

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVIII.

1911

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XX.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1911

Si immagini di operare la riflessione del campo del moto rispetto all'asse x (fondo del canale). Si ottiene una vena liquida limitata tra le linee libere λ' e λ'' (immagine riflessa di λ'). Reciprocamente se una vena verticale discendente ha andamento simmetrico rispetto all'asse x , ciò significa che in punti simmetrici rispetto a quest'asse le velocità devono essere simmetriche: in particolare sopra i punti dell'asse x le velocità devono essere situate sopra l'asse stesso, il quale pertanto *si comporta come una parete rigida*.

Ne consegue che le nostre conclusioni sono applicabili anche ai getti liquidi verticali.

Le equazioni delle linee libere λ' e λ'' si hanno da (8) ponendovi $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Si ottiene

$$y^2(-x + \text{costante}) + \frac{q^2}{2g} = 0,$$

la quale per $y \geq 0$ definisce la λ' , e per $y \leq 0$ la λ'' . Come era da attendersi, le due curve sono simmetriche rispetto all'asse x .

Da (9) si ha invece

$$c_1^2 - c^2 = 2gl.$$

Questa dice che *le velocità medie delle varie sezioni trasversali seguono la legge della velocità di caduta dei gravi*.

Matematica. — *Su le funzioni ordinatrici delle funzioni reali di una o più variabili reali*. Nota di FILIPPO SIBIRANI, presentata dal Socio SOMIGLIANA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Astronomia — *Orbita di (674) Rachele corretta in base alle osservazioni delle tre prime opposizioni*. Nota di E. BIANCHI, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

In una precedente Nota ⁽¹⁾ ho concluso, dalle osservazioni di 1^a, 2^a e 3^a opposizione, tre corrispondenti luoghi normali *perturbati* del pianeta. Nella presente riassumo i risultati dei calcoli fatti per correggere gli elementi che erano stati dedotti dalle osservazioni di 1^a opposizione.

La correzione è stata fatta col metodo della variazione delle distanze geocentriche; metodo che, come è noto, implica la conoscenza di luoghi nor-

(1) Rendiconti Accad. Lincei, vol. XX, fasc. 10^o, pag. 547.

mali *imperturbati*, di luoghi cioè che corrisponderebbero alle posizioni dell'astro qualora non esistessero i pianeti perturbanti.

Luoghi normali imperturbati. — Se cogli elementi originali del sistema (A), riportato nella precedente Nota, si calcolano, senza tener conto delle perturbazioni, i luoghi del pianeta in corrispondenza alle date stesse dei luoghi perturbati, si ottiene:

| | | | | | | |
|--------------|------|----------|----------------------------------|-----------------------------------|---|--------------|
| 1909 gennaio | 4,5 | Berlino: | $\alpha = 24^{\circ} 11' 49''.8$ | $\delta = + 6^{\circ} 35' 40''.5$ | } | (α) |
| 1910 marzo | 3,5 | " | $= 176 16 4.9$ | $= + 24 21 7.3$ | | |
| 1911 giugno | 26,5 | " | $= 238 43 25.0$ | $= - 24 21 37.1$ | | |

$$\log A = 0.330918 ; 0.224010 ; 0.397615.$$

Tali luoghi, in errore rispetto ai normali per le imperfezioni degli elementi da cui derivano, si tramutano in normali, sempre imperturbati, qualora si applichino ad essi rispettivamente le correzioni $A\alpha$, $A\delta$ che, per le tre opposizioni, furono riportate nell'accennata Nota. Ottiensì così:

Luoghi normali imperturbati.

| | | | | | | |
|--------------|---------|----------------------------------|-----------------------------------|------|---|--------|
| 1909 gennaio | 4,5 B. | $\alpha = 24^{\circ} 11' 49''.6$ | $\delta = + 6^{\circ} 35' 39''.5$ | I) | } | 1910.0 |
| 1910 marzo | 3,5 B. | $= 176 18 28.9$ | $= + 24 19 59.7$ | II) | | |
| 1911 giugno | 26,5 B. | $= 238 49 1.8$ | $= - 24 24 7.6$ | III) | | |

I luoghi (α), data la loro importanza fondamentale nel problema della correzione, furono calcolati per doppia via, usando cioè una volta le costanti di Gauss e calcolando direttamente con esse le coordinate geocentriche equatoriali, l'altra invece passando a queste attraverso le geocentriche eclittiche λ e β .

Le tre orbite ipotetiche — Il calcolo delle tre orbite ipotetiche, riferite all'equatore, che, come è noto, servono precisamente alla deduzione delle correzioni vere da applicarsi alle distanze geocentriche estreme, fu fatto assumendo come posizioni geocentriche fondamentali i due luoghi imperturbati (I) e (III) e facendo rispetto alle due corrispondenti distanze le tre ipotesi:

| 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a |
|-----------------------|----------------|----------------|
| $\log A_1 = 0.330918$ | 0.330618 | 0.330918 |
| $\log A_3 = 0.397615$ | 0.397615 | 0.396615 |

a distanze immutate cioè, colla prima diminuita di 300 unità della sesta decimale, e infine colla terza diminuita di 1000.

