	0,529	3,63
0,6	63,5	0,131	1,104	0,504	3,81
0,7	72,0	0,172	1,092	0,492	3,90
D = cm. 1,0					
cm. 0,5	54,7	cm. 0,050	cm. 1,539	cm. 0,539	3,56
0,6	63,5	0,068	1,532	0,532	3,61
0,7	72,0	0,090	1,510	0,510	3,76

1 maggio

Lastra N. 5 ; $s = \text{cm. } 1,200$

D = cm. 0,6					
DE	J	h_1	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}}$	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}} - D$	K
cm. 0,3	35,1	cm. 0,059	cm. 0,909	cm. 0,309	3,88
0,4	45,0	0,099	0,900	0,300	4,00
0,5	54,7	0,147	0,898	0,298	4,03
0,6	63,5	0,202	0,889	0,289	4,15
0,7	72,0	0,265	0,880	0,280	4,28
D = cm. 1,0					
cm. 0,3	35,1	cm. 0,028	cm. 1,320	cm. 0,320	3,75
0,4	45,0	0,046	1,320	0,320	3,75
0,5	54,7	0,069	1,310	0,310	3,87
0,6	63,5	0,096	1,290	0,290	4,13
0,7	72,0	0,124	1,287	0,287	4,18
D = cm. 1,530					
cm. 0,4	45,0	cm. 0,023	cm. 1,867	cm. 0,337	3,56
0,5	54,7	0,034	1,867	0,337	3,56
0,6	63,5	0,046	1,863	0,333	3,60
0,7	72,0	0,060	1,850	0,320	3,75
0,8	79,5	0,075	1,827	0,297	4,04

24 e 28 aprile

Lastra N. 3; $s = \text{cm. } 0,7$

D = cm. 0,5					
DE	J	h_1	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}}$	$\frac{J}{\sqrt{Ch_1}} - D$	K
cm. 0,3	35,1	cm. 0,079	cm. 0,786	cm. 0,186	3,76
0,4	45,0	0,130	0,785	0,185	3,77
0,5	54,7	0,193	0,788	0,183	3,82
0,6	63,5	0,268	0,772	0,172	4,07
0,7	72,0	0,352	0,764	0,164	4,27
D = cm. 1,0					
cm. 0,3	35,1	cm. 0,034	cm. 1,198	cm. 0,198	3,53
0,4	45,0	0,056	1,197	0,197	3,55
0,5	54,7	0,084	1,188	0,188	3,72
0,6	63,5	0,114	1,184	0,184	3,80
0,7	72,0	0,147	1,182	0,182	3,84
D = cm. 1,530					
cm. 0,4	45,0	cm. 0,027	cm. 1,723	cm. 0,193	3,63
0,5	54,7	0,040	1,721	0,191	3,66
0,6	63,5	0,054	1,717	0,187	3,74
0,7	72,0	0,070	1,710	0,180	3,89
0,8	79,5	0,085	1,716	0,186	3,76

* Le diverse serie di esperienze fatte con ogni lastra non presentano tra loro che qualche divergenza nei valori corrispondenti a distanze esplosive di 7 od 8 mm.: ma con tali distanze esplosive era difficilissimo ottenere dopo la misura che la lastra non fosse elettrizzata: le serie che ho sopra riferite, sono state scelte fra quelle nelle quali anche per distanze esplosive di 7 od 8 mm. la lastra non ha dato segni manifesti di elettrizzazione.

5. Conclusione.

* Dagli specchietti più sopra riportati e dal complesso di tutte le esperienze fatte si possono ricavare alcune conseguenze.

* Il valore dell'intensità del campo, a cui furono sottoposte le lastre, venne modificato in due modi; sia coll'aumentare la differenza di potenziale tra i due piatti dell'elettrometro, mantenendo costante la loro distanza, sia col variare la distanza tra i piatti mantenendo costante la differenza di po-

tenziale: nell'un caso come nell'altro la costante dielettrica risulta più piccola dove minore si manifesta l'intensità del campo. Possiamo dunque stabilire:

« *La costante dielettrica dello zolfo cresce col crescere della intensità del campo nel quale si fanno le esperienze.*

« Ho voluto anche calcolare ⁽¹⁾ il valore della forza attiva nello zolfo nelle diverse esperienze, in modo da poter fra loro paragonare le costanti dielettriche ottenute nelle più differenti condizioni nelle quali ho sperimentato: e ne ho fatta una rappresentazione grafica prendendo per ascisse i valori delle forze e per ordinate i valori della costante dielettrica.

« Secondo questa rappresentazione grafica la costante dielettrica si manterrebbe in campi deboli sensibilmente costante ed andrebbe poi aumentando continuamente nei campi più intensi adoperati.

