

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVIII.

1911

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1911

I vantaggi che presenta questa nuova forma dell'apparecchio sono i seguenti:

1) Una sola smerigliatura.  
2) Più facilmente si possono mescolare liquidi a volumi eguali, oppure a volumi molto differenti. Infatti ci possiamo servire dell'apparecchio in modo da riempire tanto il recipiente  $r$  come il tappo  $t$  con lo stesso liquido (in questo caso la fissazione del dischetto  $d$ ) diventa inutile e sarà sufficiente servirsi di un vetrino copri oggetti che al momento della introduzione del tappo nel recipiente si staccherà spontaneamente), e porre nell'interno del recipiente  $r$  un picceto tubicino ripieno di altro liquido e otturato alle due estremità con un sottile cappuccetto di paraffina, o con un piccolo tappo di grasso, a seconda della temperatura alla quale si vuole avvenga la mescolanza.

3) La forma cilindrica dell'apparecchio permette di ottenere una mescolanza dei due liquidi più rapida e uniforme: giacchè se si mette nell'interno della pallina  $p$  un pezzetto di ferro si può facilmente, con un'elettrocalamita, imprimere ad essa dall'esterno movimenti di abbassamento e innalzamento. La qual cosa è utile quando i due liquidi diffondono lentamente.

Coll'uso dell'elettrocalamita si potrà anche determinare il distacco del dischetto e quindi la mescolanza dei due liquidi al momento voluto.

Del resto, il principio rimanendo lo stesso, si può dare all'apparecchio forme diverse. E noi stiamo, infatti, costruendone un altro che certamente sarà migliore dei due qui descritti.

Chimica fisica. — *Ricerche dilatometriche. Primi risultati riguardanti soluzioni non colloidali* (<sup>1</sup>). Nota II del Corrispondente F. BOTTAZZI e G. BUGLIA.

Abbiamo innanzi tutto determinato la capacità delle varie parti componenti il nostro apparecchio (<sup>2</sup>).

La capacità del tubo  $c$  può essere diminuita a volontà introducendo in esso invece del tappo  $e$  più corto, tappi di forma eguale ma di lunghezza variabile, nel qual modo lo spazio che rimane fra l'estremità inferiore del tappo e il disco che chiude inferiormente il tubo  $c$  può essere ridotto a un volume minore di un  $\text{cm}^3$ .

Anche la capacità della bolla  $a$  può essere ridotta, per es. introducendovi palline di vetro.

*Capacità delle varie parti del nostro dilatometro.*

- 1) Mercurio contenuto nel tubo  $c$  (chiuso superiormente col tappo  $e$ , inferiormente col dischetto  $d$  e colla pallina di vetro  $p$  nell'interno): gr. 14,5999 alla temperatura di  $23^{\circ},5$  C.

(<sup>1</sup>) Ricerche eseguite nell'Istituto di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

(<sup>2</sup>) Vedi questi *Rendiconti*, pag. 623.

Quindi la capacità del tubo *c* alla temperatura di 23°,5 C. era:  $14,5999 \times 0,073867$  (volume di 1 gr. di mercurio alla temperatura di 23°,5 C.) =  $1,07845 \text{ cm}^3$ .

2) Mercurio contenuto nella bolla *a* (dopo aver situato il tubo *c* nell'apertura *a*): gr. 292,7506 alla temperatura di 23°,5 C.

Quindi la capacità della bolla *a* alla temperatura di 23°,5 C. era:  $292,7506 \times 0,073867 = 21,6246 \text{ cm}^3$ .

(3) Mercurio contenuto in cm. 41,2 del capillare alla temperatura di 23°,5 C: gr. 1,7305.

Quindi la capacità di cm. 41,2 del capillare alla temperatura di 23°,5 C. era:  $1,7305 \times 0,073867 = 0,127827 \text{ cm}^3$ . E la capacità di 1 cm. del capillare era:

$$\frac{0,127827}{41,2} = 0,0031026 \text{ cm}^3.$$

La lunghezza del capillare era di 70 cm.