La *prima* distanza A_1 , ch'ebbe una correzione ipotetica nella ipotesi 2^a, fu toccata di un numero d'unità considerevolmente inferiore a quello di cui

fu toccata la terza distanza \mathcal{A}_3 nell'ipotesi 3^a, appunto perchè essa prima distanza \mathcal{A}_1 , corrispondendo generalmente ad una data compresa nell'intervallo che servì di base al calcolo dell'orbita da correggere, deve la sua incertezza alla sola incertezza degli elementi orbitali, mentre invece la terza \mathcal{A}_3 la deve agli errori degli elementi con effetto accumulato nella longitudine media, nel tempo decorso fra l'osculazione 1^a e quella che le corrisponde.

Le tre orbite concluse furono:

Epoca: 1909 gennaio 4,5 B.; Equatore: 1910,0

| | | | | | | |
|-----------|---|---------------|---|---------------|---|---------------|
| M | = | 324° 34' 12.3 | ; | 324° 40' 12.2 | ; | 324° 33' 13.9 |
| ω' | = | 78 23 16.1 | | 78 15 43.5 | | 78 17 31.5 |
| Ω' | = | 22 0 12.3 | | 22 0 44.9 | | 21 59 33.1 |
| i' | = | 32 30 0.4 | | 32 30 13.9 | | 32 29 20.0 |
| φ | = | 10 57 16.6 | | 10 57 20.6 | | 10 52 44.7 |
| μ | = | 708.5567 | | 708.7999 | | 709.6195 |
| log a | = | 0,466421 | | 0,466322 | | 0,465987 |

A questi tre sistemi corrispondono rispettivamente le:

Coordinate eliocentriche equatoriali.

$$\begin{array}{l}
 1^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = [9.991006] .r. \sin (v + 187^\circ 12' 26.8) \\ y = [9.938059] .r. (v + 103 59 18.5) \\ z = [9.730218] .r. (v + 78 23 16.1) \end{array} \right. \\
 2^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = [9.991008] .r. \sin (v + 187 5 20.2) \\ y = [9.938055] .r. (v + 103 52 25.4) \\ z = [9.730263] .r. (v + 78 15 43.5) \end{array} \right. \\
 3^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = [9.991032] .r. \sin (v + 187 6 15.6) \\ y = [9.938094] .r. (v + 103 52 39.5) \\ z = [9.730084] .r. (v + 78 17 31.5) \end{array} \right.
 \end{array}$$

Assicurata l'esattezza del calcolo delle tre orbite rappresentando con esse i due luoghi di base (I) e (III), si passò alla rappresentazione, colle tre orbite stesse del luogo normale imperturbato (II) ottenendo rispettivamente:

1910 marzo 3,5 Berlino

1910,0

$$\begin{array}{ll}
 \alpha_0 = 176^\circ 21' 54''.9 & \delta_0 = + 24^\circ 18' 36''.8 \\
 \alpha_1 = 176 25 48 .5 & \delta_1 = + 24 17 5 .6 \\
 \alpha_2 = 176 10 41 .7 & \delta_2 = + 24 23 11 .8
 \end{array}$$

Paragonando il primo luogo calcolato (α_0, δ_0) col luogo normale (α, δ) im-

perturbato (II) e con gli altri due luoghi calcolati (α_1, δ_1) (α_2, δ_2) si hanno le differenze:

$$\begin{array}{ll} \alpha - \alpha_0 = - 3' 26''.0 & \delta - \delta_0 = + 1' 22''.9 \\ \alpha_1 - \alpha_0 = + 3 53 .6 & \delta_1 - \delta_0 = - 1 31 .2 \\ \alpha_2 - \alpha_0 = - 11 13 .2 & \delta_2 - \delta_0 = + 4 35 .0 \end{array}$$

Gli scarti $\alpha - \alpha_0$, $\delta - \delta_0$ costituiscono precisamente i termini noti delle equazioni risolutive del problema, gli altri scarti ne rappresentano i coefficienti, incognite essendo i fattori x, y pei quali occorre moltiplicare rispettivamente le correzioni ipotetiche fatte subire alle due distanze ($-300, -1000$) per avere le correzioni vere.

Quando si pensi che i due scarti $\alpha_1 - \alpha_0$ e $\delta_1 - \delta_0$ dipendono da una variazione di sole 300 unità nel logaritmo della prima distanza \mathcal{A}_1 e gli scarti $\alpha_2 - \alpha_0$ e $\delta_2 - \delta_0$ da una di 1000 unità in \mathcal{A}_3 , quando si rifletta cioè al forte ammontare degli scarti geocentrici in corrispondenza a variazioni relativamente lievi delle distanze, sarà logico dedurne come tale circostanza concorra a rendere ben sicura la correzione degli elementi; e ciò principalmente deve ascriversi al fatto che il secondo luogo normale (α, δ) corrisponde ad una posizione eliocentrica del pianeta non molto discosta dal perielio ($v = 66^\circ$) ed all'altro della relativamente accentuata eccentricità dell'orbita (¹).