« Il valore della costante dielettrica dello zolfo in campi non molto intensi sarebbe compreso tra

$$K = 3,6 \text{ e } K = 3,5$$

ed in questo l'accordo, ottenuto con tutte le lastre colle quali ho sperimentato, è stato veramente notevole, e risulta anche manifesto negli specchietti superiori.

« Questi valori da me trovati sono molto vicini a quelli dati dal Boltzmann col metodo delle attrazioni e con campi di intensità paragonabile a quelli più deboli delle mie esperienze: secondo Boltzmann per lo zolfo amorfo K sarebbe compreso tra 3,6 e 3,7.

« Ed a questo proposito mi giova ricordare che in tutte quelle esperienze nelle quali non vi era pericolo che la lastra dopo la misura desse segni di elettrizzazione, l'abbassamento dell'acqua al momento della scarica, e quindi anche il valore della costante dielettrica, era sempre lo stesso anche con una prolungata azione del campo sullo zolfo: la qual cosa risulta egualmente dalle esperienze del Boltzmann.

« Sarebbe quindi da dedurne che per lo zolfo la durata più o meno lunga della carica, (quando ben inteso la lastra non si elettrizzi permanentemente), non produce alcuna modificazione sul valore della costante dielettrica: e d'altra parte il numero 2,58 ottenuto come valore di K dal Gordon con cariche alternate e rapidissime (durata $\frac{1}{12000}$ di secondo) è così basso, da far dubitare che lo zolfo abbia di bisogno di un certo tempo per raggiungere lo stato di polarizzazione completo.

(1) Nel caso dei condensatori piani a facce parallele a lamina d'aria, si avrebbe il valore della forza dividendo la differenza di potenziale tra i piani per la loro distanza: e per avere la forza nel dielettrico che sostituisce una equivalente lamina d'aria, basta ricordare che la costante dielettrica rappresenta il rapporto tra i valori della forza normale presi nell'aria e nel dielettrico da una parte e dall'altra della loro superficie di separazione.

« Come è noto l'indice di refrazione dello zolfo è circa 2; cosicchè i valori del Boltzmann e quelli avuti dalle presenti ricerche per la costante dielettrica dello zolfo sono anche quelli che più si avvicinano per soddisfare la nota relazione del Maxwell ».

Chimica-fisica. — Sul peso molecolare della metaldeide⁽¹⁾.
Nota di F. ZECCHINI, presentata dal Corrispondente NASINI.

« La metaldeide è certo un polimero dell'aldeide e nei trattati antecedenti al 1882 si trova questo composto segnato con la formola indeterminata $(C_2 H_4 O)_n$, appunto perchè fino a quell'epoca non si sapeva quante molecole di aldeide si fossero condensate per formare la metaldeide.

« Già prima del 1882 alcuni scienziati si erano occupati di determinarne la grandezza molecolare mediante la densità del vapore; così Liebig, poi Hofmann⁽²⁾, poi Kekulé e Zineke⁽³⁾, ma non giunsero a risultati soddisfacenti, stante la decomposizione più o meno forte delle metaldeide in aldeide ordinaria.

« Nel 1882 Hanriot et Oeconomides⁽⁴⁾ fecero nuove esperienze, in base alle quali si credettero autorizzati di proporre per la metaldeide la stessa formola che per la paraldeide $(C_2 H_4 O)_3$. Essi determinarono la densità di vapore della metaldeide col metodo di Dumas e col metodo di Hofmann; cercarono di tener conto della quantità d'aldeide prodottasi per la decomposizione della metaldeide, calcolarono indirettamente la densità del vapor della metaldeide rimasta inalterata, e giunsero così alla formola $(C_2 H_4 O)_3$.

« I numeri ottenuti dagli autori suaccennati lasciano veramente assai a desiderare, come essi stessi riconoscono: l'influenza delle cause d'errore nelle loro esperienze, eseguite naturalmente su piccolissima quantità di sostanza, è assai rilevante. Aggiungo poi che non vi è la certezza, che, durante il riscaldamento, le proporzioni relative dell'aldeide e della metaldeide fossero le stesse che a esperienza finita; ci troviamo qui probabilmente davanti ad uno dei tanti casi di equilibrio delle sostanze polimere e allotropiche, e la proporzione, può darsi, variò col variare della temperatura e della pressione; nè può escludersi, che durante il riscaldamento si formi anche della paraldeide od altri prodotti.

« Malgrado queste considerazioni la formola proposta da Hanriot et Oeconomides fu adottata da molti autori; così si trova nel trattato del Beilstein⁽⁵⁾

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) Berl. Ber. III, pag. 590. Anno 1870.

(3) Liebig's, Annalen. T. CLXII, pag. 147. Anno 1872.

(4) Annales de Chimie et de Physique⁽⁵⁾. T. XXV, pag. 226, ann. 1882.

(5) Beilstein, *Handbuch der organischen Chemie*. T. I, pag. 750, 2^a edizione.