Le determinazioni seguenti furono fatte coll'apparecchio descritto, alla temperatura di 38°,8-39° C.

Per fissare il dischetto *d* all'apertura inferiore del tubo *c* usammo paraffina del commercio fusibile a 38° C circa.

Dopo aver constatato con ripetute determinazioni, nelle quali abbiamo riempito di acqua tanto il tubo *c* quanto la bolla *a*, che non si danno apprezzabili variazioni del volume totale del liquido quando avviene la mescolanza dell'acqua contenuta nei due recipienti, e dopo avere stabilito che le oscillazioni di temperatura del termostato di 0°,1 C davano una variazione massima dell'altezza del liquido nel capillare di cm. 0,15, abbiamo determinato innanzi tutto le variazioni volumetriche che si osservano quando si mescolano soluzioni più o meno concentrate di elettroliti con acqua.

I. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di Na Cl al 30 % (circa). La bolla *a* è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare (1).	Osservazioni.
10.40'			Immissione dell'apparecchio nel termostato.
45	38°,8 C.	+ 0,35	
50	"	+ 0,05	
55	"	0,00	
11.00	"	0,00	
10	"	0,00	
28	"		Si agita; cade la pallina.
29	"	- 6,25	
31	"	- 6,20	
37	"	- 6,20	
47	"	- 6,20	Si agita.
12.43	"	- 6,35	Si agita.
13.10	"	- 6,35	
40	"	- 6,30	
15.00	"	- 6,30	
30	"	- 6,30	Si agita.
16.15	"	- 6,30	

(1) Lo zero corrisponde all'altezza della colonna liquida nel capillare allorchè i liquidi contenuti nel dilatometro si sono messi in equilibrio di temperatura col termostato.

Le cifre precedute dal segno negativo (-) corrispondono alla diminuzione di volume, quelle precedute dal segno positivo (+) corrispondono all'aumento di volume del liquido contenuto nel dilatometro.

In questa determinazione si è osservato un abbassamento del liquido nel capillare di 63 mm, ossia una diminuzione del volume totale di 0,01954 cm<sup>3</sup>.

II. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di Na Cl 5,5% (circa). La bolla *a* è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
18. 3'			Immersione dell'apparecchio nel termostato.
10	38°,9C.	+ 0,25	
16		+ 0,10	
25	"	0,00	
33		0,00	
37			Si agita; cade la pallina.
42		- 0,45	Si agita.
50	"	- 0,55	
19.00		- 0,60	Si agita.
10		- 0,60	
9.45	"	- 0,55	
10.10		- 0,55	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,00171 cm<sup>3</sup>.

III. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di Na OH 1,97 n. La bolla *a* è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
13 45'	38°,8C.	+ 0,10	Immersione dell'apparecchio nel termostato.
20	38°,9	0,00	Si agita; cade la pallina.
25		- 2,15	
30	38°,8	- 2,40	Si agita.
38		- 2,45	
15.19		- 2,50	
16.00		- 2,55	
40		- 2,55	
17.00		- 2,50	
15		- 2,50	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,00775 cm<sup>3</sup>.

IV. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di  $H_2SO_4$  1 n. La bolla è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
15.20'			Immersione dell'apparecchio nel termostato.
26	38°,8C.	+ 0,30	
29		+ 0,05	
35		0,00	
45		0,00	
55		0,00	
57			Si agita; cade la pallina.
58		- 0,70	
16.00		- 1,05	Si agita.
8		- 1,10	
40		- 1,05	Si agita.
17.00	38°,82	- 1,00	
15	38°,8	- 1,05	
30		- 1,05	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,00326 cm<sup>3</sup>.

V. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di HCl 1 n. La bolla *a* è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
10.40'			Immersione dell'apparecchio nel termostato.
46	38°,85C.	+ 0,43	
11.00		+ 0,02	
10		0,00	
16		0,00	
25		0,00	Si agita; cade la pallina.
27		- 0,18	
45		- 0,19	
12.40	38°,88	- 0,33	Si agita.
14. 8	38°,82	- 0,23	Si agita.
40	38°,85	- 0,43	
55	38°,88	- 0,19	Si agita.
15.10	38°,85	- 0,33	
16.00		- 0,33	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,00102 cm<sup>3</sup>.

Ciascuno degli esperimenti sopra riferiti fu ripetuto più volte, e i risultati furono sempre gli stessi.

Come si vede, l'apparecchio è molto sensibile, e i risultati sono soddisfacenti.

Ciò non ostante abbiamo voluto confrontare le variazioni di volume direttamente osservate con quelle teoriche calcolate in base ai valori del peso specifico dei due liquidi prima che si mescolino e del miscuglio di essi.

VI. Il tubo *c* è riempito con una soluzione di NaCl avente il peso specifico di 1,14909, corretto a 4° C. e al vuoto. La bolla *a* è riempita con acqua.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
16. 6'			Immersione dell'apparecchio nel termostato.
20	38°,85C.	+ 0,08	
37		- 0,02	
41	38°,83	+ 0,03	
50		+ 0,03	
17. 8		0,00	Si agita; cade la pallina.
9		- 4,28	Si agita.
30		- 4,28	
45	38°,88	- 4,13	Si agita.
18.00		- 4,13	
7	38°,85	- 4,23	
10	38°,83	- 4,28	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,01327 cm<sup>3</sup>. (abbassamento della colonna liquida nel capillare di mm. 42,8). La determinazione di peso specifico della miscela della soluzione di Na Cl e dell'acqua poste nell'apparecchio, dette il valore di 1,0008 corretto a 4° C. e al vuoto.

VII. È ripetuto l'esperimento con gli stessi liquidi e nelle stesse condizioni.

Ore.	Temperatura.	Variazioni del volume in cm. del capillare.	Osservazioni.
12. 2'	31°	+ 0,10	Immersione dell'apparecchio nel termostato.
10	38°,85	0,00	
17		+ 0,05	
20		0,00	Si agita; cade la pallina.
13. 8		- 4,65	
10		- 4,45	Si agita.
40		- 4,25	
14.20		- 4,25	
45		- 4,25	
15. 5		- 4,25	
40		- 4,25	
16		- 4,25	
17		- 4,25	

In questa determinazione si è osservato una diminuzione del volume totale di 0,01318 cm<sup>3</sup> (abbassamento della colonna liquida nel capillare di mm. 42,5).

Essendo il peso specifico della soluzione di NaCl posta nel tubo *c* 1,14909, ed essendo la capacità del tubo *c* (misurata col mercurio alla temperatura di 23°,5C.) di 1,07845 cm<sup>3</sup>, il volume della soluzione di NaCl ( $V_{\text{NaCl}}$ ) contenuta nel tubo *c* alla temperatura di 38°,5C diventa, calcolando la dilatazione di una tale soluzione di NaCl secondo le tabelle del Landolt (1):

cm<sup>3</sup> 1,08157 =  $V_{\text{NaCl}}$ , ossia il peso della soluzione ( $P_{\text{NaCl}}$ ) sarà eguale a  $1,14909 \times 1,08157 = \text{gr. } 1,24282 = P_{\text{NaCl}}$ .

Inoltre essendo la capacità della bolla *a* (misurata col mercurio alla temperatura di 23°,5C) di cm<sup>3</sup> 21,6246, il volume dell'acqua ( $V_{\text{H}_2\text{O}}$ ) contenuta nella bolla *a* alla temperatura di 38°,5C diventa (secondo le tabelle del Landolt (2):

cm<sup>3</sup> 21,6515 =  $V_{\text{H}_2\text{O}}$ ; ossia il peso dell'acqua ( $P_{\text{H}_2\text{O}}$ ) sarà eguale a  $21,6515 \times 0,9928$  (peso di 1 cm<sup>3</sup> di H<sub>2</sub>O a 38°,5C) = gr. 21,4955 =  $P_{\text{H}_2\text{O}}$ .