Le vere distanze e l'orbita corretta. — Se nelle equazioni generali di correzione delle distanze:

$$\begin{array}{l} \alpha - \alpha_0 = (\alpha_1 - \alpha_0) x + (\alpha_2 - \alpha_0) y \\ \delta - \delta_0 = (\delta_1 - \delta_0) x + (\delta_2 - \delta_0) y \end{array}$$

poniamo al luogo delle differenze i valori poc'anzi conclusi, ne otteniamo:

$$\begin{array}{l} x = - 0,2546 \\ y = + 0.2176; \end{array}$$

le vere correzioni da apportare alle due distanze estreme approssimate, usate nell'ipotesi 1^a, saranno adunque:

$$\begin{array}{l} d\mathcal{A}_1 = (- 0.000300) \cdot (- 0.2546) \\ d\mathcal{A}_3 = (- 0.001000) \cdot (+ 0.2176) \end{array}$$

donde i seguenti valori definitivi delle distanze corrette:

$$\begin{array}{l} \log \mathcal{A}_1 \text{ vera} = 0.330918 + 0.000076 = 0.330994 \\ \log \mathcal{A}_3 \text{ " } = 0.397615 - 0.000218 = 0.397397. \end{array}$$

Con questi valori di $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3$ e sempre assumendo come base i due luoghi geocentrici imperturbati (I) e (III), fu calcolata l'orbita corretta, che risultò

(¹) Sopra 700 dei pianetini fino ad ora scoperti solo 190 circa hanno orbite d'eccentricità superiore a quella di (674) Rachele.

1909 gennaio 4,5 Berlino

| | | | |
|-----------|---|---------------|-------------------|
| M | = | 324° 32' 28.3 | } Equatore 1910.0 |
| Ω' | = | 21 59 55.6 | |
| ω' | = | 78 23 55.4 | |
| π' | = | 100 23 51.0 | |
| i' | = | 32 29 48.1 | |
| φ | = | 10 56 16.2 | |
| μ | = | 708.72713 | |
| log a | = | 0,466352 | |

Questo sistema, trasformati gli elementi del piano dall'equatore all'eclittica, ed applicate successivamente le perturbazioni, dà i seguenti per le tre osculazioni:

| Sistema (A') | Sistema (B') | Sistema (C') |
|------------------------|-------------------|---------------------|
| 1909 gennaio 4,5 B. | 1910 marzo 3,5 B. | 1911 giugno 26,5 B. |
| M = 324° 32' 28.3 | ; 47° 42' 58.0 | ; 142° 1' 49.4 |
| ω = 39 1 33.9 | ; 39 8 24.2 | ; 39 8 14.1 |
| Ω = 58 54 47.5 | ; 58 54 5.4 | ; 58 51 32.0 |
| i = 13 35 29.0 | ; 13 35 29.5 | ; 13 36 32.6 |
| φ = 10 56 16.2 | ; 10 57 12.7 | ; 11 3 30.5 |
| μ = 708.72713 | ; 708.31076 | ; 708.66478 |
| log a = 0,466352 | ; 0,466519 | ; 0,466377 |

Eclittica 1910.0.

Se con questi sistemi si rappresentano i luoghi veri osservati dell'astro, vale a dire i tre luoghi normali *perturbati* conclusi nella precedente Nota, si ottengono i risultati:

1910.0

| | | | |
|---------------------|---------|--------------------------------|---------------------------------|
| 1909 gennaio 4,5 B. | Calcolo | $\alpha = 24^{\circ} 11' 51.2$ | $\delta = + 6^{\circ} 35' 40.3$ |
| | Osserv. | = 24 11 49.6 | + 6 35 39.5 |
| 1910 marzo 3,5 B. | Calcolo | $\alpha = 176 19 24.3$ | $\delta = + 24 19 31.4$ |
| | Osserv. | = 176 19 24.6 | = + 24 19 31.1 |
| 1911 giugno 26,5 B. | Calcolo | $\alpha = 238 45 43.0$ | $\delta = - 24 23 45.7$ |
| | Osserv. | = 238 45 42.9 | $\delta = - 24 23 44.8$ |

donde i residui:

| | I | II | II |
|----------------|----------|--------|--------|
| $\Delta\alpha$ | = -1".6 | + 0".3 | - 0".1 |
| $\Delta\delta$ | = - 0 .8 | - 0 .3 | + 0 .9 |

i quali finiscono per controllare i risultati della correzione.

Col sistema (C') saranno calcolate le perturbazioni da 3^a e 4^a opposizione (1912) e la relativa efemeride per la ricerca del pianeta.