ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVIII.

1911

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XX.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1911

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 19 febbraio 1911.

P. Blaserna, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica-Matematica. — *Sopra un particolare fenomeno di diffusione*. Nota del Corrispondente Antonio Garbasso.

1. La *concentrazione* c della sostanza che diffonde è nulla da principio in tutto lo spazio; al tempo $t = -\theta/2$ essa prende sopra un piano $(x = 0)$ il valore K, e lo conserva fino all'istante $t = \theta/2$, per ridursi poi di nuovo e rimanere durevolmente allo zero.

Per ogni valore di x e di t la c sarà data, come è facile verificare, da

$$(1) \qquad c = \frac{2\mathrm{K}}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2k\sqrt{t+\theta/2}}}^{\frac{x}{2k\sqrt{t-\theta/2}}} e^{-u^2} du ,$$

essendo k il *coefficiente di diffusione*, nella equazione di Fourier

$$(2) \qquad \frac{\partial c}{\partial t} = k^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} .$$

Se t è grande, così grande che $(\theta/t)^2$ sia trascurabile davanti all'unità, la (1) fornisce

$$c = \frac{2\mathrm{K}\theta}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_{\frac{x}{2k\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-u^2} du ,$$

o, che fa lo stesso,

$$(1') \qquad c = \frac{K\theta x}{2k\sqrt{\pi}\, t^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{x^2}{4k^2 t}} .$$

2. Per acquistare un' idea del modo in cui il fenomeno procede, ci domandiamo anzitutto come sia distribuita la concentrazione, ad un dato istante, nel semispazio positivo. Si riconosce subito che

a) per ogni $t(> \theta/2)$ è

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_{x=0} > 0 ,$$

b) per ogni $t(> \theta/2)$ e per x abbastanza grande è

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right) < 0 ,$$

c) per ogni valore τ $(> \theta/2)$ del tempo vi è un piano, $x = \xi$, nel quale la c è massima. È determinato dalla

$$(3) \qquad \frac{\theta \xi^2}{2k^2(\tau^2 - \theta^2/4)} = \log(\tau + \theta/2) - \log(\tau - \theta/2) .$$

Se τ è grande la (3) fornisce

$$(3') \qquad \tau = \frac{\xi^2}{2k^2} ,$$

la quale equazione si potrebbe ottenere anche direttamente dalla (1').

La figura 1, dove si sono prese come ascisse le x, e come coordinate le c, rappresenta graficamente la curva $t =$ *costante*, per valori opportuni delle costanti, e per quattro istanti successivi.

3. La discussione fatta nel paragrafo precedente si può riprendere da un altro punto di vista, notando che il massimo, la cui posizione è determinata dalla (3) si sposta al crescere di τ nel verso positivo.

Un piano parallelo ad $x = 0$ viene forato così per qualche tempo dal ramo discendente della $t =$ *costante*, e da ultimo invece dal ramo ascendente.

In altri termini, sopra ogni piano della famiglia la sostanza che diffonde va da principio nel verso positivo, e alla fine del processo nel negativo.

L' istante τ definito dalle (3) e (3') è quello in cui il movimento si inverte.

A scanso di equivoci indicheremo nel seguito τ appunto come il *tempo dell'inversione* per il piano $x = \xi$, e la concentrazione $\gamma = c(\xi, \tau)$ come la *concentrazione d'inversione* per il piano medesimo.

Dalle (1′) e (3′) risulta

$$\gamma = \mathrm{K} k^2 \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \cdot \frac{\theta}{\xi^2}\,, \tag{4}$$

e cioè *la concentrazione d'inversione è, nei piani lontani, proporzionale direttamente all'intervallo* θ, *e inversamente al quadrato della distanza.*

4. Cerchiamo adesso come in un piano della famiglia $x =$ *costante* varii la c al variare del tempo.

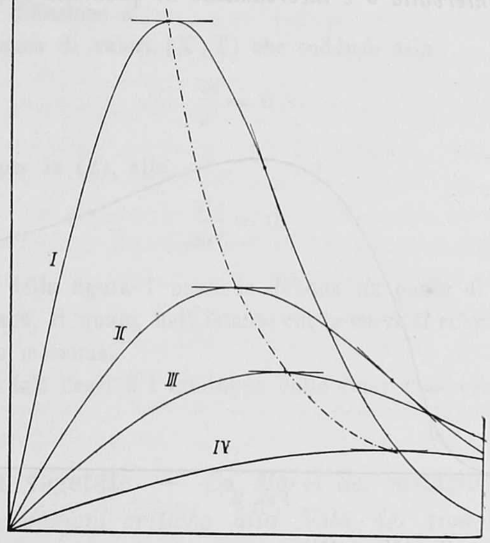

Fig. 1.

