ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

férentes courbes du faisceau, on obtient une courbe K, certainement transformée en elle-même par la transformation T (et par suite elliptique ou rationelle). Faisant varier le point P, on obtient un faisceau de courbes K invariantes. Remarquons que si les courbes K étaint réductibles, elles seraient composées avec les courbes d'un faisceau, lequel serait sûrement invariant pour T.

Le système $\{C + K\}$, ou un multiple convenable de ce système, donne lieu à un système continu invariant pour la transformation T, qui n'est pas un faisceau. Nous avons déjà démontré que dans ce cas, la surfaces F, si elle n'est pas référable à une réglée, possède un groupe continu de transformations birationnelles en elle-même.

Ainsi se trouve complètement démontré le théorème annoncé dans le préambule.

3. Du théorème qui vient d'être établi et du théorème de M. Enriques, ou déduit que:

Si une surface algébrique de genre $p_a \geq 0$, *non rationnelle, possède une transformation birationnelle non périodique en elle-même* T, *les seuls systèmes continus* (*linéaires ou non*) *que la transformation laisse invariants peuvent être des faisceaux de courbes elliptiques invariantes* (*pour* T *ou pour* T^r) *et des faisceaux linéaires de courbes elliptiques.*

Matematica. — *Sopra un teorema relativo agl'insiemi.* Nota del dott. L. Orlando, presentata dal Corrispondente A. Di Legge.

Denoti (a, b) un intervallo d'ampiezza finita $b - a > 1$, sul quale esista un'infinità numerabile di insiemi ω di punti; ognuno di questi ω abbia la misura di Borel non più piccola di 1. Dico che esiste nell'intervallo (a, b) un insieme X di punti comuni ad un'infinità di insiemi ω, e che X ha misura non più piccola di 1. Sulla misurabilità di X e di altri insiemi che dobbiamo adoperare, rimandiamo il lettore a pag. 108 delle *Lezioni sull'integrazione* di Lebesgue.

Il teorema che abbiamo enunciato non è nuovo, ma le dimostrazioni che finora se ne dànno sono molto più complicate di questa che ho qui l'onore di esporre.

Diremo che un punto dell'intervallo (a, b) è dell'ordine ν quando esso è comune a ν insiemi ω; e chiameremo m_ν la misura dell'insieme di tutti i punti d'ordine ν. Per esempio, m_1 sarà la misura dell'insieme dei punti coperti una sola volta.

Supponiamo, per assurdo, che la misura m_∞ dei punti d'ordine infinito non superi $1 - \sigma$, dove σ è un numero positivo fisso, arbitrariamente piccolo.

La serie

$$m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots$$

di termini non negativi, converge evidentemente verso un valore non più grande di $b - a$. Posto

$$R_\nu = m_{\nu+1} + m_{\nu+2} + m_{\nu+3} + \ldots\ldots,$$

noi possiamo dunque determinare ν in modo che risulti $R_\nu < \frac{\sigma}{2}$. La misura dei punti d'ordine $> \nu$ risulterà $< 1 - \frac{\sigma}{2}$.

Consideriamo tutti gl'insiemi ω che sopra (a, b) determinano i punti d'ordine non superiore a ν. Se questi insiemi ω, ora considerati, non sono tutti gli ω, allora esisterà qualche altro ω (di misura non più piccola di 1), i punti del quale si troveranno tutti fra i punti d'ordine $> \nu$. E allora i punti d'ordine $> \nu$ non potranno avere misura $< 1 - \frac{\sigma}{2}$.

Se poi questi insiemi ω, che sopra (a, b) determinano i punti d'ordine non superiore a ν, sono tutti gli ω, non può accadere che ognuno di essi apporti ai punti d'ordine non superiore a ν un contributo avente misura $> \frac{\sigma}{4}$. Assunti, infatti, $N > \frac{4}{\sigma}(b - a)\,\nu$ insiemi ω, ognuno dei quali apporti all'intervallo (a, b) un contributo di misura $> \frac{\sigma}{4}$, questi contributi non potranno (neanche con ν sovrapposizioni, e tanto meno quanto meno si sovrappongano) trovare posto in un intervallo di misura $b - a$. Ne risulta che esiste almeno un ω (di misura non più piccola di 1), il quale apporta ai punti d'ordine $> \nu$ un contributo di misura $> 1 - \frac{\sigma}{4}$. Ne emerge sùbito l'assurdo dell'ipotesi indebitamente ammessa, e la necessità che sia valido il teorema enunciato.

Il teorema si può apparentemente estendere, togliendo la riserva che l'insieme degli ω sia numerabile, e poi non supponendo la misurabilità degli ω, ma obbligandoli ad avere non inferiori ad 1 le misure inferiori. Ricavando allora dall'insieme degli ω un insieme numerabile, e da ognuno degli ω che lo costituiscono ricavando un insieme misurabile di misura non inferiore a 1, si giunge sempre ad un insieme misurabile X, di misura non inferiore ad 1, il quale raccoglie una parte dei punti d'ordine infinito; ciò mostra che la misura inferiore dei punti d'ordine infinito, dovuti a tutti gli ω, non è più piccola di 1.

Fisica matematica. — *Sulla propagazione del calore.* Nota del dott. L. Silla, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.