Infine, essendo il peso specifico della miscela (*p*) della soluzione di NaCl contenuta nel tubo *c* e dell'acqua contenuta nella bolla *a* 1,0008, avremo:

$$P_{\text{NaCl}} + P_{\text{H}_2\text{O}} = (V_{\text{NaCl}} + V_{\text{H}_2\text{O}} + x) p,$$

in cui *x* è la variazione di volume. Ossia:

$$1,2428 + 21,4955 = (1,08157 + 21,6515 + x) 1,0008,$$

ossia:

$$\frac{22,7383}{1,0008} = 22,7331 + x,$$

da cui:

$$x = \frac{22,7383}{1,0008} - 22,7331 = -0,0130 \text{ cm}^3.$$

Calcolando la diminuzione di volume in cm. di capillare, si ottiene:

$$-0,0130 \text{ cm}^3 = -\frac{0,0130}{0,0031026} \text{ cm.} = -4,18 \text{ cm.}$$

Dal calcolo riportato risulterebbe, dunque, che mescolando, alla temperatura di 38°,5C., gr. 1,2428 di una soluzione di NaCl avente il peso specifico di 1,14909 con gr. 21,4955 di H<sub>2</sub>O, si ha un abbassamento della colonna liquida nel capillare di mm 4,18, ossia una diminuzione del volume totale del liquido di 0,0130 cm<sup>3</sup>; i valori sperimentalmente trovati invece sono rispettivamente cm. 4,26, e cm<sup>3</sup> 0,0132.

(1) Landolt-Börnstein, *Physikalisch-Chemische Tabellen*. Berlin, 1905, pag. 347 (valore ottenuto per doppia interpolazione).

(2) Loc. cit., pag. 39 (valore ottenuto per interpolazione).

La differenza fra il valore teorico e il risultato sperimentale, per verità assai piccola, è verosimilmente da riferirsi sia all'errore di lettura (massimo di 0,5 mm), sia anche alle piccole oscillazioni di temperatura del termostato, per le quali l'apparecchio è sensibilissimo. S'aggiunga poi che detto valore teorico è fondato sopra determinazioni di peso specifico che, sebbene noi si sia cercato di fare colla maggiore accuratezza, indubbiamente presentano un errore piccolo in se stesso, ma che può avere influenza sul calcolo.

**Meccanica.** — *Il problema dei due corpi nell'ipotesi di masse variabili.* Nota dell'ing. GIUSEPPE ARMELLINI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

**Matematica.** — *Applicazione dell'algebra delle funzioni permutabili al calcolo delle funzioni associate.* Nota di C. EVANS, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Meccanica.** — *Sopra il regime permanente nei canali a rapido corso.* Nota di U. CISOTTI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

1. Si abbia un canale, in regime permanente, a sponde verticali e fondo inclinato di un angolo  $\alpha$  sull'orizzonte. Il moto del liquido — fluido perfetto, incomprimibile, omogeneo, pesante, la cui densità costante conviene assumere eguale a 1 — ha luogo per piani verticali paralleli alle sponde, i caratteri del movimento essendo i medesimi sopra una stessa perpendicolare alle sponde. Si è così condotti ad un moto piano permanente.

Si prenda in esame la porzione di canale compresa tra due sezioni trasversali, comunque assegnate.

Assunto il piano del moto come piano  $z=0$  di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, il campo che si considera è in questo piano circoscritto oltre che dal fondo rettilineo  $\omega$  e dal pelo libero  $\lambda'$  anche, a monte e a valle, dalle tracce delle sezioni trasversali suaccennate <sup>(1)</sup>.

<sup>(1)</sup> Nulla impedirebbe dal punto di vista teorico di estendere le nostre considerazioni anche al tratto di canale che, partendo dalla assegnata sezione trasversale a monte si protende indefinitamente a valle. La limitazione al tratto finito di canale è però imposta da considerazioni di indole pratica. Si constata in effetto, nei casi concreti, che il