È facile vedere che

a) per ogni $x\,(>0)$ la c cresce da principio e da ultimo diminuisce;

b) per ogni valore $\mathrm{X}\,(>0)$ della x vi è un istante (T), in cui la concentrazione è massima. È determinato dalla

$$\frac{\theta \mathrm{X}^2}{6k^2(\mathrm{T}^2 - \theta^2/4)} = \log(\mathrm{T} + \theta/2) - \log(\mathrm{T} - \theta/2)\,. \tag{5}$$

Se T è grande la (5) fornisce

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{X}^2}{6k^2}\,, \tag{5′}$$

equazione che risulta anche immediatamente dalla (1′).

La figura 2, nella quale si sono prese come ascisse i tempi e come ordinate le c, rappresenta graficamente la curva $x =$ *costante*, per valori opportuni delle costanti, e per un piano determinato.

L'istante T definito dalle (5) e (5′) si chiamerà il *tempo del massimo* per il piano $x = X$, e la concentrazione $C = c(X, T)$ la *concentrazione massima* per il detto piano.

Dalle (1′) e (5′) si ricava

$$C = Kk^2 \sqrt{\frac{2}{\pi e}\,\frac{3\sqrt{3}}{e}}\,.\,\frac{\theta}{X^2}\,; \tag{6}$$

anche *la concentrazione massima è, nei piani lontani, proporzionale direttamente all'intervallo θ e inversamente al quadrato della x.*

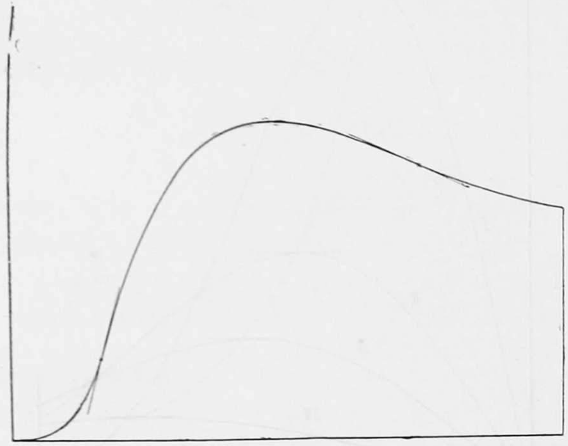

Fig. 2.

5. Facendo nelle (3′) e (5′)

$$\tau = T,$$

viene di conseguenza

$$\xi = \frac{X}{\sqrt{3}}. \tag{7}$$

Mentre un dato piano raggiunge la concentrazione massima, il moto della materia diffondente si inverte sopra un altro piano, la cui distanza dall'origine sta a quella del primo come 1 a $\sqrt{3}$.

Ponendo invece, sempre nelle (3′) e (5′),

$$\xi = X,$$

risulta

$$\tau = 3T. \tag{8}$$

Il tempo dell'inversione e il tempo del massimo stanno fra loro, in un medesimo piano, come 3 ad 1.

Finalmente, dalle (4) e (6), posto

$$\xi = X,$$

si ricava

$$\frac{C}{\gamma} = \frac{3\sqrt{3}}{e} = 1{,}91. \tag{9}$$

La concentrazione massima e la concentrazione di inversione stanno, per un dato piano, nel rapporto di 1,91 *ad* 1.

Le (7), (8) e (9) hanno questo di notevole, che in esse non compare il coefficiente di diffusione k.

§ 6. Un sistema di valori (X, T) che soddisfa alla

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 0,$$

soddisfa anche, per la (2), alla

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0.$$

Ogni curva della figura 1 possiede dunque un punto di flesso, che ha la x di quel piano, il quale, nell'istante cui la curva si riferisce, raggiunge la concentrazione massima.

Il luogo di tali flessi è l'inviluppo delle linee $t =$ *costante*.

Patologia vegetale. — *La Morìa dei castagni (mal dell'inchiostro). Osservazioni critiche alla Nota dei signori Griffon e Maublanc.* Nota del Socio G. Briosi e di R. Farneti.

I signori Griffon e Maublanc pubblicano nei « Comptes rendus de l'Academie des Sciences » (1) una Nota dal titolo: *Sur une maladie des perches de Châtaignier*. In essa gli Autori dichiarano che la malattia dei castagni, da noi descritta in due Note pubblicate negli Atti dell'Istituto botanico di Pavia (2), è identica a quella che essi hanno osservato in Francia nelle pollonete del Limousin.

I signori Griffon e Maublanc limitano i loro studî ai cedui e non fanno menzione dei castagni d'alto fusto, i quali pure, come noi abbiamo dimostrato, sono attaccati dalla stessa malattia che li uccide.

(1) Paris, Dicembre 1910, pagg. 1149-1151.

(2) Briosi e Farneti, *Sulla morìa dei castagni (mal dell'inchiostro)*. Prima Nota. Atti dell'Ist. Bot. dell'Università di Pavia, ser. II, vol. XIII. Milano, 1907.

Id. id., *Intorno alla causa della morìa dei castagni (mal dell'inchiostro) ed ai mezzi per combatterla*. Seconda Nota. Atti dell'Istit. Bot. dell'Università di Pavia, ser. II, vol. XIV. Milano 1909.